LAPORAN SKRIPSI

TEOREMA SYLOW PADA STRUKTUR ALJABAR GRUP

SYLOW'S THEOREM ON GROUP ALGEBRAIC STRUCTURE

MARIA ASA PITAYANI

24010117130035

DEPARTEMEN MATEMATIKA

FAKULTAS SAINS DAN MATEMATIKA

UNIVERSITAS DIPONEGORO

SEMARANG

2021

SKRIPSI

TEOREMA SYLOW PADA STRUKTUR ALJABAR GRUP

SYLOW'S THEOREM ON GROUP ALGEBRAIC STRUCTURE

Diajukan untuk memenuhi salah satu syarat memperoleh derajat

Sarjana Matematika (S.Mat.)

MARIA ASA PITAYANI

24010117130035

DEPARTEMEN MATEMATIKA

FAKULTAS SAINS DAN MATEMATIKA

UNIVERSITAS DIPONEGORO

SEMARANG

2021

HALAMAN PENGESAHAN

SKRIPSI

TEOREMA SYLOW PADA STRUKTUR ALJABAR GRUP

Telah dipersiapkan dan disusun oleh:

MARIA ASA PITAYANI

24010117130035

Telah dipertahankan di depan Tim Penguji

pada tanggal 24 Juni 2021

Susunan Tim Penguji

Pembimbing II/Penguji,

Ratna Herdiana, M.Sc., Ph.D
NIP. H.7.196411242019092001

Penguji,

Suryoto, S.Si., M.Si
NIP. 196807141994031004

Mengetahui,
Ketua Departemen Matematika,

Dr. Susilo Hariyanto, M.Si
NIP. 197410142000121001

Pembimbing I/Penguji,

Dr. Titi Udjani, SRRM, M.Si
NIP. 196402231991022001

PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa Skripsi ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar kesarjanaan di suatu Perguruan Tinggi, dan sepanjang pengetahuan saya juga tidak terdapat karya atau pendapat yang pernah ditulis atau diterbitkan oleh orang lain, kecuali yang secara tertulis diacu dalam naskah ini dan disebutkan dalam daftar pustaka.

Semarang, 20 April 2021

Maria Asa Pitayani

HALAMAN PERSEMBAHAN

Kupersembahkan karya ini untuk:

Tuhan Yesus Kristrus yang senantiasa melindungi dan mendampingi hidup saya,

Bapak Ibuk & Ima,

Seluruh keluarga tercinta,

Teman-teman semua,

Dan yang terakhir untuk diri saya sendiri.

Terima kasih atas dukungannya selama ini.

KATA PENGANTAR

Puji Syukur kepada Tuhan Yang Maha Esa karena berkat lipahan kasih dan karunia-Nya Tugas Akhir yang berjudul "TEOREMA SYLOW PADA STRUKTUR ALJABAR GRUP" dapat diselesaikan dengan baik. Tugas Akhir ini disusun sebagai syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Strata Satu (S1) pada Departemen Matematika, Fakultas Sains dan Matematika, Universitas Diponegoro, Semarang.

Pada kesempatan ini penulis ingin mengucapkan terima kasih kepada pihak-pihak yang telah membantu, membimbing, dan mendukung dalam penulisan Tugas Akhir ini. Terima kasih penulis ucapkan kepada:

1. Dr. Titi Udjani, SRRM, M.Si. selaku dosen pembimbing I yang telah sabar membimbing dan memberikan arahan dalam penyusunan Tugas Akhir ini.
2. Ratna Herdiana, M.Sc., Ph.D selaku dosen pembimbing II yang telah meluangkan waktu untuk membimbing dan mengarahkan penulis dalam menyelesaikan Tugas Akhir ini.
3. Dr. Susilo Hariyanto, M.Si selaku ketua Departemen Matematika Fakultas Sains dan Matematika Universitas Diponegoro yang telah memberikan ijin pembuatan Tugas Akhir ini.
4. Semua pihak yang tidak dapat saya sebutkan satu persatu yang telah mendukung dan membantu saya dengan berbagai cara.

Penulis menyadari bahwa dalam penulisan dan penyusunan Tugas Akhir masih banyak kekurangan dan jauh dari kata sempurna, baik dari pilihan kata, maupun isi. Oleh karena itu, segala kritikan dan saran yang membangun penulis terima dengan senang hati. Penulis juga berharap agar Tugas Akhir ini dapat bermanfaat bagi semua pihak.

