

SKRIPSI

**PENERAPAN METODE HUNGARIAN DIPERCEPAT UNTUK
MENYELESAIKAN MASALAH PENUGASAN**

*IMPLEMENTATION OF THE ACCELERED HUNGARIAN METHOD TO SOLVE
ASSIGNMENT PROBLEMS*



Disusun Oleh:

Khairul Alfiansyah

24010117140017

**DEPARTEMEN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN MATEMATIKA
UNIVERSITAS DIPONEGORO
SEMARANG**

2021

SKRIPSI

**PENERAPAN METODE HUNGARIAN DIPERCEPAT UNTUK
MENYELESAIKAN MASALAH PENUGASAN**

*IMPLEMENTATION OF THE ACCELERED HUNGARIAN METHOD TO
SOLVE ASSIGNMENT PROBLEMS*



Diajukan untuk memenuhi salah satu syarat memperoleh derajat
Sarjana Matematika (S.Mat)

Disusun Oleh:

Khairul Alfiansyah

24010117140017

**DEPARTEMEN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN MATEMATIKA
UNIVERSITAS DIPONEGORO
SEMARANG**

2021

HALAMAN PENGESAHAN

SKRIPSI

**PENERAPAN METODE HUNGARIAN DIPERCEPAT UNTUK
MENYELESAIKAN MASALAH PENUGASAN**

Telah dipersiapkan dan disusun oleh:

KHAIRUL ALFIANSYAH

24010117140017

Telah dipertahankan di depan Tim Penguji
pada tanggal 16 Agustus 2021

Susunan Tim Penguji

Pembimbing II/Penguji,



Abdul Aziz, S.Si, M.Sc
NIP. 198502062015041003

Penguji,

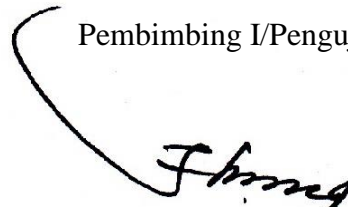


Robertus Heri SU, S.Si, M.Si
NIP. 197202031998021001

Mengetahui,
Ketua Departemen Matematika

Dr. Susilo Hariyanto, S.Si, M.Si
NIP. 197410142000121001

Pembimbing I/Penguji,



Solikhin, S.Si, M.Sc
NIP. 198506302012121001

PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa Skripsi ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar kesarjanaan di suatu Perguruan Tinggi, dan sepanjang pengetahuan saya juga tidak terdapat karya atau pendapat yang pernah ditulis atau diterbitkan oleh orang lain, kecuali yang secara tertulis diacu dalam naskah ini dan disebutkan dalam daftar pustaka.

Semarang, 16 Agustus 2021



Khairul Alfiansyah

KATA PENGANTAR

Puji dan syukur kepada Allah SWT yang Maha Pengasih lagi Maha Penyayang atas segala rahmat, hidayah, dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyusun Tugas Akhir dengan judul “**Penerapan Metode Hungarian Dipercepat untuk Menyelesaikan Masalah Penugasan**”. Tugas Akhir ini disusun sebagai syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Strata Satu (S1) pada Departemen Matematika Fakultas Sains dan Matematika, Universitas Diponegoro, Semarang.

Dalam penyusunan Tugas Akhir ini tentu adanya dukungan dan bantuan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, tidak lupa penulis ingin mengucapkan terima kasih kepada:

1. Bapak Dr. Susilo Hariyanto, S.Si, M.Si selaku Ketua Departemen Matematika Fakultas Sains dan Matematika Universitas Diponegoro
2. Ibu Siti Khabibah, S.Si., M.Si selaku Dosen Wali yang telah memberi pengarahan penulis selama perkuliahan.
3. Bapak Solikhin, S.Si, M.Sc selaku Dosen Pembimbing I yang telah memberikan bimbingan serta mengarahkan penulis dalam menyelesaikan Tugas Akhir ini.
4. Bapak Abdul Aziz, S.Si, M.Sc selaku Dosen Pembimbing II yang telah memberi bimbingan serta mengarahkan penulis dalam menyelesaikan Tugas Akhir ini.
5. Para dosen dan staf Departemen Matematika Fakultas Sains dan Matematika FSM UNDIP dengan tulus dan ikhlas memberikan ilmu dan bantuannya kepada penulis.
6. Semua pihak yang telah memberikan dukungan serta bantuan kepada penulis dalam menyelesaikan Tugas Akhir ini.

