

LAPORAN SKRIPSI

**MODEL PERSEDIAAN OPTIMAL
DENGAN PENGARUH WAKTU PERMINTAAN BERVARIASI,
KEKURANGAN, DAN KERUSAKAN BARANG**

***OPTIMAL INVENTORY MODEL WITH TIME-VARYING DEMAND,
SHORTAGES, AND DETERIORATING ITEMS***



Disusun oleh:

Yohanita Binayu Atmajanti

24010116140050

**DEPARTEMEN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN MATEMATIKA
UNIVERSITAS DIPONEGORO
SEMARANG**

2020

SKRIPSI

**MODEL PERSEDIAAN OPTIMAL
DENGAN PENGARUH WAKTU PERMINTAAN BERVARIASI,
KEKURANGAN, DAN KERUSAKAN BARANG**

***OPTIMAL INVENTORY MODEL WITH TIME-VARYING DEMAND,
SHORTAGES, AND DETERIORATING ITEMS***

Diajukan untuk memenuhi salah satu syarat memperoleh derajat
Sarjana Matematika (S.Mat.)



Disusun oleh:

Yohanita Binayu Atmajanti

24010116140050

**DEPARTEMEN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN MATEMATIKA
UNIVERSITAS DIPONEGORO
SEMARANG**

2020

HALAMAN PENGESAHAN

SKRIPSI

**MODEL PERSEDIAAN OPTIMAL
DENGAN PENGARUH WAKTU PERMINTAAN BERVARIASI,
KEKURANGAN, DAN KERUSAKAN BARANG**

Telah dipersiapkan dan diusulkan oleh:

Yohanita Binayu Atmajanti

24010116140050

Telah dipertahankan di depan Tim Penguji
pada tanggal 13 Maret 2020

Susunan Tim Penguji

Pembimbing II/Penguji



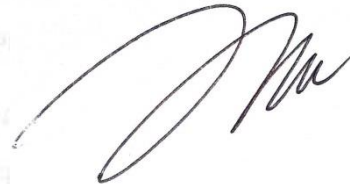
Farikhin, S.Si, M.Si, Ph.D
NIP. 19731220 200012 1 001

a.n. Ketua Departemen Matematika
Sekretaris Prodi



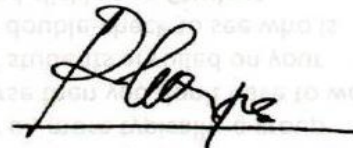
Suryoto, S.Si, M.Si.
NIP. 19680714 199403 1 004

Penguji,



Siti Khabibah, S.Si, M.Sc.
NIP. 19791018 200604 2 001

Pembimbing I/Penguji



Robertus Heri S.U., S.Si, M.Si.
NIP. 19720203 199802 1 001

PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa Skripsi ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar kesarjanaan di suatu Perguruan Tinggi, dan sepanjang pengetahuan saya juga tidak terdapat karya atau pendapat yang pernah ditulis atau diterbitkan oleh orang lain, kecuali yang secara tertulis diacu dalam naskah ini dan disebutkan dalam daftar pustaka.

Semarang, Maret 2020

Yohanita Binayu Atmajanti

HALAMAN PERSEMBAHAN

Kupersembahkan karya ini untuk:

Bapak dan Ibu,

Mas dan adek,

Keluarga

KATA PENGANTAR

Puji syukur Penulis panjatkan kehadirat Tuhan Yang Maha Esa yang telah membeikan berkat, kasih, dan anugerah yang melimpah sehingga Penulis dapat menyelesaikan laporan Tugas Akhir.

Penulis menyusun laporan ini sebagai syarat wajib memenuhi salah satu syarat memperoleh derajat Sarjana Matematika (S.Mat.). Laporan ini juga disusun guna memenuhi pertanggungjawaban terhadap tugas akhir yang telah dilaksanakan.

