

SKRIPSI

ASPEK TERKAIT PADA AB-ALJABAR

THE RELATED ASPECTS ON AB-ALGEBRAS



NUR SOLLIKHAH

24010113130055

DEPARTEMEN MATEMATIKA

FAKULTAS SAINS DAN MATEMATIKA

UNIVERSITAS DIPONEGORO

SEMARANG

2020

SKRIPSI

ASPEK TERKAIT PADA AB-ALJABAR

THE RELATED ASPECTS ON AB-ALGEBRAS

Diajukan untuk memenuhi salah satu syarat memperoleh derajat

Sarjana Matematika (S.Mat)



NUR SOLLIKHAH

24010113130055

DEPARTEMEN MATEMATIKA

FAKULTAS SAINS DAN MATEMATIKA

UNIVERSITAS DIPONEGORO

SEMARANG

2020

HALAMAN PENGESAHAN
SKRIPSI
ASPEK TERKAIT PADA AB-ALJABAR

Telah dipersiapkan dan disusun oleh:

NUR SOLLIKHAH

24010113130055

Telah dipertahankan di depan Tim Penguji

pada tanggal 30 Juni 2020

Susunan Tim Penguji

Pembimbing II/Penguji,



Drs. Bayu Surarso, M.Sc, Ph.D
NIP. 196311051988031001

Mengetahui,
Ketua Departemen Matematika,



Dr. Susilo Hariyanto, M.Si
NIP.197410142000121001

Penguji,



Dr. Titi Udjiani SRRM, S.Si, M.Si
NIP. 196402231991022001

Pembimbing I/Penguji,



Suryoto, S.Si, M.Si
NIP. 196807141994031004

PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa Skripsi ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar kesarjanaan di suatu Perguruan Tinggi, dan sepanjang pengetahuan saya juga tidak terdapat karya atau pendapat yang pernah ditulis atau diterbitkan oleh orang lain, kecuali yang secara tertulis diacu dalam naskah ini dan disebutkan dalam daftar pustaka.

Semarang, Juni 2020



Nur Sollikhah

KATA PENGANTAR

Alhamdulillah segala puji syukur atas kehadiran Allah SWT yang telah memberikan rahmat dan karunia-Nya sehingga dapat terselesaikannya Tugas Akhir dengan judul “Aspek Terkait pada AB-Aljabar” sebagai salah satu syarat memperoleh gelar Sarjana Strata Satu (S1) pada Departemen Matematika Fakultas Sains dan Matematika Universitas Diponegoro.

Penyelesaian Tugas Akhir ini tak lepas dari dukungan berbagai pihak sehingga dalam kesempatan ini penulis ingin mengucapkan terima kasih kepada:

1. Bapak Dr. Susilo Hariyanto, M.Si selaku Ketua Departemen Matematika FSM Universitas Diponegoro.
2. Bapak Suryoto, S.Si, M.Si selaku Dosen Pembimbing I dan Bapak Drs. Bayu Surarso, M.Sc, Ph.D selaku Dosen Pembimbing II yang telah membimbing dan mengarahkan penulis hingga selesainya Tugas Akhir ini.
3. Ibu Siti Khabibah, M.Sc selaku Koordinator Tugas Akhir.
4. Bapak dan Ibu dosen Departemen Matematika FSM Universitas Diponegoro yang telah mencurahkan ilmu pengetahuan selama perkuliahan hingga menyelesaikan Tugas Akhir.
5. Orang tua dan keluarga yang telah mendukung dan mendoakan setiap waktu.
6. Teman-teman mahasiswa Matematika Universitas Diponegoro terkhusus angkatan 2013 yang selalu memberikan semangat dalam penulisan Tugas Akhir ini.

Oleh karena penulis menyadari bahwa Tugas Akhir ini masih jauh dari sempurna, maka penulis sangat mengharapkan kritik dan saran yang membangun dari pembaca. Semoga Tugas Akhir ini dapat bermanfaat di kemudian hari baik sebagai informasi maupun inspirasi bagi para pembaca.

