

SKRIPSI

ANALISIS ANUITAS KONTINU PADA STATUS HIDUP TERAKHIR

ANALYSIS OF CONTINUOUS ANNUITY ON LAST SURVIVOR STATUS



SHERLINE VICKY AISYIYAH

24010116140046

**DEPARTEMEN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN MATEMATIKA
UNIVERSITAS DIPONEGORO
SEMARANG**

2020

SKRIPSI

ANALISIS ANUITAS KONTINU PADA STATUS HIDUP TERAKHIR

ANALYSIS OF CONTINUOUS ANNUITY ON LAST SURVIVOR STATUS

Diajukan untuk memenuhi salah satu syarat memperoleh derajat
Sarjana Matematika (S.Mat.)



SHERLINE VICKY AISYIYAH

24010116140046

**DEPARTEMEN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN MATEMATIKA
UNIVERSITAS DIPONEGORO
SEMARANG**

2020

HALAMAN PENGESAHAN

SKRIPSI

ANALISIS ANUITAS KONTINU PADA STATUS HIDUP TERAKHIR

Telah dipersiapkan dan disusun oleh:

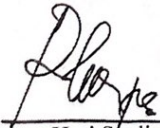
SHERLINE VICKY AISYIYAH

24010116140046

Telah dipertahankan di depan Tim Penguji
pada tanggal 21 Juli 2020

Susunan Tim Penguji

Pembimbing II/Penguji,



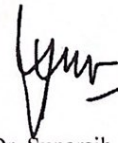
Robertus Heri Sbelisty Utomo, S.Si., M.Si.
NIP. 197202031998021001

Mengetahui,
Ketua Departemen Matematika,



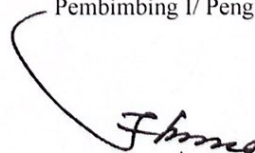
Dr. Susilo Hariyanto, S.Si, M.Si
NIP. 197410142000121001

Penguji.



Dr. Sunarsih, M.Si.
NIP. 195809011986032002

Pembimbing I/ Penguji,



Solikhin, S.Si, M.Sc
NIP. 198506302012121001

KATA PENGANTAR

Puji syukur penulis panjatkan kehadirat Allah SWT yang telah melimpahkan rahmat dan hidayah-Nya sehingga penulis dapat menyusun tugas akhir ini. Tugas akhir yang berjudul “**Analisis Anuitas Kontinu pada Status Hidup Terakhir**” ini disusun sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Strata Satu (S1) pada Departemen Matematika Fakultas Sains dan Matematika, Universitas Diponegoro Semarang.

Penyelesaian Tugas Akhir ini tidak lepas dari adanya bantuan, dukungan, saran dan bimbingan dari berbagai pihak. Oleh karena itu perkenankanlah penulis menyampaikan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada yang terhormat :

1. Bapak Dr. Susilo Hariyanto, S.Si, M.Si selaku Ketua Departemen Matematika Fakultas Sains dan Matematika UNDIP.
2. Ibu Dra. Titi Udjiani SRRM, M.Si selaku Dosen Wali, yang memberi pengarahan dan membimbing penulis selama perkuliahan.
3. Bapak Solikhin, S.Si, M.Sc selaku Dosen Pembimbing I yang telah meluangkan waktu memberikan bimbingan dan pengarahan dalam menyelesaikan Tugas Akhir ini.
4. Bapak R. Heri Soelistyo U, S.Si, M.Si selaku Dosen Pembimbing II yang telah meluangkan waktu memberikan bimbingan dan pengarahan dalam menyelesaikan Tugas Akhir ini.
5. Kepada orang tua penulis yang sudah memberikan semangat dan arahan untuk tidak gampang menyerah dalam hal apapun serta selalu mengingatkan untuk selalu bersyukur.
6. Semua pihak yang telah memberikan dukungan serta bantuan kepada penulis dalam menyelesaikan Tugas Akhir ini.

Penulis menyadari bahwa Tugas Akhir ini masih jauh dari sempurna. Untuk itu, penulis mengharapkan kritik dan saran yang bersifat membangun demi

kesempurnaan Tugas Akhir ini. Semoga Tugas Akhir ini bisa membawa manfaat bagi penulis sendiri khususnya dan bagi pembaca pada umumnya.