Penulis menyadari bahwa dalam Tugas Akhir ini masih terdapat banyak kekurangan, baik pada redaksi penulisan maupun isi masih jauh dari kata sempurna. Oleh karena itu, kritik, dan saran yang sifatnya membangun sangat penulis

harapkan. Penulis berharap laporan Tugas Akhir ini dapat bermanfaat bagi banyak pihak.

Semarang, Agustus 2021

Penulis

DAFTAR ISI

JUDUL SKRIPSI	i
HALAMAN PENGESAHAN.....	ii
PERNYATAAN.....	iii
KATA PENGANTAR	iv
DAFTAR ISI.....	vi
DAFTAR TABEL.....	viii
DAFTAR GAMBAR	x
DAFTAR ARTI LAMBANG DAN SINGKATAN	xi
ABSTRAK	xii
ABSTRACT	xiii
BAB I PENDAHULUAN.....	0
1.1 Latar Belakang	0
1.2 Rumusan Masalah	4
1.3 Pembatasan Masalah	4
1.4 Tujuan Penulisan	4
1.5 Manfaat Penelitian.....	5
1.6 Metode Penelitian.....	5
1.7 Sistematika Penulisan.....	6
BAB II LANDASAN TEORI	7
2.1 Program Linier	7
2.1.1 Model Program Linear	7
2.1.2 Asumsi Program Linear	10
2.2 Masalah Penugasan (Assignment Problem)	11
2.2.1 Model Masalah Penugasan.....	14
2.2.2 Metode Penyelesaian Masalah Penugasan	15
2.2.3 Metode Hungarian.....	16
2.2.4 Permasalahan Khusus Masalah Penugasan.....	22
BAB III PEMBAHASAN.....	30

3.1	Eksistensi Solusi Masalah Penugasan	30
3.2	Metode Hungarian Dipercepat	41
3.3	Simulasi Numerik.....	48
3.4	Perbandingan Jumlah Iterasi dan Solusi.....	75
BAB IV		76
KESIMPULAN.....		76
DAFTAR PUSTAKA		77

DAFTAR TABEL

Tabel 2.1 Data untuk model Linear Programming.....	9
Tabel 2.2 Matriks penugasan.....	14
Tabel 2.3 Tabel biaya pada Contoh 2.1.....	20
Tabel 2.4 Tabel awal masalah penugasan pada Contoh 2.1.....	22
Tabel 2.5 Hasil reduksi baris pada Contoh 2.1.....	22
Tabel 2.6 Hasil reduksi kolom pada Contoh 2.1.....	23
Tabel 2.7 Uji optimalitas pada Contoh 2.1.....	23
Tabel 2.8 Solusi optimal pada Contoh 2.1.....	24
Tabel 2.9 Tabel penugasan dengan penambahan kolom <i>dummy</i>	25
Tabel 2.10 Tabel penugasan dengan penambahan baris <i>dummy</i>	26
Tabel 2.11 Tabel biaya pada Contoh 2.2.....	19
Tabel 2.12 Tabel awal masalah penugasan pada Contoh 2.2.....	20
Tabel 2.13 Hasil reduksi baris pada Contoh 2.2.....	21
Tabel 2.14 Hasil reduksi kolom pada Contoh 2.2.....	22
Tabel 2.15 Uji optimalitas pada Contoh 2.2.....	23
Tabel 2.16 Hasil revisi angka nol Contoh 2.2.....	24
Tabel 2.17 Uji optimalitas pada Contoh 2.2.....	25
Tabel 2.18 Solusi optimal pada Contoh 2.2.....	26
Tabel 3.1 Matriks biaya masalah penugasan seimbang penugasan.....	33
Tabel 3.2 Tabel awal masalah penugasan Contoh 3.1	34
Tabel 3.3 Penambahan konstanta Contoh 3.1	35
Tabel 3.4 Hasil reduksi baris pada Contoh 3.1.....	36
Tabel 3.5 Hasil reduksi kolom pada Contoh 3.1.....	37
Tabel 3.6 Uji optimalitas pada Contoh 3.1.....	38
Tabel 3.7 Biaya minimum pada Contoh 3.1.....	39
Tabel 3.8 Biaya terbesar minimum pada Contoh 3.1.....	40
Tabel 3.9 Hasil penyesuaian biaya terbesar minimum pada Contoh 3.1.	41
Tabel 3.10 Hasil revisi angka nol Contoh 3.1.....	42

