

**SKRIPSI**

**METODE *DIFFERENT OPTIMIZATION* DAN MODI DALAM MENENTUKAN  
SOLUSI OPTIMAL PADA MASALAH TRANSPORTASI**

***DIFFERENT OPTIMIZATION METHOD AND MODI TO OBTAIN AN OPTIMAL  
SOLUTION IN THE TRANSPORTATION PROBLEM***



**HASNA NOOR KHAIRIYYAH  
24010117140013**

**DEPARTEMEN MATEMATIKA  
FAKULTAS SAINS DAN MATEMATIKA  
UNIVERSITAS DIPONEGORO  
SEMARANG**

**2021**

**SKRIPSI**  
**METODE *DIFFERENT OPTIMIZATION* DAN MODI DALAM MENENTUKAN**  
**SOLUSI OPTIMAL PADA MASALAH TRANSPORTASI**  
***DIFFERENT OPTIMIZATION METHOD AND MODI TO OBTAIN AN OPTIMAL***  
***SOLUTION IN THE TRANSPORTATION PROBLEM***

Diajukan untuk memenuhi salah satu syarat memperoleh derajat  
Sarjana Matematika (S.Mat)



HASNA NOOR KHAIRIYYAH  
24010117140013

**DEPARTEMEN MATEMATIKA**  
**FAKULTAS SAINS DAN MATEMATIKA**  
**UNIVERSITAS DIPONEGORO**  
**SEMARANG**

**2021**

**HALAMAN PENGESAHAN  
SKRIPSI**

**METODE *DIFFERENT OPTIMIZATION* DAN MODI DALAM MENENTUKAN  
SOLUSI OPTIMAL PADA MASALAH TRANSPORTASI**

Telah dipersiapkan dan disusun oleh:

**HASNA NOOR KHAIRIYYAH**  
24010117140013

Telah dipertahankan di depan Tim Penguji  
Telah disetujui pada tanggal .. September 2021

Susunan Tim Penguji

Pembimbing II/Penguji,



Drs. Kartono, M.Si  
NIP. 196308251990031003

Mengetahui,  
Ketua Departemen Matematika,

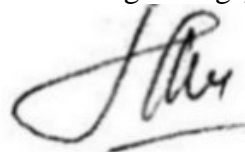
Dr. Susilo Hariyanto, S.Si, M.Si  
NIP. 197410142000121001

Penguji,



Abdul Aziz, S.Si, M.Sc  
NIP.198502061015041003

Pembimbing I/Penguji,



Dr. R. Heru Tjahjana, S.Si M.Si  
NIP. 197407172000121001

## **PERNYATAAN**

Dengan ini saya menyatakan bahwa Skripsi ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar kesarjanaan di suatu Perguruan Tinggi, dan sepanjang pengetahuan saya juga tidak terdapat karya atau pendapat yang pernah ditulis atau diterbitkan oleh orang lain, kecuali yang secara tertulis diacu dalam naskah ini dan disebutkan dalam daftar pustaka.

Semarang, Agustus 2021

Hasna Noor Khairiyah

**Kupersembahkan karya ini untuk:**

Kedua orang tuaku tercinta,  
Kakakku tersayang,  
Dan segenap keluarga besar

## KATA PENGANTAR

Puji syukur penulis panjatkan kehadiran Allah SWT yang Maha Pengasih dan Maha Penyayang yang telah melimpahkan rahmat dan hidayah-Nya sehingga penulis dapat menyusun Tugas Akhir ini. Tugas Akhir yang berjudul “Metode *Different Optimization* dan MODI dalam Menentukan Solusi Optimal pada Masalah Transportasi” ini disusun sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelas Sarjana Strata Satu (S1) pada Departemen Matematika Fakultas Sains dan Matematika, Universitas Diponegoro, Semarang.

Pada penyusunan Tugas Akhir ini banyak pihak yang telah membantu, maka penulis menyampaikan rasa hormat dan ucapan terima kasih kepada:

1. Dr. Susilo Hariyanto, S.Si, M.Si, selaku Ketua Departemen Matematika Fakultas Sains dan Matematika Universitas Diponegoro.
2. Dr. R Heru Tjahjana, S.Si, M.Si. selaku dosen pembimbing I yang telah memberikan bimbingan dan pengarahan dalam menyelesaikan Tugas Akhir ini.
3. Drs. Kartono, M.Si selaku dosen pembimbing II yang telah memberikan bimbingan dan pengarahan dalam menyelesaikan Tugas Akhir ini.
4. Kedua orang tua dan kakak yang telah memberikan doa dan dukungan.
5. Semua pihak yang ikut membantu hingga selesainya penyusunan Tugas Akhir ini. Semoga Allah membalas dengan melimpahkan rahmat dan kebaikan untuk kehidupannya di dunia dan di akhirat.