Semarang, Juni 2020

Sherline Vicky Aisyiyah

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i
HALAMAN PENGESAHAN	ii
HALAMAN PERNYATAAN	iii
KATA PENGANTAR	v
DAFTAR ISI	vii
DAFTAR ISTILAH	ix
DAFTAR ARTI LAMBANG DAN SINGKATAN	xi
DAFTAR TABEL	xvi
DAFTAR LAMPIRAN	xvii
ABSTRAK	xviii
ABSTRACT	xix
BAB I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Perumusan Masalah	2
1.3 Batasan Masalah	3
1.4 Tujuan Penulisan	3
1.5 Metode Penulisan	3
1.6 Sistematika Penulisan	4
BAB II TEORI PENUNJANG	6
2.1 Peluang Hidup Tunggal	6
2.2 Tabel Mortalita	8
2.3 Anuitas Hidup pada Hidup Tunggal	13
2.4 Anuitas Kontinu pada Hidup Tunggal	28
BAB III PEMBAHASAN	40
3.1 Status Hidup Gabungan	40
3.1.1 Peluang Hidup Gabungan	41
3.1.2 Anuitas Hidup pada Status Hidup Gabungan	51
3.1.3 Anuitas Kontinu pada Status Hidup Gabungan	70

3.2	Status Hidup Terakhir.....	84
3.2.1	Peluang Status Hidup Terakhir	85
3.2.2	Anuitas Hidup pada Status Hidup Terakhir.....	88
3.2.3	Anuitas Kontinu pada Status Hidup Terakhir	119
BAB IV	PENUTUP	146
DAFTAR PUSTAKA	147
LAMPIRAN	149

DAFTAR ISTILAH

- Perusahaan : Lembaga yang memberikan jasa untuk menanggulangi risiko yang berkaitan dengan hidup matinya seseorang atau nasabahnya.
- Tertanggung : Orang yang tercantum dalam polis untuk diberikan perlindungan asuransi jiwa.
- Penanggung : Perusahaan asuransi jiwa yang memberikan benefit kepada tertanggung yang mengalami risiko.
- Polis : Kontrak tertulis yang memuat kesepakatan berupa hak dan kewajiban antara pihak penanggung (perusahaan asuransi) dengan pihak tertanggung (pemegang polis).
- Pemegang polis : Orang yang mengadakan kontrak asuransi dengan perusahaan asuransi.
- Nilai tunai : Sejumlah uang yang merupakan nilai tebus polis pada saat putus kontrak.
- Santunan : Sejumlah uang yang tercantum dalam polis yang dibayar oleh penanggung kepada tertanggung.
- Mortalita : Laju kematian yang terjadi pada satu kelompok.
- Anuitas : Suatu rangkaian pembayaran berkala yang dilakukan penanggung kepada tertanggung dalam jangka waktu yang telah disepakati.

Asuransi Joint Life : Asuransi yang menanggung dua jiwa atau lebih dengan premi dibayarkan sampai terjadi kematian pertama dari salah seorang diantara tertanggung.

Asuransi Last Survivor : Asuransi yang menanggung dua jiwa atau lebih dengan premi dibayarkan sampai terjadi kematian terakhir dari seluruh tertanggung.

DAFTAR ARTI LAMBANG DAN SINGKATAN

x	:	Usia orang pertama
y	:	Usia orang kedua
w	:	Usia tertinggi dalam tabel mortalita
l_x	:	Jumlah orang yang berusia x tahun
l_y	:	Jumlah orang yang berusia y tahun
l_{x+t}	:	Jumlah orang yang berusia $x + t$ tahun
l_{y+t}	:	Jumlah orang yang berusia $y + t$ tahun
${}_t d_x$:	Jumlah orang yang meninggal antara usia x tahun dan $x + t$ tahun
${}_t q_x$:	Peluang kegagalan hidup seseorang yang berusia x tahun mencapai $x + t$ tahun
${}_t q_y$:	Peluang kegagalan hidup seseorang yang berusia y tahun mencapai $y + t$ tahun
${}_t q_{xy}$:	Peluang kegagalan hidup dua orang yang berturut-turut berusia x dan y tahun mencapai $x + t$ dan $y + t$ tahun
${}_t q_{\overline{xy}}$:	Peluang kegagalan kehidupan status hidup terakhir dari dua orang yang berturut-turut berusia x dan y tahun mencapai $x + t$ dan $y + t$ tahun
${}_t p_x$:	Peluang hidup seseorang yang berusia x tahun hidup mencapai $x + t$ tahun
${}_t p_y$:	Peluang hidup seseorang yang berusia y tahun hidup mencapai $y + t$ tahun
${}_t p_{xy}$:	Peluang hidup dua orang yang berturut-turut berusia x dan y tahun hidup mencapai $x + t$ dan $y + t$ tahun
${}_t p_{\overline{xy}}$:	Peluang hidup status hidup terakhir dari dua orang yang berturut-turut berusia x dan y tahun mencapai $x + t$ dan $y + t$ tahun
i	:	Tingkat suku bunga

