

SKRIPSI

**PENYELESAIAN MASALAH TRANSPORTASI BILANGAN BULAT
INTERVAL PENUH DENGAN *MID-WIDTH-INTERVAL VERSION*
OF VAM DAN *INTERVAL VERSION OF MODI***

***SOLVING FULLY INTERVAL INTEGER TRANSPORTATION PROBLEM
WITH MID-WIDTH-INTERVAL VERSION OF VAM AND
INTERVAL VERSION OF MODI***



ATRILIA SURANINGSIH

24010116120011

**DEPARTEMEN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN MATEMATIKA
UNIVERSITAS DIPONEGORO
SEMARANG**

2020

SKRIPSI

**PENYELESAIAN MASALAH TRANSPORTASI BILANGAN BULAT
INTERVAL PENUH DENGAN *MID-WIDTH-INTERVAL VERSION*
OF VAM DAN *INTERVAL VERSION OF MODI***

***SOLVING FULLY INTERVAL INTEGER TRANSPORTATION PROBLEM
WITH MID-WIDTH-INTERVAL VERSION OF VAM AND
INTERVAL VERSION OF MODI***

Diajukan untuk memenuhi salah satu syarat memperoleh derajat
Sarjana Matematika (S.Mat.)



ATRILIA SURANINGSIH

24010116120011

**DEPARTEMEN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN MATEMATIKA
UNIVERSITAS DIPONEGORO
SEMARANG**

2020

HALAMAN PENGESAHAN

SKRIPSI

**PENYELESAIAN MASALAH TRANSPORTASI BILANGAN BULAT
INTERVAL PENUH DENGAN *MID-WIDTH-INTERVAL VERSION*
OF VAM DAN *INTERVAL VERSION OF MODI***

Telah dipersiapkan dan disusun oleh:

ATRILIA SURANINGSIH

24010116120011

Telah dipertahankan di depan Tim Penguji
pada tanggal 26 Agustus 2020

Susunan Tim Penguji

Pembimbing II/Penguji,



Suryoto, S.Si., M.Si.
NIP. 19687141994031004

Mengetahui,
Ketua Departemen Matematika,



Dr. Susilo Hariyanto, S.Si, M.Si.
NIP. 197410142000121001

Penguji,



Robertus Heri Soelistyo U., S.Si., M.Si.
NIP. 197202031998021001

Pembimbing I/Penguji,



Dr. R. Heru Tjahjana, S.Si., M.Si.
NIP. 197407172000121001

PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa Skripsi ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar kesarjanaan di suatu Perguruan Tinggi, dan sepanjang pengetahuan saya juga tidak terdapat karya atau pendapat yang pernah ditulis atau diterbitkan oleh orang lain, kecuali yang secara tertulis diacu dalam naskah ini dan disebutkan dalam daftar pustaka.

Semarang, Agustus 2020

Atrilia Suraningsih

Kupersembahkan karya ini untuk :

*Ibu, Bapak, Kakak dan Adik
serta segenap keluarga tercinta*

KATA PENGANTAR

Puji syukur kepada Allah SWT yang telah melimpahkan rahmat dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan penyusunan skripsi dengan judul “Penyelesaian Masalah Transportasi Bilangan Bulat Interval Penuh dengan *Mid-Width-Interval Version of VAM* dan *Interval Version of MODI*”. Skripsi ini disusun sebagai syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Strata Satu (S1) pada Departemen Matematika, Fakultas Sains dan Matematika, Universitas Diponegoro, Semarang.

Pada penyusunan skripsi ini banyak pihak yang telah membantu, maka penulis menyampaikan rasa hormat dan ucapan terima kasih kepada :

1. Dr. Susilo Hariyanto, M.Si., selaku Ketua Departemen Matematika Fakultas Sains dan Matematika Universitas Diponegoro.
2. Dr. R. Heru Tjahjana, S.Si., M.Si. selaku dosen pembimbing I yang telah memberikan bimbingan dan pengarahan dalam menyelesaikan skripsi ini.
3. Bapak Suryoto, S.Si., M.Si. selaku dosen pembimbing II yang telah memberikan bimbingan dan pengarahan dalam menyelesaikan skripsi ini.
4. Kedua orang tua, kakak, dan adik yang telah memberikan doa dan dukungan.
5. Semua pihak yang ikut membantu hingga selesainya penyusunan skripsi ini

Penulis menyadari bahwa penulisan skripsi ini masih terdapat banyak kekurangan. Oleh karena itu, penulis mengharapkan kritik dan saran yang membangun guna penyempurnaan skripsi ini. Penulis berharap semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi banyak pihak.