Penulis menyadari bahwa Tugas Akhir ini masih jauh dari sempurna. Untuk itu, penulis mengharapkan kritik dan saran yang bersifat membangun demi kesempurnaan Tugas Akhir ini. Semoga Tugas Akhir ini bisa membawa manfaat bagi penulis sendiri khususnya dan bagi pembaca pada umumnya.

Semarang, Agustus 2021

Penulis

## DAFTAR ISI

SKRIPSI.....	i
HALAMAN PENGESAHAN.....	ii
PERNYATAAN .....	iii
Kupersembahkan karya ini untuk: .....	iv
KATA PENGANTAR .....	v
DAFTAR ISI.....	vi
DAFTAR TABEL.....	viii
DAFTAR GAMBAR .....	xi
DAFTAR LAMPIRAN.....	xii
DAFTAR ARTI LAMBANG DAN SINGKATAN.....	xiii
ABSTRAK.....	xiv
ABSTRACT.....	xv
BAB I PENDAHULUAN .....	1
1.1. Latar Belakang.....	1
1.2. Perumusan Masalah .....	2
1.3. Pembatasan Masalah.....	2
1.4. Tujuan Penulisan.....	2
1.5. Manfaat Penulisan.....	2
1.6. Metode Penulisan.....	3
1.7. Sistematika Penulisan .....	3
BAB II LANDASAN TEORI.....	5
2.1. Program Linier .....	5
2.1.1. Model Program Linier.....	5
2.2. Masalah Transportasi.....	6
2.2.1. Pengertian Masalah Transportasi .....	6
2.2.2. Model Masalah Transportasi.....	7
2.2.3. Masalah Transportasi Seimbang dan Tidak Seimbang .....	8
2.2.4. Metode Penyelesaian Masalah Transportasi .....	9
2.2.5. Penggunaan Program Linier dalam Masalah Transportasi .....	17
BAB III PEMBAHASAN.....	19
3.1. Metode Different Optimization.....	23
3.1.1 Metode Different Optimization pada Masalah Transportasi.....	23

3.2	Pengaplikasian Masalah Transportasi pada PT. Gelang Gemilang Jaya Menggunakan Metode Different Optimization.....	32
3.3	Uji Optimalisasi Masalah Transportasi pada PT. Gelang Gemilang Jaya .....	36
3.4	Analisa Perbandingan Hasil Berdasarkan Beberapa Metode.....	38
3.4.1	Contoh Kasus Masalah Transportasi Seimbang.....	38
3.4.2	Contoh Kasus Masalah Transportasi Tidak Seimbang .....	50
3.4.3	Perbandingan Solusi Fisibel Awal dan Solusi Optimal pada Masalah Transportasi Seimbang dan Tidak Seimbang.....	72
BAB IV .....		744
KESIMPULAN.....		744
4.1.	Kesimpulan .....	744
4.2.	Saran .....	744
DAFTAR PUSTAKA .....		755
LAMPIRAN.....		766



