

SKRIPSI

**IMPLEMENTASI ZERO-ONE MULTIDIMENSIONAL KNAPSACK
PROBLEM DENGAN METODE BRANCH AND BOUND**

***IMPLEMENTATION ZERO-ONE MULTIDIMENSIONAL KNAPSACK
PROBLEM WITH BRANCH AND BOUND METHOD***



CATUR RIZKI KUSUMAWATI

24010113120019

**DEPARTEMEN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN MATEMATIKA
UNIVERSITAS DIPONEGORO
SEMARANG**

2020

SKRIPSI

**IMPLEMENTASI ZERO-ONE MULTIDIMENSIONAL KNAPSACK
PROBLEM DENGAN METODE BRANCH AND BOUND**

***IMPLEMENTATION ZERO-ONE MULTIDIMENSIONAL KNAPSACK
PROBLEM WITH BRANCH AND BOUND METHOD***

Diajukan untuk memenuhi salah satu syarat memperoleh derajat

Sarjana Matematika (S.Mat)



CATUR RIZKI KUSUMAWATI

24010113120019

DEPARTEMEN MATEMATIKA

FAKULTAS SAINS DAN MATEMATIKA

UNIVERSITAS DIPONEGORO

SEMARANG

2020

HALAMAN PENGESAHAN
SKRIPSI
IMPLEMENTASI ZERO-ONE MULTIDIMENSIONAL KNAPSACK
PROBLEM DENGAN METODE BRANCH AND BOUND

Telah dipersiapkan dan disusun oleh:

CATUR RIZKI KUSUMAWATI

24010113120019

Telah dipertahankan di depan Tim Penguji

pada tanggal 31 Januari 2020

Susunan Tim Penguji

Pembimbing II/Penguji,



Siti Khabibah, M.Sc
NIP. 197910182006042001

Mengetahui,

Ketua Departemen Matematika,



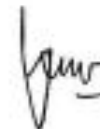
Dr. Susilo Hariyanto, M.Si
NIP.197410142000121001

Penguji,



Solikhin, S.Si, M.Sc
NIP. 198506302012121001

Pembimbing I/Penguji,



Dr. Hj. Sunarsih, M.Si
NIP. 195809011986032002

PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa Skripsi ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar kesarjanaan di suatu Perguruan Tinggi, dan sepanjang pengetahuan saya juga tidak terdapat karya atau pendapat yang pernah ditulis atau diterbitkan oleh orang lain, kecuali yang secara tertulis diacu dalam naskah ini dan disebutkan dalam daftar pustaka.

Semarang, Januari 2020



Catur Rizki Kusumawati

Kupersembahkan karya ini untuk:

Ibu dan Ayah

Serta segenap keluarga tercinta

KATA PENGANTAR

Alhamdulillah segala puji syukur penulis panjatkan kehadirat Allah SWT yang telah memberikan rahmat dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan Tugas Akhir dengan judul “Implementasi *Zero-One Multidimensional Knapsack Problem* dengan Metode *Branch and Bound*” sebagai salah satu syarat memperoleh gelar Sarjana Strata Satu (S1) pada Departemen Matematika Fakultas Sains dan Matematika Universitas Diponegoro.

Penulis mengucapkan terimakasih kepada Universitas Diponegoro yang telah memberikan kesempatan kepada penulis untuk menempuh pendidikan di Universitas Diponegoro. Penyelesaian Tugas Akhir ini tak lepas dari dukungan berbagai pihak sehingga dalam kesempatan ini penulis ingin mengucapkan terima kasih kepada:

1. Bapak Dr. Susilo Hariyanto, M.Si selaku Ketua Departemen Matematika FSM Universitas Diponegoro.
2. Ibu Dr. Hj. Sunarsih, M.Si selaku Dosen Pembimbing I dan Ibu Siti Khabibah, M.Sc selaku Dosen Pembimbing II yang telah membimbing dan mengarahkan penulis hingga selesainya Tugas Akhir ini.
3. Ibu Siti Khabibah, M.Sc selaku Koordinator Tugas Akhir.
4. Bapak dan Ibu dosen Departemen Matematika FSM Universitas Diponegoro dimana penulis mendapatkan ilmu pengetahuan selama perkuliahan hingga menyelesaikan Tugas Akhir.
5. Orang tua dan keluarga penulis yang selama ini selalu mendukung dan mendoakan setiap waktu.
6. Teman-teman mahasiswa Matematika Universitas Diponegoro yang telah membantu sebagai teman diskusi dalam penulisan Tugas Akhir ini.
7. Semua pihak yang tidak dapat penulis sebutkan satu per satu.