v	:	Faktor diskon yang melibatkan bunga
n	:	Jangka waktu suatu pembayaran
D_x	:	Simbol komutasi yang berkaitan dengan jumlah orang yang bertahan hidup untuk kasus diskrit. Dengan rumus $v^x l_x$
D_y	:	Simbol komutasi yang berkaitan dengan jumlah orang yang bertahan hidup untuk kasus diskrit. Dengan rumus $v^y l_y$
D_{xy}	:	Simbol komutasi yang berkaitan dengan jumlah orang yang bertahan hidup gabungan untuk kasus diskrit. Dengan rumus $v^{\frac{x+y}{2}} l_{xy}$
\bar{D}_x	:	Simbol komutasi yang berkaitan dengan jumlah orang yang bertahan hidup untuk kasus kontinu. Dengan rumus $\int_0^1 D_{x+t} dt$
\bar{D}_{xy}	:	Simbol komutasi yang berkaitan dengan jumlah orang yang bertahan hidup gabungan untuk kasus kontinu. Dengan rumus $\int_0^1 D_{xy+t} dt$
N_x	:	Simbol komutasi yang berkaitan dengan jumlah orang yang bertahan hidup untuk kasus diskrit didapat dari jumlahan D_x dari usia 0 hingga usia tertinggi
N_{xy}	:	Simbol komutasi yang berkaitan dengan jumlah orang yang bertahan hidup gabungan untuk kasus diskrit didapat dari jumlahan D_{xy} dari usia 0 hingga usia tertinggi
\bar{N}_x	:	Simbol komutasi yang berkaitan dengan jumlah orang yang bertahan hidup untuk kasus kontinu. Dengan rumus $\int_0^w D_{x+t} dt$

- \bar{N}_{xy} : Simbol komutasi yang berkaitan dengan jumlah orang yang bertahan hidup gabungan untuk kasus kontinu. Dengan rumus $\int_0^w D_{xy+t} dt$
- \ddot{a}_x : Anuitas awal seumur hidup seseorang yang berusia x tahun
- \ddot{a}_{xy} : Anuitas awal seumur hidup dua orang yang berturut-turut berusia x dan y tahun
- $\ddot{a}_{\overline{xy}}$: Anuitas awal seumur hidup pada status hidup terakhir dua orang yang berturut-turut berusia x dan y tahun
- a_x : Anuitas akhir seumur hidup seseorang yang berusia x tahun
- a_{xy} : Anuitas akhir seumur hidup dua orang yang berturut-turut berusia x dan y tahun
- $a_{\overline{xy}}$: Anuitas akhir seumur hidup pada status hidup terakhir dua orang yang berturut-turut berusia x dan y tahun
- \bar{a}_x : Anuitas kontinu seumur hidup seseorang yang berusia x tahun
- \bar{a}_{xy} : Anuitas kontinu seumur hidup dua orang yang berturut-turut berusia x dan y tahun
- $\bar{a}_{\overline{xy}}$: Anuitas kontinu seumur hidup pada status hidup terakhir dua orang yang berturut-turut berusia x dan y tahun
- $\ddot{a}_{x:\bar{n}}$: Anuitas awal berjangka n tahun seseorang yang berusia x tahun
- $\ddot{a}_{xy:\bar{n}}$: Anuitas awal berjangka n tahun dua orang yang berturut-turut berusia x dan y tahun
- $\ddot{a}_{\overline{xy}:\bar{n}}$: Anuitas awal berjangka n tahun pada status hidup terakhir dua orang yang berturut-turut berusia x dan y tahun
- $a_{x:\bar{n}}$: Anuitas akhir berjangka n tahun seseorang yang berusia x tahun

- $a_{xy:\bar{n}}$: Anuitas akhir berjangka n tahun dua orang yang berturut-turut berusia x dan y tahun
- $a_{\overline{xy}:\bar{n}}$: Anuitas akhir berjangka n tahun pada status hidup terakhir dua orang yang berturut-turut berusia x dan y tahun
- $\bar{a}_{x:\bar{n}}$: Anuitas kontinu berjangka n tahun seseorang yang berusia x tahun
- $\bar{a}_{xy:\bar{n}}$: Anuitas kontinu berjangka n tahun dua orang yang berturut-turut berusia x dan y tahun
- $\bar{a}_{\overline{xy}:\bar{n}}$: Anuitas kontinu berjangka n tahun pada status hidup terakhir dua orang yang berturut-turut berusia x dan y tahun
- ${}_n|ä_x$: Anuitas awal ditunda n tahun dengan pembayaran seumur hidup seseorang yang berusia x tahun
- ${}_n|ä_{xy}$: Anuitas awal ditunda n tahun dengan pembayaran seumur hidup dua orang yang berturut-turut berusia x dan y tahun
- ${}_n|ä_{\overline{xy}}$: Anuitas awal ditunda n tahun dengan pembayaran seumur hidup pada status hidup terakhir dua orang yang berturut-turut berusia x dan y tahun
- ${}_n|a_x$: Anuitas akhir ditunda n tahun dengan pembayaran seumur hidup seseorang yang berusia x tahun
- ${}_n|a_{xy}$: Anuitas akhir ditunda n tahun dengan pembayaran seumur hidup dua orang yang berturut-turut berusia x dan y tahun
- ${}_n|a_{\overline{xy}}$: Anuitas akhir ditunda n tahun dengan pembayaran seumur hidup pada status hidup terakhir dua orang yang berturut-turut berusia x dan y tahun

