

SKRIPSI

KARAKTERISTIK Z-ALJABAR

CHARACTERISTICS OF Z-ALGEBRA



FIRMAN ALI MUTHOHAR

24010115130052

**DEPARTEMEN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN MATEMATIKA
UNIVERSITAS DIPONEGORO
SEMARANG**

2020

SKRIPSI

KARAKTERISTIK Z-ALJABAR

CHARACTERISTICS OF Z-ALGEBRA

Diajukan untuk memenuhi salah satu syarat memperoleh derajat
Sarjana Maematika (S.Mat.)



FIRMAN ALI MUTHOHAR

24010115130052

**DEPARTEMEN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN MATEMATIKA
UNIVERSITAS DIPONEGORO
SEMARANG**

2020

HALAMAN PENGESAHAN

SKRIPSI

KARAKTERISTIK Z-ALJABAR

Telah dipersiapkan dan disusun oleh:

Firman Ali Muthohar

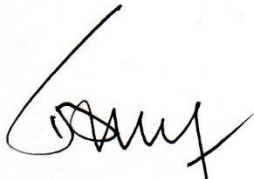
24010115130052

Telah dipertahankan di depan Tim Penguji

pada tanggal 11 Februari 2020

Susunan Tim Penguji

Pembimbing II/Penguji,



Prof. Dr. Widowati, S.Si, M.Si

NIP. 196902141994032002

Penguji,



Suryoto, S.Si, M.Si

NIP. 196807141994031004

Mengetahui,

Ketua Departemen Matematika,



Dr. Susilo Hariyanto, S.Si, M.Si

NIP. 197410142000121001

Pembimbing I/Penguji,



Drs. Y. D. Sumanto, M.Si

NIP. 196409181993011002

PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa Skripsi ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar kesarjanaan di suatu Perguruan Tinggi, dan sepanjang pengetahuan saya juga tidak terdapat karya atau pendapat yang pernah ditulis atau diterbitkan oleh orang lain, kecuali yang secara tertulis diacu dalam naskah ini dan disebutkan dalam daftar pustaka.

Semarang, 6 Januari 2020



Firman Ali Muthohar

KATA PENGANTAR

Puji syukur penulis panjatkan kepada Allah SWT yang telah memberikan rahmat dan karunia-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan Tugas Akhir dengan judul “KARAKTERISTIK Z-ALJABAR” ini dengan baik. Tugas Akhir ini merupakan salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Strata Satu (S1) pada Departemen Matematika, Fakultas Sains dan Matematika, Universitas Diponegoro.

Berbagai pihak banyak yang telah membantu penulis dalam penyelesaian Tugas Akhir ini. Dalam kesempatan kali ini, penulis ingin menyampaikan terima kasih kepada :

1. Dr. Susilo Hariyanto, M.Si, selaku Ketua Departemen Matematika, Fakultas Sains dan Matematika, UNDIP yang telah memberikan izin dalam menyelesaikan Tugas Akhir ini.
2. Drs. Y. D. Sumanto, M.Si, selaku dosen pembimbing I yang telah meluangkan waktu memberikan bimbingan dan arahan dalam menyelesaikan Tugas Akhir ini.
3. Prof. Dr. Widowati, S.Si,M.Si, selaku dosen pembimbing II yang telah meluangkan waktu memberikan bimbingan dan arahan dalam menyelesaikan Tugas Akhir ini.
4. Bapak dan Ibu Dosen Departemen Matematika yang telah memberikan ilmunya kepada penulis selama perkuliahan.
5. Keluarga tercinta, dan sahabat-sahabat yang selalu *men-support* dan mendoakan penulis selama ini.
6. Semua pihak yang ikut membantu hingga selesainya penyusunan Tugas Akhir ini, yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu.

Penulis menyadari dalam penyusunan Tugas Akhir ini masih banyak kekurangan, untuk itu penulis mengharapkan kritik dan sarannya guna

penyempurnaan Tugas Akhir ini. Semoga Tugas Akhir ini dapat bermanfaat bagi semua pihak.