Semarang, Agustus 2020

Penulis

DAFTAR ISI

HALAMAN SAMPUL LUAR	i
HALAMAN JUDUL.....	ii
HALAMAN PENGESAHAN.....	iii
HALAMAN PERNYATAAN	iv
HALAMAN PERSEMBAHAN	v
KATA PENGANTAR	vi
DAFTAR ISI.....	vii
DAFTAR TABEL.....	ix
DAFTAR GAMBAR	xii
DAFTAR ARTI LAMBANG DAN SINGKATAN	xiii
ABSTRAK	xvi
ABSTRACT.....	xvii
BAB I PENDAHULUAN.....	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Perumusan Masalah.....	2
1.3 Pembatasan Masalah	2
1.4 Tujuan Penulisan	2
1.5 Manfaat Penulisan	3
1.6 Metodologi Penulisan.....	3
1.7 Sistematika Penulisan.....	4
BAB II LANDASAN TEORI.....	5
2.1 Himpunan	5
2.2 Interval	6
2.2.1 Notasi Titik Ujung dan Kesamaan Interval	6
2.2.2 Degenerasi pada Interval	7
2.2.3 Irisan, Gabungan, dan Inklusi	7

2.2.4	<i>Midpoint</i> dan <i>Half Width</i>	8
2.2.5	Relasi Pengurutan pada Interval	9
2.2.6	Operasi Aritmetika Interval	10
2.3	Program Linier	14
2.3.1	Model Program Linier	15
2.3.2	Asumsi dalam Model Program Linier	16
2.3.3	Penyelesaian Program Linier	16
2.4	Masalah Transportasi	17
2.4.1	Model Masalah Transportasi	18
2.4.2	Metode Masalah Transportasi.....	25
BAB III PEMBAHASAN		30
3.1	Masalah Transportasi Bilangan Bulat Interval Penuh.....	30
3.2	Masalah Transportasi Bilangan Bulat Interval Penuh dengan Metode <i>Mid-Width</i>	33
3.3	Penyelesaian Masalah Transportasi Bilangan Bulat Interval Penuh dengan Metode <i>Mid-Width-Interval Version of VAM</i> dan <i>Interval Version of</i> MODI	40
3.3.1	<i>Mid-Width-Interval Version of Vogel's Approximation Method</i>	40
3.3.2	<i>Interval Version of Modified Distribution Method</i>	41
3.4	Penyelesaian Masalah Transportasi Bilangan Bulat Interval Penuh di UD Mandiri	64
3.4.1	Penghitungan Solusi Fisibel Masalah Transportasi Bilangan Bulat Interval Penuh di UD Mandiri	65
3.4.2	Penghitungan Solusi Optimal Masalah Transportasi Bilangan Bulat Interval Penuh di UD Mandiri	83
BAB IV KESIMPULAN		95
DAFTAR PUSTAKA		
LAMPIRAN		

