

SKRIPSI
MENENTUKAN LINTASAN TERPENDEK PADA GRAF FUZZY
DENGAN ALGORITMA BICRITERION

DETERMINING SHORTEST PATH ON FUZZY GRAPH USING
BICRITERION ALGORITHM



ANGGUN ANISA

24010116130076

DEPARTEMEN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN MATEMATIKA
UNIVERSITAS DIPONEGORO
SEMARANG

2020

SKRIPSI
MENENTUKAN LINTASAN TERPENDEK PADA GRAF FUZZY
DENGAN ALGORITMA BICRITERION

DETERMINING SHORTEST PATH ON FUZZY GRAPH USING
BICRITERION ALGORITHM

Diajukan untuk memenuhi salah satu syarat memperoleh derajat

Sarjana Matematika (S.Mat.)



ANGGUN ANISA

24010116130076

DEPARTEMEN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN MATEMATIKA
UNIVERSITAS DIPONEGORO
SEMARANG

2020

HALAMAN PENGESAHAN

SKRIPSI

**MENENTUKAN LINTASAN TERPENDEK PADA GRAF FUZZY
DENGAN ALGORITMA BICRITERION**

Telah dipersiapkan dan disusun oleh

ANGGUN ANISA

24010116130076

Telah dipertahankan di depan Tim Penguji
pada tanggal 16 Oktober 2020

Susunan Tim Penguji

Pembimbing II/ Penguji,



Dr. Susilo Hariyanto, S.Si, M.Si

NIP 197410142000121001

Penguji,



Anindita Henindya P., S.Si, M.Mat

NIP 199305232019032021

Mengetahui,

a.n Ketua Departemen

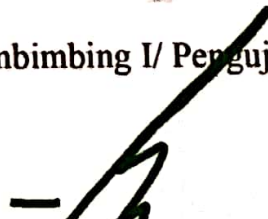
Sekretaris Prodi Matematika,



Suryoto, S.Si, M.Si

NIP 196807141994031004

Pembimbing I/ Penguji,



Bambang Irawanto, S.Si, M.Si

NIP 196707291994031001

PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa Skripsi ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar kesarjanaan di suatu Perguruan Tinggi, dan sepanjang pengetahuan saya juga tidak terdapat karya atau pendapat yang pernah ditulis atau diterbitkan oleh orang lain, kecuali yang secara tertulis diacu dalam naskah ini dan disebutkan dalam daftar pustaka.

Semarang, 16 Oktober 2020

Anggun Anisa

HALAMAN PERSEMBAHAN

Kupersembahkan karya ini untuk:

Ayah dan Mama

dan segenap keluarga tercinta

KATA PENGANTAR

Segala puji dan syukur atas kehadiran Allah yang Maha Pengasih dan lagi Maha Penyayang karena berkat rahmatnya sehingga penulis dapat menyelesaikan penyusunan tugas akhir yang berjudul “Menentukan Lintasan Terpendek Pada Graf *Fuzzy* Dengan Algoritma *Bicriterion*”. Tugas akhir ini disusun sebagai syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Strata Satu (S1) pada Departemen Matematika, Fakultas Sains dan Matematika, Universitas Diponegoro, Semarang.

Penyelesaian tugas akhir ini tidak lepas dari adanya bantuan, dukungan, saran, dan bimbingan dari berbagai pihak. Oleh karena itu penulis menyampaikan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada:

1. Bapak Dr. Susilo Hariyanto, S.Si, M.Si selaku Ketua Departemen Matematika Fakultas Sains dan Matematika Universitas Diponegoro sekaligus Dosen Pembimbing II yang telah meluangkan waktu dan pikiran untuk mengarahkan penulis dalam menyelesaikan tugas akhir ini sehingga menjadi karya yang baik memenuhi standar penulisan sebuah tugas akhir.
2. Bapak Bambang Irawanto, S.Si, M.Si selaku Dosen Pembimbing I yang telah meluangkan waktu dan pikiran untuk memberikan bimbingan, arahan, nasihat, dan motivasi kepada penulis dalam menyelesaikan tugas akhir ini dari awal sampai akhir.
3. Bapak dan Ibu Dosen Departemen Matematika Fakultas Sains dan Matematika Universitas Diponegoro yang telah memberikan ilmu pengetahuan dan membimbing penulis selama menempuh pendidikan.
4. Orang tua serta keluarga yang senantiasa memberi doa, dukungan, dan motivasi kepada penulis untuk menyelesaikan tugas akhir ini.
5. Semua pihak yang ikut membantu penyusunan tugas akhir ini yang tidak dapat disebutkan satu persatu.

