SKRIPSI

TEORI r-IDEAL DALAM RING

r-IDEAL THEORY IN A RING

INDAH SULISTYORINI

24010115130070

DEPARTEMEN MATEMATIKA

FAKULTAS SAINS DAN MATEMATIKA

UNIVERSITAS DIPONEGORO

SEMARANG

2021

SKRIPSI

TEORI r-IDEAL DALAM RING

r-IDEAL THEORY IN A RING

Diajukan untuk memenuhi salah satu syarat memperoleh derajat

Sarjana Matematika (S.Mat.)

INDAH SULISTYORINI

24010115130070

DEPARTEMEN MATEMATIKA

FAKULTAS SAINS DAN MATEMATIKA

UNIVERSITAS DIPONEGORO

SEMARANG

2021

HALAMAN PENGESAHAN

SKRIPSI

TEORI r-IDEAL DALAM RING

Telah dipersiapkan dan disusun oleh:

INDAH SULISTYORINI

24010115130070

Telah dipertahankan didepan Tim Penguji

pada tanggal 13 Oktober 2021

Susunan Tim Penguji

Pembimbing II/Penguji,

Drs. Kartono, M.Si.

NIP. 196308251990031003

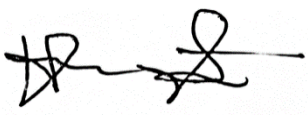
Penguji,

Dr. Nikken Prima Puspita, S.Si, M.Sc

NIP. 198604132009122007

Mengetahui,

Ketua Departemen Matematika,



Dr. Susilo Hariyanto, S.Si.,M.Si.

NIP. 197410142000121001

Pembimbing I/Penguji,

Suryoto, S.Si, M.Si.

NIP. 196807141994031004

PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa Skripsi ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar kesarjanaan di suatu Perguruan Tinggi, dan sepanjang pengetahuan saya juga tidak terdapat karya atau pendapat yang pernah ditulis atau diterbitkan oleh orang lain, kecuali secara tertulis diacu dalam naskah ini dan disebutkan dalam daftar pustaka.

Semarang, 16 September 2021

Indah Sulistyorini

KATA PENGANTAR

Puji syukur Alhamdulillah penulis panjatkan kehadirat Allah SWT karena atas izin-Nya penulis dapat menyelesaikan Tugas Akhir dengan judul 'Teori r-Ideal dalam Ring". Proses penulisan Tugas Akhir ini dapat terselesaikan dengan baik dengan adanya dukungan dan bantuan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis ingin mengucapkan terima kasih kepada :

1. Bapak Susilo Hariyanto, S.Si, M.Si, selaku Ketua Departemen Matematika Fakultas Sains dan Matematika Universitas Diponegoro serta Dosen Wali yang telah memberikan arahan selama masa perkuliahan.
2. Bapak Suryoto, S.Si, M.Si, selaku dosen pembimbing I yang telah memberikan bimbingan dan pengarahan selama pembuatan Tugas Akhir.
3. Bapak Drs. Kartono, M.Si, selaku dosen pembimbing II yang telah memberikan bimbingan dan arahan selama pembuatan Tugas Akhir.
4. Bapak, Ibu dosen Departemen Matematika yang telah memberikan ilmu dan pengetahuan kepada mahasiswa selama masa perkuliahan.
5. Bapak, Ibu, dan adik-adik penulis serta keluarga yang selalu mendukung dan memberi semangat.
6. Semua pihak yang telah memberikan bantuan yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu.

Penulis menyadari bahwa Tugas Akhir ini masih jauh dari sempurna. Oleh karena itu, kritik dan saran yang sifatnya membangun sangat diperlukan. Penulis berharap Tugas Akhir ini dapat bermanfaat bagi banyak pihak.

Semarang, 16 September 2021

Penulis

Kupersembahkan karya ini untuk :

Bapak dan Ibu

serta segenap keluarga tercinta

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL ii

HALAMAN PENGESAHAN..... iii

PERNYATAAN..... iv

KATA PENGANTAR v

HALAMAN PERSEMBAHAN vi

DAFTAR ISI vii

DAFTAR ARTI LAMBANG ix

DAFTAR TABEL xi

DAFTAR GAMBAR xii

ABSTRAK xiii

ABSTRACT xiv

BAB I 1

PENDAHULUAN 1

1.1 Latar Belakang 1

1.2 Permasalahan 2

1.3 Pembatasan Masalah 2

1.4 Tujuan dan Manfaat 2

1.4.1. Tujuan.....2

1.4.2. Manfaat.....3

1.5 Metodologi Penelitian 3

1.6 Sistematika Penulisan 3

BAB II 5

LANDASAN TEORI 5

2.1. Himpunan dan Operasi Biner 5

2.2. Grup 10

2.3. Ring 12

2.4. Ideal 18

BAB III 23

PEMBAHASAN 23

3.1. Definisi r-Ideal pada Ring dan Ring Komutatif 23

3.2. r-Ideal dalam Daerah Integral 34

3.3. Sifat-sifat r-ideal pada Ring. 37

BAB IV 52

KESIMPULAN 52

DAFTAR PUSTAKA 53

DAFTAR ARTI LAMBANG

S : Himpunan secara universal.