${}_n|\bar{a}_{\overline{xy}}$

: Anuitas kontinu ditunda n tahun dengan pembayaran seumur hidup pada status hidup terakhir dua orang yang berturut-turut berusia x dan y tahun

DAFTAR TABEL

Tabel 3.1 Ilustrasi status hidup gabungan untuk dua orang.....	41
Tabel 3.2 Ilustrasi status hidup terakhir untuk dua orang.....	85
Tabel 3.3 Formula anuitas hidup untuk status hidup terakhir dalam pembayaran diskrit dan kontinu	144
Tabel 3.4 Nilai implementasi dari formula anuitas hidup untuk status hidup terakhir dalam pembayaran diskrit dan kontinu.....	145

DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1. Tabel Mortalita Indonesia (TMI) 2011 Laki-laki	150
Lampiran 2. Tabel Mortalita Indonesia (TMI) 2011 Perempuan.....	155

ABSTRAK

ANALISIS ANUITAS KONTINU PADA STATUS HIDUP TERAKHIR

Oleh

Sherline Vicky Aisyiyah

24010116140046

Ketidakpastian yang terjadi dalam hidup manusia dapat menyebabkan risiko. Salah satu cara untuk mengurangi risiko tersebut ialah dengan mengikuti asuransi jiwa. Untuk mendapatkan uang pertanggungan, seseorang yang terdaftar dalam asuransi jiwa diwajibkan untuk membayar premi. Besarnya nilai premi dipengaruhi oleh anuitas dan jenis asuransi yang akan diikuti. Asuransi *last survivor* lebih menguntungkan bagi nasabah dikarenakan peluang hidupnya tinggi. Pada Tugas Akhir ini akan dibahas mengenai perhitungan nilai tunai anuitas kontinu seumur hidup, anuitas kontinu berjangka, dan anuitas kontinu tertunda seumur hidup untuk status hidup terakhir. Perhitungan nilai tunai anuitas kontinu ini dilakukan dengan pendekatan diskrit serta menggunakan Tabel Mortalitas Indonesia (TMI) 2011 dikarenakan tabel untuk usia kontinu belum ada. Hasil akhir dari penelitian ini diperoleh nilai tunai anuitas kontinu seumur hidup lebih besar dibandingkan nilai tunai anuitas kontinu berjangka maupun nilai tunai anuitas kontinu tertunda seumur hidup pada status hidup terakhir. Hal ini dipengaruhi oleh jangka waktu asuransi yang ingin diikuti, semakin lama jangka waktu yang dipilih maka nilai tunai anuitasnya semakin tinggi.

Kata kunci: Anuitas, anuitas kontinu, anuitas *last survivor*, anuitas *multiple life*, status hidup terakhir

ABSTRACT

ANALYSIS OF CONTINUOUS ANNUITY ON LAST SURVIVOR STATUS

by

Sherline Vicky Aisyiyah

24010116140046

The uncertainty that happen in human life can cause risk. One way to reduce risk is join the life insurance. To get the sum insured, someone who registered in life insurance is required to pay premium. The amount of premium value affected by annuity and type of insurance that will followed. Last survivor insurance is more profitable for customers due to high life oppurtunity. In this final project will be discussed about the calculation for present value of whole life continuous annuity, temporary continuous annuity, and deffered whole life annuity on last survivor status. The calculation for present value of continuous annuityis carried out using a discrete approach and the Indonesian Mortality Table (TMI) 2011 because the table for continuous age does not yet exist. The final result of this research found that the present value of whole life continuous annuity is greater than present value of temporary continuous annuity or present value of deffered whole life annuity on last survivor status. This thing is affected by the insurance period that wants to be followed, the longer the period chosen then the higher present value of annuity that we got.

Keywords: Annuity, continuous annuity, last survivor, last survivor annuity, multiple life annuity