DAFTAR TABEL

Tabel 2.1	Bentuk standar program linier.....	15
Tabel 2.2	Tabel masalah transportasi.....	19
Tabel 3.1	Tabel FIITP	31
Tabel 3.2	Biaya pendistribusian produk perusahaan farmasi.....	33
Tabel 3.3	Tabel awal FIITP Contoh 3.2.....	38
Tabel 3.4	Masalah Transportasi <i>Mid-Width</i> Contoh 3.2	38
Tabel 3.5	Tabel awal FIITP Contoh 3.3.....	42
Tabel 3.6	FIITP dengan <i>mid-width</i> dari Contoh 3.3.....	43
Tabel 3.7	Penambahan baris <i>dummy</i> pada FIITP Contoh 3.3	43
Tabel 3.8	Iterasi pertama IVAM Contoh 3.3.....	44
Tabel 3.9	Iterasi kedua IVAM Contoh 3.3	45
Tabel 3.10	Iterasi ketiga IVAM Contoh 3.3.....	46
Tabel 3.11	Iterasi keempat IVAM Contoh 3.3.....	47
Tabel 3.12	Iterasi kelima IVAM Contoh 3.3.....	48
Tabel 3.13	Iterasi keenam IVAM Contoh 3.3	49
Tabel 3.14	Iterasi ketujuh IVAM Contoh 3.3	50
Tabel 3.15	Solusi fisibel FIITP Contoh 3.3 dengan <i>Mid-Width-IVAM</i>	50
Tabel 3.16	Solusi optimal FIITP Contoh 3.3 dengan <i>Interval Version of MODI</i> ..	52
Tabel 3.17	Tabel awal FIITP Contoh 3.4.....	53
Tabel 3.18	FIITP dengan <i>mid-width</i> dari Contoh 3.4.....	54
Tabel 3.19	Penambahan baris <i>dummy</i> pada FIITP Contoh 3.4	54
Tabel 3.20	Iterasi pertama IVAM Contoh 3.4.....	55
Tabel 3.21	Iterasi kedua IVAM Contoh 3.4.....	56
Tabel 3.22	Iterasi ketiga IVAM Contoh 3.4.....	57
Tabel 3.23	Iterasi keempat IVAM Contoh 3.4.....	58
Tabel 3.24	Iterasi kelima IVAM Contoh 3.4.....	59

Tabel 3.25 Iterasi keenam IVAM Contoh 3.4	60
Tabel 3.26 Iterasi ketujuh IVAM Contoh 3.4	61
Tabel 3.27 Solusi fisibel FIITP Contoh 3.4 dengan <i>Mid-Width-IVAM</i>	61
Tabel 3.28 Solusi optimal FIITP Contoh 3.4 dengan <i>Interval Version of MODI</i> ..	63
Tabel 3.29 Persediaan gudang UD Mandiri	65
Tabel 3.30 Permintaan pelanggan UD Mandiri.....	65
Tabel 3.31 Biaya distribusi tepung galek per ton.....	65
Tabel 3.32 Tabel awal FIITP pendistribusian tepung galek.....	66
Tabel 3.33 FIITP dengan <i>mid-width</i> pendistribusian tepung galek.....	66
Tabel 3.34 Penambahan baris <i>dummy</i> pada FIITP pendistribusian tepung galek	67
Tabel 3.35 Penghitungan penalti iterasi pertama IVAM pada FIITP pendistribusian tepung galek.....	68
Tabel 3.36 Hasil iterasi pertama IVAM pada FIITP pendistribusian tepung galek	69
Tabel 3.37 Penghitungan penalti iterasi kedua IVAM pada FIITP pendistribusian tepung galek	70
Tabel 3.38 Hasil iterasi kedua IVAM pada FIITP pendistribusian tepung galek	71
Tabel 3.39 Penghitungan penalti iterasi ketiga IVAM pada FIITP pendistribusian tepung galek	72
Tabel 3.40 Hasil iterasi ketiga IVAM pada FIITP pendistribusian tepung galek.....	73
Tabel 3.41 Penghitungan penalti iterasi keempat IVAM pada FIITP pendistribusian tepung galek.....	74
Tabel 3.42 Hasil iterasi keempat IVAM pada FIITP pendistribusian tepung galek	75
Tabel 3.43 Penghitungan penalti iterasi kelima IVAM pada FIITP pendistribusian tepung galek	76