## DAFTAR TABEL

<b>Tabel 2.1</b> Bentuk Standar Program Linier.....	5
<b>Tabel 2.2</b> Masalah Transportasi Dalam Bentuk Tabel .....	7
<b>Tabel 2.3</b> Contoh Masalah Transportasi.....	12
<b>Tabel 2.4</b> Solusi Fisibel Awal dengan Metode NWC Contoh 2.1.....	13
<b>Tabel 2.5</b> Solusi Fisibel Awal Dengan Metode LC Contoh 2.1 .....	13
<b>Tabel 2.6</b> Solusi Fisibel Awal Dengan Metode VAM Contoh 2.1 .....	14
<b>Tabel 2.7</b> Tabel Awal Dengan Metode VAM Contoh 2.1 .....	15
<b>Tabel 2.8</b> Solusi Optimal Dengan Metode MODI Contoh 2.1 .....	16
<b>Tabel 3.1</b> Contoh 3.1 Masalah Transportasi.....	29
<b>Tabel 3.2</b> Iterasi 1 Contoh 3.1 .....	30
<b>Tabel 3.3</b> Iterasi 2 Contoh 2.1 .....	30
<b>Tabel 3.4</b> Iterasi 3 Contoh 3.1 .....	30
<b>Tabel 3.5</b> Iterasi 4 Contoh 3.1 .....	31
<b>Tabel 3.6</b> Iterasi 5 Contoh 3.1 .....	31
<b>Tabel 3.7</b> Solusi Fisibel Awal Contoh 3.1 Dengan Metode <i>Different Optimization</i> .....	31
<b>Tabel 3.8</b> Jumlah Persediaan PT. Gelang Gemilang Jaya .....	32
<b>Tabel 3.9</b> Jumlah Permintaan Setiap Pelanggan PT. Gelang Gemilang Jaya.....	32
<b>Tabel 3.10</b> Permintaan Pelangga PT Gelang Gemilang Jaya .....	33
<b>Tabel 3.11</b> Biaya Distribusi PT Gelang Gemilang Jaya (Ribuan Rupiah) .....	33
<b>Tabel 3.12</b> Tabel Awal Masalah Transportasi.....	34
<b>Tabel 3.13</b> Masalah Transportasi Pada Studi Kasus .....	34
<b>Tabel 3.14</b> Masalah Transportasi Seimbang Pada Studi Kasus .....	34
<b>Tabel 3.15</b> Iterasi 1 Studi Kasus.....	35
<b>Tabel 3.16</b> Iterasi 2 Studi Kasus.....	35
<b>Tabel 3.17</b> Iterasi 3 Studi Kasus.....	36
<b>Tabel 3.18</b> Hasil Akhir Metode <i>Different Optimization</i> Pada Studi Kasus.....	36
<b>Tabel 3.19</b> Solusi Fisibel Awal Dengan Metode <i>Different Optimization</i> Pada Studi Kasus.....	36
<b>Tabel 3.20</b> Solusi Optimal Dengan Metode MODI Pada Studi Kasus.....	37
<b>Tabel 3.21</b> Contoh 3.2 Masalah Transportasi.....	39
<b>Tabel 3.22</b> Iterasi 1 Contoh 3.2 .....	39
<b>Tabel 3.23</b> Iterasi 2 Contoh 3.2 .....	39
<b>Tabel 3.24</b> Iterasi 3 Contoh 3.2 .....	40
<b>Tabel 3.25</b> Iterasi 4 Contoh 3.2 .....	40
<b>Tabel 3.26</b> Iterasi 5 Contoh 3.2 .....	40
<b>Tabel 3.27</b> Solusi Fisibel Awal Contoh 3.2 Dengan Metode <i>Different Optimization</i> .....	41
<b>Tabel 3.28</b> Solusi Fisibel Awal Contoh 3.2 Setelah Ditambahkan <i>Dummy</i> .....	41
<b>Tabel 3.29</b> Solusi Optimal Contoh 3.2 Dengan Metode MODI.....	41
<b>Tabel 3.30</b> Contoh 3.3 Masalah Transportasi.....	42
<b>Tabel 3.31</b> Iterasi 1 Contoh 3.3 .....	43
<b>Tabel 3.32</b> Iterasi 2 Contoh 3.3 .....	43
<b>Tabel 3.33</b> Iterasi 3 Contoh 3.3 .....	43
<b>Tabel 3.34</b> Iterasi 4 Contoh 3.3 .....	44