Semarang, 6 Januari 2020

Penulis

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL.....	ii
HALAMAN PENGESAHAN	iii
PERNYATAAN	iv
KATA PENGANTAR.....	v
DAFTAR ISI	vii
DAFTAR SIMBOL.....	viii
DAFTAR TABEL.....	ix
ABSTRAK	xi
ABSTRACT	xii
BAB I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang.....	1
1.2 Permasalahan.....	1
1.3 Pembatasan Masalah.....	2
1.4 Tujuan Penulisan	2
1.5 Sistematika Penulisan	2
BAB II LANDASAN TEORI.....	4
2.1 Himpunan.....	4
2.2 Pemetaan dan Operasi Biner	5
2.3 Ideal	9
BAB III PEMBAHASAN	13
3.1. Z-aljabar	13
3.2. Z-homomorfisma.....	32
3.3. Z-ideal.....	36
3.4. Z-filter	38
BAB IV PENUTUP	42
DAFTAR PUSTAKA	43

DAFTAR SIMBOL

$*$, Δ , \circ	: Operasi biner
0	: Elemen khusus dari Z -aljabar
$ZA1, ZA2, ZA3, ZA4$: Aksioma pada Z -aljabar
$ZI1, ZI2$: Aksioma pada Z -ideal
$\varphi: X \rightarrow Y$: Pemetaan φ dari X ke Y
$A \times A$: Hasil kali kartesius antara himpunan A dengan A
■	: Akhir dari pembuktian

DAFTAR TABEL

Tabel 2. 1 Operasi * pada S	8
Tabel 3. 1 Operasi * pada X	14
Tabel 3. 2 Operasi * pada Y	16
Tabel 3. 3 Operasi * pada X	18
Tabel 3. 4 Operasi * pada X	19
Tabel 3. 5 Operasi * pada A	21
Tabel 3. 6 Operasi * pada B	21
Tabel 3. 7 Operasi * pada C	22
Tabel 3. 8 Operasi * pada D	22
Tabel 3. 9 Operasi * pada E	22
Tabel 3. 10 Operasi * pada F	22
Tabel 3. 11 Operasi * pada G	23
Tabel 3. 12 Operasi * pada H	23
Tabel 3. 13 Operasi * pada I	23
Tabel 3. 14 Operasi * pada J	24
Tabel 3. 15 Operasi * pada K	24
Tabel 3. 16 Operasi * pada L	24
Tabel 3. 17 Operasi * pada M	25
Tabel 3. 18 Operasi * pada N	25
Tabel 3. 19 Operasi * pada O	25
Tabel 3. 20 Operasi * pada P	26
Tabel 3. 21 Operasi * pada Q	26
Tabel 3. 22 Operasi * pada R	26
Tabel 3. 23 Operasi * pada S	26
Tabel 3. 24 Operasi * pada T	27
Tabel 3. 25 Operasi * pada U	27
Tabel 3. 26 Operasi * pada V	28
Tabel 3. 27 Operasi * pada X	32

Tabel 3. 28 Kebenaran $\varphi: X \rightarrow X$ Z -homomorfisma	32
Tabel 3. 29 Operasi $*$ pada X	33
Tabel 3. 30 Operasi Δ pada Y	33
Tabel 3. 31 Kebenaran $f: X \rightarrow Y$ Z -homomorfisma	33
Tabel 3. 32 Kebenaran $\varphi: X \rightarrow X$ Z -homomorfisma	35

ABSTRAK

KARAKTERISTIK Z-ALJABAR

Oleh

Firman Ali Muthohar

24010115130052

Z-aljabar merupakan suatu himpunan tidak kosong X dengan operasi biner $*$ dan memenuhi aksioma-aksioma tertentu. Seperti halnya dalam struktur aljabar lain, seperti Grup dan Ring, dalam Z-aljabar juga mempunyai istilah seperti Z-subaljabar, Z-homomorfisma, Z-ideal, dan Z-filter. Pada skripsi ini membahas bagaimana struktur Z-aljabar tersebut, hubungan Z-subaljabar dengan Z-aljabar, Z-homomorfisma, Z-ideal dan Z-filter. Karakteristik dari Z-aljabar yaitu terdapat Z-subaljabar yang bukan Z-aljabar, terdapat Z-homomorfisma dengan $f(0) \neq 0'$ dan Z-idealnya hanya terdapat Z-ideal unit.

Kata kunci : Z-aljabar, Z-subaljabar, Z-homomorfisma, Z-ideal

ABSTRACT

CHARACTERISTICS OF Z-ALGEBRA

By

Firman Ali Muthohar

24010115130052

Z-algebra is a non-empty set with binary operations ‘*‘ and satisfies certain axioms. As in other algebraic structures, such as Groups and Rings, Z-algebra also have terms such as Z-subalgebra, Z-homomorphism, Z-ideal, and Z-filter. This final project discusses the structure of Z-algebra, the relationship between Z-algebra and Z-algebra, Z-homomorphism, Z-ideal and Z-filter. The characteristics of Z-algebra are the existence of Z-subalgebra that is not Z-algebra, the presence of Z-homomorphism with $f(0) \neq 0'$ and there is only Z-ideal units in a Z-algebra.

Keyword : Z-algebra, Z-subalgebra, Z-homomorphism, Z-ideal