Penulis mengucapkan terima kasih kepada semua pihak yang telah membantu dalam penyelesaian Tugas Akhir ini:

1. Orang tua serta saudara Penulis yang selalu memberikan motivasi dan mendukung dalam menyelesaikan Tugas Akhir.
2. Bapak Y.D. Sumanto, M.Si selaku dosen wali yang membantu dalam penyelesaian Tugas Akhir.
3. Bapak Robertus Heri SU, S.Si, M.Si selaku dosen pembimbing I yang selalu membantu dalam penyelesaian Tugas Akhir.
4. Bapak Farikhin, S.Si, M.Si, Ph.D selaku dosen pembimbing II yang selalu membantu dalam penyelesaian Tugas Akhir.
5. Ibu Siti Khabibah, S.Si., M.Sc selaku koordinator Tugas Akhir Departemen Matematika, Fakultas Sains dan Matematika, Universitas Diponegoro Semarang.
6. Bapak Dr. Susilo Hariyanto, S.Si., M.Si. selaku Ketua Departemen Matematika, Fakultas Sains dan Matematika, Universitas Diponegoro Semarang.
7. Ibu Prof. Dr. Widowati, S.Si, M.Si selaku Dekan Fakultas Sains dan Matematika Universitas Diponegoro Semarang.
8. Bapak Hafri Samsuri selaku pemilik usaha Kopi “Pandan Wangie” yang telah mengijinkan Penulis mengambil data sebagai bahan Tugas Akhir.
9. Sahabat dan teman-teman Penulis yang telah mendukung dan memberikan banyak saran.

10. Semua pihak yang tidak dapat Penulis sebutkan satu persatu.

Penulis menyadari bahwa masih banyak kekurangan dalam penulisan laporan Tugas Akhir ini. Oleh karena itu, Penulis sangat mengharapkan kritik dan saran yang mmembangun demi kesempurnaan laporan ini. Penulis memohon maaf atas segala kekurangan tersebut, semoga laporan Tugas Akhir ini dapat bermanfaat bagi semua pihak.

Salam damai.

Semarang, 2020

Penulis

DAFTAR ISI

HALAMAN SAMPUL	ii
HALAMAN PENGESAAHAN	iii
PERNYATAAN.....	iv
HALAMAN PERSEMBAHAN	v
KATA PENGANTAR	vi
DAFTAR ISI.....	viii
DAFTAR TABEL.....	x
DAFTAR GAMBAR	xi
DAFTAR ARTI LAMBANG DAN SINGKATAN	xii
DAFTAR LAMPIRAN.....	xiv
ABSTRAK	1
BAB I PENDAHULUAN	3
1.1. Latar Belakang	3
1.2. Permasalahan	4
1.3. Pembatasan Masalah	4
1.4. Tujuan dan Manfaat Penelitian.....	5
1.4.1. Tujuan Penelitian	5
1.4.2. Manfaat Penelitian	5
1.5. Metodologi	6
1.6. Sistematika Penulisan.....	6
BAB II LANDASAN TEORI	8
2.1. Turunan Fungsi.....	8
2.2. Nilai Maksimum dan Minimum	10
2.2.1. Nilai Maksimum dan Minimum Fungsi Dua Peubah Tanpa Kendala....	10
2.2.2. Nilai Maksimum dan Minimum Fungsi Dua Peubah dengan Kendala...11	
2.2.3. Nilai Maksimum dan Minimum Fungsi Lebih dari Dua Peubah dengan Kendala.....12	
2.2.4. Nilai Maksimum dan Minimum Fungsi Lebih dari Dua Peubah Tanpa Kendala.....13	
2.3. Himpunan dan Fungsi Konveks	14
2.4. Integral.....	16