Tabel 3.44 Hasil iterasi kelima IVAM pada FIITP pendistribusian tepung gaplek	77
Tabel 3.45 Penghitungan penalti iterasi keenam IVAM pada FIITP pendistribusian tepung gaplek.....	78
Tabel 3.46 Hasil iterasi keenam IVAM pada FIITP pendistribusian tepung gaplek	79
Tabel 3.47 Penghitungan penalti iterasi ketujuh IVAM pada FIITP pendistribusian tepung gaplek.....	80
Tabel 3.48 Hasil iterasi ketujuh IVAM pada FIITP pendistribusian tepung gaplek	81
Tabel 3.49 Hasil iterasi delapan IVAM pada FIITP pendistribusian tepung gaplek.....	82
Tabel 3.50 Solusi fisibel <i>Mid-Width</i> -IVAM pada FIITP pendistribusian tepung gaplek.....	82
Tabel 3.51 Iterasi pertama IMODI pada FIITP pendistribusian tepung gaplek.....	85
Tabel 3.52 Hasil iterasi pertama IMODI pada FIITP pendistribusian tepung gaplek	86
Tabel 3.53 Iterasi kedua IMODI pada FIITP pendistribusian tepung gaplek	88
Tabel 3.54 Hasil iterasi kedua IMODI pada FIITP pendistribusian tepung gaplek	89
Tabel 3.55 Iterasi ketiga IMODI pada FIITP pendistribusian tepung gaplek	91
Tabel 3.56 Hasil iterasi ketiga IMODI pada FIITP pendistribusian tepung gaplek	92
Tabel 3.57 Hasil pengalokasian distribusi tepung gaplek UD Mandiri	94

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1	<i>Flowchart</i> penyelesaian masalah transportasi	18
Gambar 2.2	Jaringan masalah transportasi	19
Gambar 2.3	<i>Flowchart</i> metode VAM	26
Gambar 2.4	<i>Flowchart</i> metode MODI	29

DAFTAR ARTI LAMBANG DAN SINGKATAN

\in	: keanggotaan dari suatu himpunan
\notin	: bukan keanggotaan dari suatu himpunan
$S = \{x : p(x)\}$: himpunan S beranggotakan sebarang elemen x dimana memenuhi syarat $p(x)$
$[a, b]$: interval tertutup antara a dan b (termasuk a dan b)
\underline{x}	: batas bawah atau nilai minimum dalam interval X
\bar{x}	: batas atas atau nilai maksimum dalam interval X
$X = [\underline{x}, \bar{x}]$: interval tertutup X dengan batas bawah \underline{x} dan batas atas \bar{x}
$Y = [\underline{y}, \bar{y}]$: interval tertutup Y dengan batas bawah \underline{y} dan batas atas \bar{y}
\mathbb{R}	: himpunan semua bilangan riil
\mathbb{Z}	: himpunan semua bilangan bulat (integer)
$<$: tanda pertidaksamaan (kurang dari)
$>$: tanda pertidaksamaan (lebih dari)
\leq	: tanda pertidaksamaan (kurang dari atau sama dengan)
\geq	: tanda pertidaksamaan (lebih dari atau sama dengan)
$X \cap Y$: irisan antara interval X dan interval Y
$X \cup Y$: gabungan antara interval X dan interval Y
$X \subseteq Y$: interval X sub-interval dari Y
$\min\{\underline{x}, \underline{y}\}$: nilai minimum antara \underline{x} dan \underline{y}
$\max\{\bar{x}, \bar{y}\}$: nilai maksimum antara \bar{x} dan \bar{y}
$m(X)$: <i>midpoint</i> atau titik tengah pada suatu interval X
$w(X)$: <i>half width</i> atau setengah lebar pada suatu interval X
Z	: fungsi tujuan dari permasalahan

m	:	banyaknya sumber
n	:	banyaknya tujuan
i	:	nomor setiap sumber ($i = 1, 2, \dots, m$)
j	:	nomor setiap kegiatan yang menggunakan sumber ($j = 1, 2, \dots, n$)
a_{ij}	:	koefisien kendala pada program linier
b_i	:	ruas kanan kendala pada program linier
c_j	:	koefisien fungsi tujuan ke- j pada program linier
x_j	:	variabel keputusan ke- j pada program linier
a_i	:	kapasitas persediaan sumber i
b_j	:	kapasitas permintaan sumber j
c_{ij}	:	biaya pengiriman per unit dari sumber i ke tujuan j
x_{ij}	:	banyaknya unit yang dikirimkan dari sumber i ke tujuan j
$Z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij}$:	fungsi tujuan Z (total biaya transportasi) adalah total biaya pengiriman per unit dari sumber i ke tujuan j dikalikan total unit yang dikirimkan dari sumber i ke tujuan j
S_m	:	sumber ke- m
T_n	:	tujuan ke- n
x^*_{ij}	:	solusi fisibel awal x_{ij}
β_i	:	sebarang bilangan riil sumber i
k	:	suatu skalar bilangan riil
u_i	:	nilai yang dibebankan pada baris i
v_j	:	nilai yang dibebankan pada kolom j
k_{ij}	:	indeks perbaikan baris i kolom j