Semarang, Juni 2020

Penulis

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL.....	i
HALAMAN PENGESAHAN.....	ii
HALAMAN PENYATAAN.....	iii
KATA PENGANTAR	iv
DAFTAR ISI.....	v
DAFTAR ARTI LAMBANG DAN SINGKATAN	vi
DAFTAR TABEL	vii
DAFTAR LAMPIRAN.....	viii
ABSTRAK	ix
ABSTRACT	x
BAB I PENDAHULUAN.....	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Perumusan Masalah.....	2
1.3 Tujuan Penulisan	2
1.4 Pembatasan Masalah	2
1.5 Manfaat Penulisan	2
1.6 Metode Penulisan	2
1.7 Sistematika Penulisan.....	2
BAB II DASAR TEORI	4
2.1 Himpunan dan Relasi	4
2.2 Operasi Biner	9
2.3 Teori Grup.....	12
BAB III PEMBAHASAN	21
3.1 AB -Aljabar	21
3.2 Keterkaitan AB -aljabar dan BCC -aljabar	39
3.3 Pembentukan AB -aljabar Faktor	53
BAB IV PENUTUP	59
DAFTAR PUSTAKA	
LAMPIRAN	

DAFTAR ARTI LAMBANG DAN SINGKATAN

$a\mathcal{R}b$	Elemen a berelasi dengan elemen b
\leq	Relasi terurut parsial
\sim	Relasi ekuivalensi
$(X; *, 0)$	Himpunan dengan operasi biner * dan elemen khusus 0
$\bigcup_{n=1}^{\infty} I_n$	Gabungan dari semua ideal
$\bigcap_{n=1}^{\infty} I_n$	Irisan dari semua ideal
G	Grup
$*$	Operasi biner
S	Subgrup atau subaljabar
\odot	Operasi biner komutatif

DAFTAR TABEL

Tabel 2.1 Operasi $+_4$ pada \mathbb{Z}_4	13
Tabel 3.1 Operasi " * " pada X	21
Tabel 3.2 Operasi " * " pada H	23
Tabel 3.3 Operasi * pada C	25
Tabel 3.4 Sifat Komutatif Operasi " \wedge " di C	26
Tabel 3.5 Operasi " * " pada S	34
Tabel 3.6 Operasi " * " pada Y	39
Tabel 3.7 Pembuktian (BCC5) pada Y	41
Tabel 3.8 Operasi " * " pada Q	45
Tabel 3.9 Pembuktian (AB1) pada Q	45
Tabel 3.10 Operasi " * " pada S'	48

DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1. Pembuktian Asosiatif Operasi $+_4$ pada \mathbb{Z}_4	60
Lampiran 2. Pembuktian Aksioma (AB1) pada X	63
Lampiran 3. Pembuktian Aksioma (AB1) pada C	68
Lampiran 4. Pembuktian Aksioma AB -ideal	69
Lampiran 5. Pembuktian Aksioma (BCC1)	70
Lampiran 6. Pembuktian Aksioma BCC-ideal	78

ABSTRAK

ASPEK TERKAIT PADA AB -ALJABAR

oleh

Nur Sollikhah

24010113130055

Suatu AB -aljabar merupakan sebuah himpunan tak kosong yang mempunyai sebuah operasi biner dan elemen khusus yaitu elemen nol yang memenuhi aksioma-aksioma dari AB -aljabar. Oleh karena AB -aljabar merupakan generalisasi dari BCC -aljabar dan BCC -aljabar merupakan subkelas dari K -aljabar yang dibangun oleh suatu grup tak komutatif maka AB -aljabar merupakan subkelas dari K -aljabar yang dibangun oleh suatu grup tak komutatif. Sedemikian hingga AB -aljabar memiliki sifat-sifat yang berlaku dalam grup. Sebagaimana grup yang memiliki subgrup, AB -aljabar juga memiliki AB -subaljabar. Jika suatu grup yang memiliki subgrup normal dapat membentuk grup faktor, begitupun AB -aljabar yang memiliki AB -ideal dapat membentuk AB -aljabar faktor.

Kata kunci : Generalisasi BCC -aljabar, grup, AB -aljabar, AB -subaljabar, AB -ideal, AB -aljabar faktor.

ABSTRACT

THE RELATED ASPESCTS ON AB-ALGEBRAS

by

Nur Sollikhah

24010113130055

An AB-algebra is a non-empty set which has a binary operation and a constant element that is zero that satisfies the axioms of AB-algebra. Because of AB-algebras is a generalization of BCC-algebra and BCC-algebra is sub-class of K-algebra generated by non-commutative group, so AB-algebra has the properties that held the group. Likewise, the group has subgroup, AB-algebra also have AB-subalgebra. If a group that has a normal subgroup can formed quotient of group, so AB-algebras that has an AB-ideal can formed quotient of AB-algebras.

Keywords : Generalization of BCC-algebra, group, AB-algebras, AB-subalgebras, AB-ideal, quotient of AB-algebras.