Penulis menyadari bahwa tugas akhir ini masih jauh dari kata sempurna, baik dalam penulisan maupun isi. Oleh sebab itu penulis mengharapkan kritik dan saran yang bersifat membangun demi kesempurnaan tugas akhir ini. Semoga tugas akhir

ini dapat bermanfaat bagi penulis maupun pembaca dan Departemen Matematika Fakultas Sains dan Matematika Universitas Diponegoro.

Semarang, 16 Oktober 2020

Penulis

DAFTAR ISI

HALAMAN SAMBUNG LUAR.....	i
HALAMAN JUDUL.....	ii
LEMBAR PENGESAHAN.....	iii
PERNYATAAN.....	iv
HALAMAN PERSEMBAHAN.....	v
KATA PENGANTAR.....	vi
DAFTAR ISI.....	viii
DAFTAR TABEL.....	x
DAFTAR GAMBAR.....	xi
DAFTAR ARTI LAMBANG.....	xiv
ABSTRAK.....	xv
ABSTRACT.....	xvi
BAB I PENDAHULUAN.....	1
1.1 Latar belakang.....	1
1.2 Permasalahan.....	2
1.3 Tujuan.....	2
1.4 Manfaat.....	2
1.5 Metodologi Penulisan.....	3
1.6 Sistematika Penulisan.....	3
BAB II LANDASAN TEORI.....	4
2.1 Himpunan.....	4
2.1.1 Himpunan Tegas (<i>Crisp Set</i>).....	4
2.1.2 Himpunan Kabur (<i>Fuzzy Set</i>).....	6
2.2 Bilangan <i>Fuzzy</i>	12
2.3 Graf.....	15
2.3.1 Beberapa Jenis Graf Sederhana.....	21
2.3.2 Himpunan Dominasi.....	24
BAB III PEMBAHASAN.....	27
3.1 <i>Bicriterion Shortest Path (BSP)</i>	27

3.2 Perbandingan Bilangan <i>Fuzzy</i>	38
3.2.1 Bilangan <i>Fuzzy</i> Segitiga (TFN).....	38
3.2.2 Operasi Aritmatika Pada Bilangan <i>Fuzzy</i> Segitiga.....	42
3.2.3 Derajat Kebenaran.....	51
3.3 <i>Bicriterion Shortest Path Fuzzy Problem 1</i> (BSPFP 1).....	59
3.4 <i>Bicriterion Shortest Path Fuzzy Problem 2</i> (BSPFP 2).....	79
BAB IV PENUTUP.....	96
4.1 Kesimpulan.....	96
DAFTAR PUSTAKA.....	97

DAFTAR TABEL

Tabel 3.1	Label sementara dari contoh 3.9.....	37
Tabel 3.2	Label permanen dari contoh 3.9.....	37
Tabel 3.3	Biaya dari sisi (E) pada gambar 3.23.....	65
Tabel 3.4	Label sementara dari BSPFP 1 untuk contoh 3.25.....	78
Tabel 3.5	Label permanen dari BSPFP 1 untuk contoh 3.25.....	79
Tabel 3.6	Biaya <i>heuristic</i> dari setiap titik pada gambar 3.23.....	86
Tabel 3.7	Label sementara dari BSPFP 2 untuk contoh 3.30.....	94
Tabel 3.8	Label permanen dari BSPFP 2 untuk contoh 3.30.....	95