$\mathbb{R}$: Himpunan semua bilangan riil.

$\mathbb{Z}$: Himpunan semua bilangan bulat.

$\mathbb{N}$: Himpunan semua bilangan asli.

$\mathbb{Q}$: Himpunan semua bilangan rasional.

$\mathbb{Z}_n$: Himpunan semua bilangan bulat modulo n, n bilangan asli.

$\mathbb{Z}_p$: Himpunan semua bilangan bulat modulo p, p bilangan prima.

$\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$: Himpunan semua hasil kali kartesius bilangan bulat.

$A \subseteq B$: Himpunan A merupakan himupnan bagian dari B.

$B \supseteq A$: Himpunan B memuat himpunan A.

$A \cap B$: Himpunan semua hasil irisan A dan B.

$\mathcal{R}$: Ring secara universal.

$\mathcal{R}/I$: Ring faktor yang dikonstruksi dari suatu ideal I.

$zd(\mathcal{R})$: Himpunan pembagi nol pada ring $\mathcal{R}$.

$\emptyset$: Himpunan kosong (*empty set*).

$r(\mathcal{R})$: Himpunan elemen reguler pada $\mathcal{R}$

$ann(a)$: *annihilator* dari elemen a.

$f : A \to B$: Fungsi yang memetakan himpunan A ke himpunan B.

f^{-1}	: Notasi kebalikan dari fungsi f, yaitu fungsi yang memetakan himpunan S ke A.
$f[I]$	: Hasil pemetaan I pada S.
$\in$	: Notasi elemen dari suatu himpunan.
$*$	: Operasi biner secara universal.
$\forall$	: Notasi yang menunjukkan “untuk setiap..”

DAFTAR TABEL

Tabel 2.1 Operasi penjumlahan modulo 3 pada $\mathbb{Z}_3$.....17

Tabel 2.2 Operasi perkalian modulo 3 pada $\mathbb{Z}_3$ 16 18

Tabel 3.1 Hasil operasi penjumlahan modulo 6 pada ring $\mathbb{Z}_6$ 26

Tabel 3.2 Hasil operasi perkalian modulo 6 pada ring $\mathbb{Z}_6$ 26

Tabel 3.3 Hasil operasi penjumlahan modulo 6 pada I.....27

Tabel 3.4 Hasil operasi perkalian modulo 6 pada I 27

Tabel 3.5 Hasil operasi penjumlahan modulo 10 pada H 30

Tabel 3.6 Hasil operasi perkalian modulo 10 pada H 31

Tabel 3.7 Hasil operasi penjumlahan modulo 5 pada $\mathbb{Z}_5$ 34

Tabel 3.8 Hasil operasi perkalian modulo 5 pada ring $\mathbb{Z}_5$ 35

DAFTAR GAMBAR

Gambar 3.1 Ilustrasi homomorfisma r-ideal pada ring $\mathcal{R}$ 41

Gambar 3.2 Ilustrasi $f:\mathbb{Z}_5 \to \mathbb{Z}_5$ yang merupakan suatu homomorfisma ring 42

Gambar 3.3 Ilustrasi $f:\mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$ yang merupakan suatu homomorfisma ring...44

ABSTRAK

Suatu r-ideal didefinisikan sebagai suatu ideal sejati dimana untuk $ab \in I$ dengan $ann(a) = \{0\}$ maka $b \in I,$ untuk setiap $a, b \in \mathcal{R}$. Suatu $ann(a) = \{s | s \in \mathcal{R}, as = 0\}$ melambangkan suatu himpunan dari *annihilator* pada ring $\mathcal{R}$. Selain $ann(a)$, elemen reguler juga merupakan elemen penting dalam menentukan suatu r-ideal. Elemen reguler $\mathcal{R}$ dinotasikan dengan r. Jurnal ini membahas tentang definisi dan sifat-sifat dari r-ideal yang berlaku dalam suatu ring komutatif dan daerah integral.

Kata Kunci: r-Ideal, Ring Komutatif, Daerah Integral, *annihilator*, elemen reguler.

ABSTRACT

A proper ideal I of a ring $\mathcal{R}$ is called an r-ideal if $ab \in I$ and $ann(a) = \{0\}$ implies that $ann(a) = \{0\}$, for each $a, b \in \mathcal{R}$. An $ann(a) = \{s | s \in \mathcal{R}, as = 0\}$ denotes a set of annihilator of a ring $\mathcal{R}$. The existence of regular element is also important to determine if an ideal I is an r-ideal or not. Regular element of an ring $\mathcal{R}$ denotes by r. This journal discusses the definition and some properties of an r-ideal in commutative rings and integral domains.

Keyword: r-Ideal, commutative rings, integral domain, annihilator, regular element.