Tabel 3.11 Uji optimalitas pada Contoh 3.1.....	43
Tabel 3.12 Biaya terbesar minimum pada Contoh 3.1.....	44
Tabel 3.13 Hasil penyesuaian biaya terbesar minimum pada Contoh 3.1.....	45
Tabel 3.14 Revisi angka nol Contoh 3.1.....	46
Tabel 3.15 Hasil revisi angka nol Contoh 3.1.....	47
Tabel 3.16 Uji optimalitas pada Contoh 3.1.....	48
Tabel 3.17 Matriks biaya solusi optimal pada Contoh 3.1.....	49
Tabel 3.18 Matriks semula sudah optimal pada Contoh 3.1.....	50
Tabel 3.19 Matriks biaya hungarian pada Contoh 3.1.....	51
Tabel 3.20 Reduksi baris hungarian pada Contoh 3.1.....	52
Tabel 3.21 Reduksi kolom hungarian pada Contoh 3.1.....	53
Tabel 3.22 Uji optimalitas hungarian pada Contoh 3.1.....	54
Tabel 3.23 Revisi matriks hungarian Contoh 3.1.....	55
Tabel 3.24 Hasil revisi matriks hungarian Contoh 3.1.....	56
Tabel 3.25 Uji optimalitas hungarian pada Contoh 3.1.....	57
Tabel 3.26 Revisi matriks hungarian Contoh 3.1.....	58
Tabel 3.27 Hasil revisi matriks hungarian Contoh 3.1.....	59
Tabel 3.28 Uji optimalitas hungarian pada Contoh 3.1.....	60
Tabel 3.29 Revisi matriks hungarian Contoh 3.1.....	61
Tabel 3.30 Hasil revisi matriks hungarian Contoh 3.1.....	62
Tabel 3.31 Uji optimalitas hungarian pada Contoh 3.1.....	63
Tabel 3.32 Revisi matriks hungarian Contoh 3.1.....	64
Tabel 3.33 Hasil revisi matriks hungarian Contoh 3.1.....	65
Tabel 3.34 Uji optimalitas hungarian pada Contoh 3.1.....	66
Tabel 3.35 Revisi matriks hungarian Contoh 3.1.....	67
Tabel 3.36 Hasil revisi matriks hungarian Contoh 3.1.....	68
Tabel 3.37 Uji optimalitas hungarian pada Contoh 3.1.....	69
Tabel 3.38 Matriks biaya solusi optimal pada Contoh 3.1.....	70
Tabel 3.39 Matriks semula sudah optimal pada Contoh 3.1.....	71
Tabel 3.40 Tabel Perbandingan Jumlah Iterasi dan Solusi Optimal.....	75

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1	<i>Flow chart</i> algoritma Masalah Penugasan.....	17
Gambar 3.1	<i>Flow chart</i> algoritma Metode Hungarian Dipercepat.....	47