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1	Grafik fungsi keanggotaan himpunan A	5
Gambar 2.2	Grafik fungsi keanggotaan himpunan B	6
Gambar 2.3	Grafik dari himpunan <i>fuzzy</i> normal (kurva trapezium).....	8
Gambar 2.4	Grafik dari himpunan <i>fuzzy</i> konvek.....	9
Gambar 2.5	Grafik dari a -cut pada himpunan <i>fuzzy</i> A	10
Gambar 2.6	Grafik dari himpunan <i>fuzzy</i> normal dan konvek dengan <i>support</i> tidak terbatas.....	13
Gambar 2.7	Grafik dari himpunan <i>fuzzy</i> konvek dan <i>support</i> tidak terbatas tetapi tidak normal.....	14
Gambar 2.8	Grafik dari himpunan <i>fuzzy</i> normal dan konvek dengan <i>support</i> tidak terbatas.....	14
Gambar 2.9	Graf G_1	16
Gambar 2.10	Graf G_2	17
Gambar 2.11	Graf G_3	18
Gambar 2.12	Graf G_4	19
Gambar 2.13	Graf G_5 dan G_6	20
Gambar 2.14	Graf G_7	20
Gambar 2.15	Graf G_8	21
Gambar 2.16	Graf P_2	22
Gambar 2.17	Graf siklus C_4 , C_5 , dan C_6	22
Gambar 2.18	Graf lengkap K_4 dan graf tidak lengkap G_9	23
Gambar 2.19	Graf Berarah D_1	23
Gambar 2.20	Graf G_{10} dengan himpunan dominasi $S_1 = \{v_1, v_5\}$	24
Gambar 2.21	Graf G_{10} dengan himpunan dominasi $S_2 = \{v_2, v_4, v_7\}$	25
Gambar 2.22	Graf G_{10} dengan himpunan dominasi $S_3 = \{v_2, v_5\}$	25

Gambar 3.1	Graf berarah D_2	28
Gambar 3.2	Graf berarah D_3	28
Gambar 3.3	Graf berarah D_4	29
Gambar 3.4	Graf berarah D_5	31
Gambar 3.5	<i>Flowchart</i> algoritma Martins.....	33
Gambar 3.6	Graf berarah D_5 iterasi 1.....	34
Gambar 3.7	Graf berarah D_5 iterasi 2.....	35
Gambar 3.8	Graf berarah D_5 iterasi 3.....	35
Gambar 3.9	Graf berarah D_5 iterasi 4.....	36
Gambar 3.10	Grafik fungsi keanggotaan bilangan <i>fuzzy</i> segitiga $A = (a_1, a_c, a_2)$	39
Gambar 3.11	Grafik fungsi keanggotaan bilangan <i>fuzzy</i> segitiga $A = (4, 8, 12)$	40
Gambar 3.12	Grafik dari interval kepercayaan dan tingkat anggapan.....	51
Gambar 3.13	Grafik dari interval kepercayaan $A_\pi = [a_1^\pi, a_2^\pi]$	52
Gambar 3.14	Grafik dari $\alpha_{A_\pi > B_\pi} = 0$	53
Gambar 3.15	Grafik A_2 dan B_2 <i>not overlap</i>	54
Gambar 3.16	Grafik dari $\alpha_{A_\pi > B_\pi} = 1$	55
Gambar 3.17	Grafik A_2 dan B_2 <i>not overlap</i>	56
Gambar 3.18	Grafik dari $\alpha_{A_\pi > B_\pi} \in (0, 1)$	57
Gambar 3.19	Grafik A_2 dan B_2 <i>overlap</i>	58
Gambar 3.20	Graf berarah D_6	60
Gambar 3.21	<i>Flowchart</i> algoritma BSPFP 1.....	61
Gambar 3.22	<i>Flowchart procedure</i> 1.....	63
Gambar 3.23	Graf berarah D_7	65