Oleh karena penulis menyadari bahwa Tugas Akhir ini masih jauh dari sempurna, maka penulis sangat mengharapkan kritik dan saran yang membangun

dari pembaca. Semoga Tugas Akhir ini dapat bermanfaat di kemudian hari baik sebagai informasi maupun inspirasi bagi para pembaca.

Semarang, Januari 2020

Penulis

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL.....	i
HALAMAN PENGESAHAN.....	ii
HALAMAN PERNYATAAN	iii
HALAMAN PERSEMBAHAN	iv
KATA PENGANTAR	v
DAFTAR ISI.....	vii
DAFTAR ARTI LAMBANG DAN SINGKATAN	ix
DAFTAR TABEL.....	xi
DAFTAR GAMBAR	xii
DAFTAR LAMPIRAN	xiii
ABSTRAK	xiv
ABSTRACT	xv
BAB I PENDAHULUAN.....	1
1. 1 Latar Belakang.....	1
1. 2 Perumusan Masalah.....	3
1. 3 Tujuan Penulisan	4
1. 4 Pembatasan Masalah.....	4
1. 5 Manfaat Penulisan	4
1. 6 Metode Penulisan.....	4
1. 7 Sistematika Penulisan	5
BAB II TEORI PENUNJANG	6
2.1 Himpunan	6
2.2 Model Program Linear.....	7
2.3 Pemrograman Bilangan Bulat (<i>Integer Programming</i>).....	13
2.4 Permasalahan Knapsack	15

2.5 Hubungan antara <i>Multidimensional Knapsack Problem</i> , Pemrograman Bilangan Bulat dan Program Linear.....	19
2.6 Metode <i>Branch and Bound</i>	20
BAB III PEMBAHASAN.....	27
3.1 <i>Zero-One Multidimensional Knapsack Problem</i> (0-1 MKP)	27
3.2 Penyelesaian Model 0-1 MKP dengan Metode <i>Branch and Bound</i>	28
3.3 Simulasi Numerik Model 0-1 MKP dengan Metode <i>Branch and Bound</i>	34
3.3.1 Data Permasalahan Simulasi Numerik.....	34
3.3.2 Pencarian Solusi Optimum Contoh 1	36
3.3.3 Pencarian Solusi Optimum Permasalahan Usaha Dagang Rama Salad..	47
BAB IV PENUTUP	69
DAFTAR PUSTAKA	
LAMPIRAN	

DAFTAR ARTI LAMBANG DAN SINGKATAN

- p_j : Keuntungan yang didapat apabila item j dimuat dalam knapsack.
- x_j : Variabel keputusan untuk item j .
- w_j : Bobot (*weight*) dari item j .
- c : Kapasitas yang tersedia dari knapsack.
- b_j : Salinan identik dari item j .
- w_{ij} : Bobot (*weight*) dari item j untuk kendala ke- i .
- c_i : Kapasitas knapsack pada kendala ke- i .
- p_{ij} : *Profit* yang didapatkan dari item ke- i dan j .
- x_{ij} : Variabel keputusan item j untuk kelas ke- i .
- w_{ij} : Bobot (*weight*) dari item ke- j pada kelas ke- i .
- BnB : Branch and Bound
- MKP : *Multidimensional Knapsack Problem*
- N : Himpunan banyaknya item yang akan dimuat dalam knapsack dengan
 $N = \{1, 2, \dots, n\}$
- M : Himpunan banyaknya kendala yang dihadapi oleh knapsack dengan
 $M = \{1, 2, \dots, m\}$
- $a_{i,j}$: Bobot dari item j pada kendala ke- i
- b_i : Kapasitas maksimal knapsack pada kendala ke- i
- v_j : Keuntungan yang didapatkan apabila item j dimuat dalam knapsack.

- $R(i)$: Urutan besarnya rasio $v_j/a_{i,j}$ yang dikaitkan dengan variabel j dan kendala i .
- $Z_i(n)$: Hasil dari solusi pecahan optimal yang memenuhi kendala ke- i pada node n .
- $Z_0(n)$: Solusi integer optimal yang dapat dicapai pada node n dengan adanya variabel yang telah ditentukan.
- $B(n)$: Nilai batas atas yang dicapai pada node n dengan

$$B(n) = \min\{Z_1(n), Z_2(n), \dots, Z_M(n)\}$$
- I_n : Himpunan item atau variabel yang memiliki nilai tetap 1 pada node n .
- E_n : Himpunan item atau variabel yang memiliki nilai tetap 0 pada node n .
- A^c : Komplemen dari A.
- \Re : Bilangan riil non-negatif.
- Z : bilangan bulat non-negatif.
- \cup : Gabungan himpunan.
- \cap : Irisan himpunan.
- ϕ : Himpunan kosong.