Semarang, 20 April 2021

Penulis

DAFTAR ISI

DAFTAR ARTI LAMBANG DAN SINGKATAN

$\in$	:	Elemen himpunan
$\notin$	:	Bukan elemen himpunan
$\subseteq$	:	Himpunan bagian
$\nsubseteq$	:	Bukan himpunan bagian
$\subset$	:	Himpunan bagian sejati
$\supseteq$	:	Superset
$\cap$	:	Irisan dari himpunan
$\cup$	:	Gabungan dari himpunan
$A \times B$	:	Produk Cartesian dari A dan B
$f: A \longrightarrow B$	:	Fungsi f dari A ke B
$f \circ g$	:	Komposisi fungsi dari g dan f
$f^{-1}: B \longrightarrow A$	:	Invers fungsi f dari A ke B
$\mathbb{R}$	:	Himpunan bilangan real
$\mathbb{Z}$	:	Himpunan bilangan bulat
$\mathbb{Z}_n$	:	Himpunan bilangan bulat modulo n
$U(n)$	:	Grup unit modulo n (himpunan bilangan bulat kurang dari n dan relatif prima dengan n terhadap operasi perkalian modulo n)
S_n	:	Grup permutasi dari $\{1,2,3,\dots,n\}$
A_n	:	Grup alternatif (grup permutasi genap dari $\{1,2,3,\dots,n\}$)
D_n	:	Himpunan simetri-simetri (rotasi dan refleksi) segi-n, grup dihedral berorde $2n$
D_4	:	Himpunan simetri-simetri (rotasi dan refleksi) persegi, grup dihedral berorde 8
$(G,*)$	:	Grup G terhadap operasi biner $*$
e	:	Elemen identitas
$\lvert G\rvert$	:	Orde dari grup G
$\lvert g\rvert$	:	Orde elemen dari g
$H \leq G$	:	H adalah subgrup di G
$\langle a\rangle$	:	Elemen pembangkit

$[G: H]$	:	Indeks dari subgrup H di G
$cl(a)$	:	Kelas konjugasi dari a
$N_G(H)$	:	Normalizer dari subgrup H di G
G/H	:	Grup faktor dari G oleh H
S_X	:	Grup permutasi dari himpunan X
$\varphi : G \longrightarrow S_X$	:	Fungsi Phi dari grup G ke grup permutasi dari himpunan X
$Orb(x)$	:	Orbit dari x
$Stab(x)$	:	Stabilizer dari x
$Fix_G(X)$	:	Himpunan $Orb(x)$ dari G yang berelemen tunggal
$GL_2(\mathbb{Z}_3)$	:	Grup general linear (grup matriks berordo 2×2 atas $\mathbb{Z}_3$ dengan determinan tidak sama dengan nol)
$Syl_p(G)$	:	Himpunan semua Sylow p-subgrup di G
n_p	:	Banyaknya Sylow p-subgrup di G

DAFTAR TABEL

DAFTAR GAMBAR

DAFTAR LAMPIRAN

ABSTRAK

TEOREMA SYLOW PADA STRUKTUR ALJABAR GRUP

oleh

Maria Asa Pitayani
24010117130035

Teorema Lagrange adalah salah satu teorema penting dalam teori grup yang menyatakan bahwa orde dari sembarang subgrup dari suatu grup membagi orde dari grup tersebut. *Converse* (kebalikan) dari Teorema Lagrange menyatakan bahwa suatu grup tidak harus mempunyai subgrup yang berorde sembarang bilangan jika bilangan tersebut membagi orde dari grup. *Converse* (kebalikan) dari Teorema Lagrange tidak dapat menjamin keberadaan suatu subgrup di dalam grup. Teorema yang dapat menjamin keberadaan subgrup tersebut adalah Teorema Sylow. Tugas Akhir ini menjelaskan tentang Teorema Sylow yang menyatakan jika terdapat perpangkatan bilangan prima yang membagi orde grup, maka grup tersebut dipastikan mempunyai subgrup berode perpangkatan bilangan prima. Pada pembahasan mengenai Teorema Sylow dalam tugas akhir ini digunakan konsep dari aksi grup, yaitu orbit, *stabilizer*, *fix*, dan *normalizer*.

Kata kunci: Aksi Grup, *Fix*, *Normalizer*, Orbit, *Stabilizer*, Teorema Sylow.

ABSTRACT

SYLOW’S THEOREM ON GROUP ALGEBRA STRUCTURE

by

Maria Asa Pitayani

24010117130035

Lagrange's theorem is one of the important theorems in group theory which states that the order of any subgroup of a group divides the order of the group. The converse of Lagrange's Theorem states that a group need not has a subgroup with the order of any number if the numbers divide the order of the group. The converse of Lagrange's theorem cannot ensure the existence of a subgroup in a group. The theorem that can ensure the existence of these subgroups is Sylow's Theorem. This final project explains Sylow's Theorem, which states that if there is a prime power numbers that divides the order of the group, then the group is confirmed to have subgroups with the order of prime power number. In the discussion of Sylow's Theorem in this final project, the concept of group action is used, those are orbit, stabilizer, fix, and normalizer.

Keywords: Fix, Group Action, Normalizer, Orbit, Stabilizer, Sylow’s Theorem.