Gambar 3.24	Graf berarah D_7 iterasi 1.....	66
Gambar 3.25	Graf berarah D_7 iterasi 2.....	67
Gambar 3.26	Graf berarah D_7 iterasi 3.....	69
Gambar 3.27	Graf berarah D_7 iterasi 4.....	71
Gambar 3.28	Graf berarah D_7 iterasi 5.....	73
Gambar 3.29	Graf berarah D_7 iterasi 6.....	75
Gambar 3.30	Graf berarah D_7 iterasi 7.....	77
Gambar 3.31	Graf berarah D_8	81
Gambar 3.32	<i>Flowchart</i> algoritma BSPFP 2.....	84
Gambar 3.33	Graf berarah D_9 iterasi 1.....	87
Gambar 3.34	Graf berarah D_9 iterasi 2.....	88
Gambar 3.35	Graf berarah D_9 iterasi 3.....	90
Gambar 3.36	Graf berarah D_9 iterasi 4.....	93

DAFTAR ARTI LAMBANG

G	: Graf
$V(G)$: Himpunan titik graf G
$E(G)$: Himpunan sisi graf G
v_i	: Titik ke i
e_i	: Sisi ke i
$e = (v_i, v_j)$: Sisi yang menghubungkan titik v_i ke v_j
$ V(G) $: Banyaknya titik (order) graf G
$ E(G) $: Banyaknya sisi (sisi) graf G
P_m	: Graf lintasan dengan m titik
C_m	: Graf sikel dengan m titik
K_m	: Graf lengkap dengan m titik
$\gamma(G)$: Bilangan dominasi graf G
\mathbb{Z}	: Himpunan semua bilangan bulat
\mathbb{R}	: Himpunan semua bilangan real

ABSTRAK

MENENTUKAN LINTASAN TERPENDEK PADA GRAF *FUZZY* DENGAN ALGORITMA *BICRITERION*

Oleh

Anggun Anisa

24010116130076

Masalah lintasan terpendek adalah masalah yang berkaitan dengan penentuan titik-titik yang terhubung oleh sisi dalam sebuah graf berarah yang membentuk lintasan dengan jarak terpendek antara sumber dan tujuan. Permasalahan pada lintasan terpendek diperluas menjadi masalah BSP (*bicriterion shortest path*) yang dapat menyelesaikan sebuah permasalahan dengan dua kriteria. Pada tugas akhir ini penulis membahas penyelesaian lintasan terpendek dan meminimalkan biaya dengan dua kriteria yaitu biaya nyata dan biaya *fuzzy* yang diselesaikan dengan algoritma BSPFP 1 (*bicriterion shortest path fuzzy problem 1*) yang merupakan revisi dari algoritma Martins dan BSPFP 2 (*bicriterion shortest path fuzzy problem 2*) yang merupakan pemecahan masalah dengan algoritma A*. Sehingga diperoleh hasil untuk algoritma BSPFP 1 dengan jalur optimal lebih dari satu yang mengakibatkan biaya nyata dan biaya *fuzzy* optimal, sedangkan untuk algoritma BSPFP 2 terdapat satu jalur optimal dengan hanya biaya nyata yang optimal.

Kata kunci : Graf Berarah, Masalah Lintasan Terpendek, Masalah Lintasan Terpendek *Fuzzy Bicriterion*, Multikriteria.

ABSTRACT

DETERMINING SHORTEST PATH ON FUZZY GRAPH USING BICRITERION ALGORITHM

by

Anggun Anisa

24010116130076

Shortest path problem is a problem that related to define nodes connected by length on a directed graph, which establish path with shortest length between source and destination. Shortest path problem is expanded to BSP (bicriterion shortest path) problem, which could solve a problem of two criterions. This thesis presents the solution on determining the shortest path, along with minimizing the cost with two criterion, which are real cost and fuzzified cost solved by BSPFP 1 (bicriterion shortest path fuzzy problem 1) which is a revision of Martin's algorithm and BSPFP 2 (bicriterion shortest path fuzzy problem 2) a solution solved by A* algorithm. The outcome obtained for BSPFP 1 algorithm with more than one optimum path resulted in real cost and fuzzy optimized cost, whereas there is an optimal path with only real optimal cost for BSPFP 2.

Keywords : Directed Graph, Bicriterion Shortest Path Fuzzy Problem, Shortest Path Problem, Multicriteria.