<b>Tabel 3.35</b> Iterasi 5 Contoh 3.3 .....	44
<b>Tabel 3.36</b> Iterasi 6 Contoh 3.3 .....	44
<b>Tabel 3.37</b> Solusi Fisibel Awal Contoh 3.3 Dengan Metode <i>Different Optimization</i> .....	45
<b>Tabel 3.38</b> Solusi Optimal Contoh 3.3 Dengan Metode MODI.....	45
<b>Tabel 3.39</b> Contoh 3.4 Masalah Transportasi.....	46
<b>Tabel 3.40</b> Iterasi 1 Contoh 3.4 .....	46
<b>Tabel 3.41</b> Iterasi 2 Contoh 3.4 .....	47
<b>Tabel 3.42</b> Iterasi 5 Contoh 3.4 .....	47
<b>Tabel 3.43</b> Iterasi 4 Contoh 3.4 .....	48
<b>Tabel 3.44</b> Iterasi 5 Contoh 3.4 .....	48
<b>Tabel 3.45</b> Iterasi 6 Contoh 3.4 .....	48
<b>Tabel 3.46</b> Iterasi 7 Contoh 3.4 .....	49
<b>Tabel 3.47</b> Solusi Fisibel Awal Contoh 3.4 Dengan Metode <i>Different Optimization</i> .....	49
<b>Tabel 3.48</b> Solusi Optimal Contoh 3.4 Dengan Metode MODI.....	50
<b>Tabel 3.49</b> Contoh 3.5 Masalah Transportaso.....	50
<b>Tabel 3.50</b> Tabel Awal Masalah Transportasi Awal contoh 3.5 .....	51
<b>Tabel 3.51</b> Iterasi 1 Contoh 3.5 .....	51
<b>Tabel 3.52</b> Iterasi 2 Contoh 3.5 .....	51
<b>Tabel 3.53</b> Iterasi 3 contoh 3.5 .....	51
<b>Tabel 3.54</b> Iterasi 4 Contoh 3.5 .....	52
<b>Tabel 3.55</b> Iterasi 5 Contoh 3.5 .....	52
<b>Tabel 3.56</b> Iterasi 6 Contoh 3.5 .....	52
<b>Tabel 3.57</b> Solusi Fisibel Awal Contoh 3.5 Dengan Metode <i>Different Optimization</i> .....	53
<b>Tabel 3.58</b> Solusi Optimal Contoh 3.5 Dengan Metode MODI.....	53
<b>Tabel 3.59</b> Contoh 3.6 Masalah Transportasi.....	54
<b>Tabel 3.60</b> Tabel Awal Masalah Transportaso Contoh 3.6.....	54
<b>Tabel 3.61</b> Iterasi 1 Contoh 3.6 .....	55
<b>Tabel 3.62</b> Iterasi 2 Contoh 3.6 .....	55
<b>Tabel 3.63</b> Iterasi 3 Contoh 3.6 .....	55
<b>Tabel 3.64</b> Iterasi 4 Contoh 3.6 .....	56
<b>Tabel 3.65</b> Iterasi 5 Contoh 3.6 .....	56
<b>Tabel 3.66</b> Iterasi 6 Contoh 3.6 .....	56
<b>Tabel 3.67</b> Solusi Fisibel Awal Contoh 3.6 Dengan Metode <i>Different Optimization</i> .....	57
<b>Tabel 3.68</b> Solusi Optimal Contoh 3.6 Dengan Metode MODI.....	57
<b>Tabel 3.69</b> Contoh 3.7 Masalah Transportasi.....	58
<b>Tabel 3.70</b> Tabel Awal Masalah Transportaso.....	58
<b>Tabel 3.71</b> Iterasi 1 Contoh 3.7 .....	59
<b>Tabel 3.72</b> Iterasi 2 Contoh 3.7 .....	59
<b>Tabel 3.73</b> Iterasi 3 Contoh 3.7 .....	60
<b>Tabel 3.74</b> Iterasi 4 Contoh 3.7 .....	60
<b>Tabel 3.75</b> Iterasi 5 Contoh 3.7 .....	60
<b>Tabel 3.76</b> Iterasi 6 Contoh 3.7 .....	61
<b>Tabel 3.77</b> Iterasi 7 Contoh 3.7 .....	61
<b>Tabel 3.78</b> Solusi Fisibel Awal Contoh 3.7 Dengan Metode <i>Different optimization</i> .....	61
<b>Tabel 3.79</b> Solusi Optimal Contoh 3.7 Dengan Metode MODI.....	62