DAFTAR ARTI LAMBANG DAN SINGKATAN

- z : Fungsi tujuan dari permasalahan yang akan dioptimalkan (memaksimalkan atau meminimalkan)
- x_j : Tingkat kegiatan ke- j ($j = 1, 2, 3, \dots, n$)
- c_j : Kenaikan nilai Z apabila ada pertambahan tingkat kegiatan (x_j) dengan satu satuan (unit); atau merupakan sumbangan setiap satuan keluaran kegiatan j terhadap nilai Z .
- a_{ij} : Banyaknya sumber i yang diperlukan untuk menghasilkan setiap unit keluaran (output) kegiatan j ($i = 1, 2, 3, \dots, m$ dan $j = 1, 2, 3, \dots, n$)
- b_i : Banyaknya sumber (fasilitas) i yang tersedia untuk dialokasikan kesetiap unit kegiatan ($i = 1, 2, 3, \dots, m$)
- m : Macam batasan-batasan sumber atau fasilitas yang tersedia
- n : Macam kegiatan yang menggunakan sumber atau fasilitas tersebut
- i : Nomor setiap macam sumber ($i = 1, 2, 3, \dots, m$)
- j : Nomor setiap macam kegiatan yang menggunakan sumber ($j = 1, 2, 3, \dots, n$)
- x_{ij} : Variabel keputusan yang menyatakan unit alokasi dari sumber i ketujuan j ($i = 1, 2, \dots, m$, dan $j = 1, 2, \dots, n$)
- c_{ij} : Banyaknya nilai kontribusi sumber i yang diperlukan untuk menghasilkan setiap unit keluaran (output) tujuan j
- u_i : Nilai konstanta yang mengurangi elemen pada setiap baris ke- i pada matriks penugasan yang baru
- v_j : Nilai konstanta yang mengurangi elemen pada setiap kolom ke- j pada matriks penugasan yang baru
- c'_{ij} : Nilai/elemen pada matriks penugasan yang baru
- : Berakhirnya suatu pembuktian

ABSTRAK

METODE HUNGARIAN DIPERCEPAT UNTUK MASALAH PENUGASAN

Oleh

Khairul Alfiansyah

24010117140017

Masalah penugasan adalah suatu masalah mengenai pengaturan objek untuk melaksanakan tugas, dengan tujuan meminimalkan biaya, waktu, jarak, dan sebagainya ataupun memaksimalkan keuntungan. Terdapat banyak metode yang dapat digunakan dalam menyelesaikan masalah penugasan, salah satunya dengan metode Hungarian. Dalam masalah yang besar metode ini masih memiliki kelemahan yang jelas yaitu pada saat pemilihan elemen terkecil yang tidak tertutup garis hanya dipilih satu angka untuk membuat nol tunggal di setiap iterasi. Pada Tugas Akhir ini, dilakukan pengkajian algoritma metode penugasan baru yaitu Hungarian Dipercepat dalam menyelesaikan masalah penugasan dan akan ditunjukkan juga melalui studi numerik bahwa Metode Hungarian Dipercepat lebih cepat dalam menyelesaikan masalah penugasan dibandingkan dengan metode Hungarian. Berdasarkan Contoh soal yang diberikan perbandingan jumlah iterasi dan solusi optimal yang dihasilkan, metode Hungarian Dipercepat menghasilkan solusi optimal yang sama dengan metode Hungarian sebesar 65.000.000, sedangkan jumlah iterasi yang dihasilkan metode Hungarian Dipercepat lebih sedikit yaitu 3 iterasi jika dibandingkan dengan jumlah iterasi metode Hungarian yang berjumlah 6 iterasi.

Kata kunci: Masalah Penugasan, Metode Hungarian, Metode Hungarian Dipercepat

ABSTRACT

IMPLEMENTATION OF THE ACCELERED HUNGARIAN METHOD TO SOLVE ASSIGNMENT PROBLEMS

by

Khairul Alfiansyah

24010117140017

The assignment problem is a problem regarding the arrangement of objects to carry out tasks, with the aim of minimizing costs, time, distance, and so on or maximizing profits. There are many methods that can be used in solving assignment problems, one of which is the Hungarian method. In a big problem, this method still has a clear weakness, namely when selecting the smallest element that is not covered by a line, only one number is chosen to create a single zero in each iteration. In this final project, an assessment of the algorithm of a new assignment method is carried out, namely the Accelerated Hungarian in solving the assignment problem and it will also be shown through a numerical study that the Accelerated Hungarian Method is faster in solving the assignment problem than the Hungarian method. Based on the sample problems given the comparison of the number of iterations and the resulting optimal solution, the Accelerated Hungarian method produces the same optimal solution as the Hungarian method of 65,000,000, while the number of iterations produced by the Hungarian Accelerated method is less, namely 3 iterations when compared to the number of iterations of the Hungarian method. which consists of 6 iterations.

Keyword : Assignment Problem, Accelerating Hungarian Method, Hungarian Method