2.4.1.	Integral Tak Tentu.....	16
2.4.2.	Integral Tentu.....	18
2.5.	Persamaan Diferensial.....	19
2.6.	Riset Operasi.....	22
2.7.	Model <i>Economic Production Quantity (EPQ)</i>	23
BAB III PEMBAHASAN.....		28
3.1.	Deskripsi Model.....	28
3.2.	Sistem Persediaan.....	28
3.3.	Asumsi, Notasi, Parameter, dan Variabel.....	29
3.3.1.	Asumsi.....	29
3.3.2.	Notasi dan Parameter.....	30
3.3.3.	Variabel.....	31
3.4.	Model Matematika pada Permasalahan Persediaan.....	32
3.5.	Model Persediaan dengan Waktu Permintaan Bervariasi.....	33
3.6.	Model Biaya yang Digunakan.....	41
3.7.	Turunan Pertama dan Kedua Fungsi Total Biaya.....	44
3.7.1.	Turunan Pertama dan Kedua Fungsi $C(t_0, T)$ terhadap Variabel t_0	44
3.7.2.	Turunan Pertama dan Kedua Fungsi $C(t_0, T)$ terhadap Variabel T	45
3.7.3.	Turunan Fungsi $C(t_0, T)$ terhadap Variabel t_0, T , dan determinan matriks <i>Hessian</i>	46
3.8.	Penentuan Solusi Optimal.....	47
3.9.	Kasus Khusus.....	52
3.9.1.	Turunan pertama fungsi $C(t_0, T)$ terhadap t_0	53
3.9.2.	Turunan pertama fungsi $C(t_0, T)$ terhadap T	54
3.10.	Studi Kasus.....	55
3.10.1.	Gambaran Umum Perusahaan.....	55
3.10.2.	Proses Pengumpulan Data.....	57
3.10.3.	Rincian Data.....	58
3.10.4.	Penerapan Model Persediaan.....	61
BAB IV PENUTUP.....		67
DAFTAR PUSTAKA.....		68
LAMPIRAN.....		70

DAFTAR TABEL

Tabel 2.1. Penentuan Solusi Integral Parsial	18
Tabel 3.1. Rumus Permintaan dan Laju Permintaan	32
Tabel 3.2. Rincian Data yang Digunakan	61
Tabel 3.3. Hasil Perhitungan t_0, T, f	63
Tabel 3.4. Hasil Perhitungan $S, s, Q, C(t_0, T)$	65
Tabel 3.5. Perbandingan Hasil	66
Tabel 3.6. Data Permintaan dan Kerusakan Kopi “Pandan Wangie” Periode Maret 2017 hingga Juli 2019	70
Tabel 3.7. Hasil Perhitungan $t_0, T, f, S, s, Q, C(t_0, T)$	72

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1. Konveks dan Tidak Konveks	15
Gambar 2.2. Fungsi Konveks.....	15
Gambar 2.3. Grafik Model <i>Economic Production Quantity</i>	25
Gambar 3.1. Model Persediaan dengan Proses Kerusakan Barang	33
Gambar 3.2. Grafik Permintaan dan Kerusakan Kopi “Pandan Wangie” Periode Maret 2017 hingga Juli 2019	59

DAFTAR ARTI LAMBANG DAN SINGKATAN

T	: panjang siklus atau periode waktu persediaan
Q	: <i>lot size</i> atau jumlah pesanan (unit)
S	: tingkat stok awal (unit)
s	: <i>reorder point</i> (unit)
$I(t)$: tingkat persediaan pada waktu t
t_0	: waktu di mana tingkat persediaan adalah nol
A	: biaya pesan setiap pemesanan
h	: biaya penyimpanan per unit dan per unit waktu
w	: biaya <i>backlogging</i> per unit dan per unit waktu
α	: tingkat kerusakan barang (<i>deteriorating</i> $0 < \alpha \leq 1$)
v	: biaya kerusakan barang (Rp/ unit)
c	: biaya penjualan barang per unit (Rp/ unit)
r	: rata-rata permintaan pada periode persediaan (unit/ waktu)
$D(t)$: banyak permintaan pada waktu t ($0 < t < T$)
$D'(t)$: laju permintaan pada waktu t
n	: indeks pola permintaan ($n > 0$)
$I_1(t_0, T)$: rata-rata jumlah persediaan
$I_2(t_0, T)$: rata-rata jumlah kekurangan barang
$I_3(T)$: rata-rata jumlah pengisian persediaan per unit waktu
$I_4(t_0, T)$: rata-rata jumlah barang rusak (<i>deteriorating</i>)
$I_5(t_0, T)$: rata-rata jumlah pemesanan barang
$C_1(t_0, T)$: biaya penyimpanan per unit waktu
$C_2(t_0, T)$: biaya <i>backlogging</i> per unit waktu
$C_3(T)$: biaya pemesanan per unit waktu
$C_4(t_0, T)$: biaya kerusakan barang (<i>deteriorating</i>) per unit waktu
$C_5(t_0, T)$: biaya pembelian per unit waktu
$C(t_0, T)$: <i>total cost</i> pada sistem persediaan per unit waktu.
d	: Jumlah permintaan harian/ <i>daily demand rate</i> (unit per hari)