θ	:	besarnya penalti pada baris atau kolom
ε	:	nilai positif yang sangat kecil
$[a_i, p_i]$:	interval kapasitas persediaan barang di sumber ($i = 1, 2, \dots, m$)
$[b_j, q_j]$:	interval kapasitas permintaan di tujuan ($j = 1, 2, \dots, n$)
$[c_{ij}, d_{ij}]$:	interval biaya transportasi interval per unit dari sumber i ke tujuan j
$[x_{ij}, y_{ij}]$:	interval banyaknya unit yang akan diangkut dari sumber i ke tujuan j .
\otimes	:	operasi perkalian interval
$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n [c_{ij}, d_{ij}] \otimes [x_{ij}, y_{ij}]$:	total interval biaya pengiriman per unit dari sumber i ke tujuan j dikalikan total interval banyaknya unit yang dikirimkan dari sumber i ke tujuan j
$a = \langle m(a), w(a) \rangle$:	Interval a dengan <i>midpoint</i> dan <i>half width</i>
$\max \{w(a), w(b)\}$:	nilai maksimum antara <i>half width</i> interval a dan <i>half width</i> interval b
m^*_{ij}	:	solusi fisibel awal <i>midpoint</i>
w^*_{ij}	:	solusi fisibel awal <i>half width</i>
LP	:	<i>Linear Programming</i>
VAM	:	<i>Vogel's Approximation Method</i>
MODI	:	<i>Modified Distribution Method</i>
FIITP	:	<i>Fully Interval Integer Transportation Problem</i>
IVAM	:	<i>Interval Version of Vogel's Approximation Method</i>
IMODI	:	<i>Interval Version of Modified Distribution Method</i>

ABSTRAK

PENYELESAIAN MASALAH TRANSPORTASI BILANGAN BULAT INTERVAL PENUH DENGAN *MID-WIDTH-INTERVAL VERSION* OF VAM DAN *INTERVAL VERSION OF MODI*

oleh

Atrilia Suraningsih

24010116120011

Masalah transportasi bilangan bulat interval penuh merupakan masalah pendistribusian barang dari sejumlah sumber ke berbagai tujuan dengan parameter berupa interval. Pada skripsi ini, masalah transportasi bilangan bulat interval penuh diselesaikan tanpa dikonversi menjadi masalah transportasi klasik. Metode yang digunakan untuk menyelesaikan masalah transportasi bilangan bulat interval penuh yaitu metode *Mid-Width-Interval Version of VAM* dan *Interval Version of MODI*. Metode *Mid-Width-Interval Version of VAM* digunakan untuk menentukan solusi fisibel awal. Untuk menentukan solusi optimalnya, digunakan metode *Interval Version of MODI*, sedemikian sehingga diperoleh total biaya transportasi yang minimum.

Kata kunci: Masalah transportasi bilangan bulat interval penuh, metode *Mid-Width-Interval Version of VAM*, metode *Interval Version of MODI*.

ABSTRACT

SOLVING FULLY INTERVAL INTEGER TRANSPORTATION PROBLEM WITH MID-WIDTH-INTERVAL VERSION OF VAM AND INTERVAL VERSION OF MODI

by

Atrilia Suraningsih

24010116120011

Fully interval integer transportation problem is a problem of distributing goods from a number of sources to a number of destinations with all interval number parameters. In this final project, the fully interval integer transportation problem is obtained without converting the problem to the classical transportation problem. The methods for solving the fully interval integer transportation problem are Mid-Width-Interval Version of VAM and Interval Version of MODI. Mid-Width-Interval Version of VAM method is discussed to find the initial basic feasible solution. Meanwhile, to determine the optimal solution, the researcher used Interval Version of MODI method so that the total transportation cost is minimized.

Keywords: Fully interval integer transportation problem, Mid-Width-Interval Version of VAM method, Interval Version of MODI method.