DAFTAR TABEL

Tabel 2.1 Model umum program linear	11
Tabel 3.1 Data massa dan harga buah	35
Tabel 3.2 Nilai rasio item $(v_j/a_{i,j})$ permasalahan Contoh 1	37
Tabel 3.3 Peringkat rasio terhadap kendala pada permasalahan Contoh 1	37
Tabel 3.4 Pengaturan ulang variabel baru permasalahan Contoh 1	38
Tabel 3.5 Daftar kalori yang dihasilkan oleh masing-masing buah.....	50
Tabel 3.6 Ukuran buah yang dibutuhkan, harga, dan kalori yang dihasilkan	51
Tabel 3.7 Nilai rasio item $(v_j/a_{i,j})$ permasalahan Usaha Dagang Rama Salad ...	53
Tabel 3.8 Peringkat rasio terhadap kendala permasalahan Usaha Dagang Rama Salad.....	53
Tabel 3.9 Pengaturan ulang variabel baru pada permasalahan Usaha Dagang Rama Salad.....	54

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1 Flow chart pemecahan persoalan program linear.....	10
Gambar 2.2 Hubungan MKP, PBB, dan PL	20
Gambar 2.3 Pohon penyelesaian dari metode <i>Branch and Bound</i>	21
Gambar 2.4 Gambar pencabangan pada iterasi pertama untuk Contoh 2.3	24
Gambar 3.1 Pohon keputusan solusi permasalahan Contoh 1	47
Gambar 3.2 Pohon keputusan solusi permasalahan Usaha Dagang Rama Salad .	66

DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1. Pencabangan setiap node pada permasalahan Contoh 1	71
Lampiran 2. Pencabangan setiap node pada permasalahan Usaha Dagang Rama Salad	72

ABSTRAK

IMPLEMENTASI ZERO-ONE MULTIDIMENSIONAL KNAPSACK PROBLEM DENGAN METODE BRANCH AND BOUND

oleh

Catur Rizki Kusumawati

24010113120019

Knapsack adalah wadah yang digunakan untuk menyimpan benda-benda dengan ukuran yang sama atau kurang dalam beberapa kapasitas. Masalah yang biasa timbul yaitu pemilihan item/barang yang dapat memaksimalkan nilai fungsi tujuan dari objek-objek yang akan dimasukkan ke dalam wadah dengan kapasitas terbatas. *Multidimensional Knapsack Problem* (MKP) merupakan sebuah model optimasi yang digunakan pada masalah knapsack dengan kumpulan kendala sumber yang berbeda atau satu kendala yang terdiri dari atribut multidimensional. *Multidimensional Knapsack Problem* dapat digunakan untuk menyelesaikan permasalahan memaksimalkan fungsi tujuan dengan beberapa kendala atau batasan yang dihadapi. Setelah model *Multidimensional Knapsack Problem* pada Tugas Akhir ini dikaji, dilakukan solusi numerik menggunakan metode *Branch and Bound* dapat dicapai fungsi tujuan optimal dengan memenuhi semua kendala m yang dihadapi.

Kata kunci : Metode *Branch and Bound*, *Multidimensional Knapsack Problem*

ABSTRACT

IMPLEMENTATION ZERO-ONE MULTIDIMENSIONAL KNAPSACK PROBLEM WITH BRACH AND BOUND METHOD

by

Catur Rizki Kusumawati

24010113120019

Knapsack is container used to store items of the same size or less in several capacities. The usual problem arises is the selection of items that can maximize the objective value of objects to be put into containers with limited capacity. Multidimensional Knapsack Problem (MKP) is an optimization model that is used in knapsack problems with collection of different sources or a conflict that consists of multidimensional attributes. Multidimensional Knapsack Problems can be used to solved problem maximizing the objective function with some of the constraints or boundaries faced. After the Multidimensional knapsack Problem models in this final project is examined, a numerical solution using the Branch and Bound method can complete the optimal objective function by fulfilling all the m single-constraint.

Keyword : Branch and Bound method, Multidimensional Knapsack Problem (MKP)