- p : Jumlah produksi harian/ *daily production rate* (unit per hari)
- I : *maximal inventory*
- f : frekuensi pemesanan setiap periode waktu
- p_r : *price/* harga barang per unit
- T_1 : *production time*
- T_2 : *non production time/ down time*
- T : periode dalam satu siklus

DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1. Data Permintaan dan Kerusakan Kopi Periode Maret 2017 hingga Juli 2019	70
Lampiran 2. Hasil Perhitungan $t_0, T, f, S, s, Q, C(t_0, T)$	72
Lampiran 3. Solusi t_0, T, S, s, Q, C pada Studi Kasus.....	73
Lampiran 4. Hasil Wawancara	128

ABSTRAK

MODEL PERSEDIAAN OPTIMAL DENGAN PENGARUH WAKTU PERMINTAAN BERVARIASI, KEKURANGAN, DAN KERUSAKAN BARANG

Oleh:

Yohanita Binayu Atmajanti

24010116140050

Setiap perusahaan memerlukan manajemen dalam pengelolaan persediaan, pergudangan, perdagangan, maupun angkutan. Kurang optimalnya produksi dan pengiriman barang, adanya kerusakan barang, serta kekurangan barang membuat perusahaan rugi baik finansial maupun materi. Pengembangan model persediaan secara matematis dapat menjadi pertimbangan perusahaan dalam mengambil kebijakan. Berdasarkan hal tersebut, tulisan ini membahas model persediaan dengan pengaruh waktu permintaan bervariasi, kekurangan, dan kerusakan barang. Model ini bertujuan untuk menentukan *total cost* minimal serta persediaan optimal. Model persediaan ini diaplikasikan pada data di usaha Kopi “Pandan Wangie” dan diperoleh hasil signifikan untuk menjadi bahan pertimbangan perusahaan. Perhitungan model diperoleh kenaikan persediaan barang 6,2% dan penghematan biaya persediaan sebesar 68%.

Kata Kunci: *kekurangan barang, kerusakan barang, model persediaan, total cost, waktu permintaan bervariasi.*

ABSTRACT

MODEL PERSEDIAAN OPTIMAL DENGAN PENGARUH WAKTU PERMINTAAN BERVARIASI, KEKURANGAN, DAN KERUSAKAN BARANG

Oleh:

Yohanita Binayu Atmajanti

24010116140050

Every company needs management in inventory processing, warehousing, trading and transportation. Inadequate production and delivery of goods, deteriorating items, and shortages make the company financial and material losses. The development of an inventory model can be a mathematical consideration of the company in making policies. Based on this, this paper discusses the supply model with the influence of time-varying demand, shortage, and deteriorating items. This model aims to determine the minimum total cost and optimal inventory. This inventory model applied to the data in the "Pandan Wangie" Coffee business, significant results are obtained to be taken into consideration by the company. The model calculation obtained an increase in inventory of items 6,2% and a reduction in inventory costs by 68%

Keyword: *shortages, deteriorating items, inventory model, total cost, time-varying demand.*