<b>Tabel 3.80</b> Contoh 3.8 Masalah Transportasi.....	63
<b>Tabel 3.81</b> Tabel Awal Masalah Transportasi Contoh 3.8.....	63
<b>Tabel 3.82</b> Iterasi 1 Contoh 3.8.....	63
<b>Tabel 3.83</b> Iterasi 2 Contoh 3.8.....	64
<b>Tabel 3.84</b> Iterasi 3 Contoh 3.8.....	64
<b>Tabel 3.85</b> Iterasi 4 Contoh 3.8.....	65
<b>Tabel 3.86</b> Iterasi 5 Contoh 3.8.....	65
<b>Tabel 3.87</b> Iterasi 6 Contoh 3.8.....	65
<b>Tabel 3.88</b> Iterasi 7 Contoh 3.8.....	66
<b>Tabel 3.89</b> Solusi Fisibel Awal Contoh 3.8 Dengan Metode <i>Different Optimization</i> .....	66
<b>Tabel 3.90</b> Solusi Optimal Contoh 3.8 Dengan Metode MODI.....	67
<b>Tabel 3.91</b> Contoh 3.9 Masalah Transportasi.....	67
<b>Tabel 3.92</b> Tabel Awal Masalah Transportasi Contoh 3.9.....	68
<b>Tabel 3.93</b> Iterasi 1 Contoh 3.9.....	68
<b>Tabel 3.94</b> Iterasi 2 Contoh 3.9.....	69
<b>Tabel 3.95</b> Iterasi 3 contoh 3.9.....	69
<b>Tabel 3.96</b> Iterasi 4 Contoh 3.9.....	69
<b>Tabel 3.97</b> Iterasi 5 Contoh 3.9.....	70
<b>Tabel 3.98</b> Iterasi 6 Contoh 3.9.....	70
<b>Tabel 3.99</b> iterasi 7 Contoh 3.9.....	70
<b>Tabel 3.100</b> Solusi Fisibel Awal Contoh 3.9 Dengan Metode <i>Different Optimization</i> .....	71
<b>Tabel 3.101</b> Solusi Optimal Contoh 3.9 Dengan Metode MODI.....	71
<b>Tabel 3.102</b> Hasil Solusi Fisibel Masalah Transportasi Seimbang Dengan Metode <i>Different Optimization</i> Dan Beberapa Metode Lainnya.....	72
<b>Tabel 3.103</b> Hasil Solusi Fisibel Masalah Transportasi Seimbang Dan Tidak Seimbang Dengan Metode <i>Different Optimization</i> Dan Beberapa Metode Lainnya.....	72

## DAFTAR GAMBAR

<b>Gambar 2.1</b> Gambaran Umum Model Transportasi .....	7
<b>Gambar 2.2</b> Flowchart Algoritma Masalah Transportasi .....	10

## DAFTAR LAMPIRAN

<b>Lampiran 1</b> Surat Keterangan Studi Kasus .....	76
--	----

## DAFTAR ARTI LAMBANG DAN SINGKATAN

- $Z$  : Biaya total transportasi
- $m$  : Banyaknya sumber (*supply*)
- $n$  : Banyaknya tujuan (*demand*)
- $a_i$  : Persediaan barang sumber ke- $i$
- $b_j$  : Permintaan barang dari tujuan- $j$
- $\sum_{i=1}^m a_i$ : Jumlah persediaan barang
- $\sum_{j=1}^n b_j$ : Jumlah permintaan barang
- $c_{ij}$  : Biaya pengiriman per unit barang yang dikirim dari sumber- $i$  ke tujuan- $j$
- $x_{ij}$  : Banyaknya alokasi barang yang dikirim dari sumber- $i$  ke tujuan- $j$
- $P_i$  : Persediaan barang sumber- $i$
- $T_j$  : Permintaan barang dari tujuan- $j$
- $u_i$  : Nilai yang dibebankan pada setiap baris ke- $i$
- $v_j$  : Nilai yang dibebankan pada setiap kolom ke- $j$
- $i$  :  $1, 2, \dots, m$
- $j$  :  $1, 2, \dots, n$
- $\lambda_i$  : Proporsi produksi terhadap total permintaan
- $\lambda_j$  : Proporsi permintaan terhadap total persediaan

**ABSTRAK**  
**METODE *DIFFERENT OPTIMIZATION* DAN MODI DALAM MENENTUKAN**  
**SOLUSI OPTIMAL PADA MASALAH TRANSPORTASI**

Oleh

Hasna Noor Khairiyah

24010117140013

Masalah transportasi adalah bagian dari riset operasi yang membahas tentang meminimumkan biaya pengiriman dari beberapa sumber ke beberapa tempat tujuan dengan alokasi distribusi barang yang paling efektif. Dalam mendistribusikan suatu barang atau produk ke berbagai tempat, yakni perlu memperhatikan pengalokasikan barang agar biaya transportasi yang dikeluarkan dapat seminimal mungkin. Pada skripsi ini, dibahas tentang pencarian solusi optimal pada masalah transportasi seimbang dan tidak seimbang dengan Metode *Different Optimization* yang diusulkan oleh Muhammad Hanif dan Farzana Sultana Rafi. Metode *Different Optimization* dapat digunakan untuk mencari solusi optimal pada masalah transportasi jika dan hanya jika  $c_{ij} - u_i - v_j \geq 0$  untuk  $x_{ij} = 0$ . Dalam perhitungan simulasi numerik dengan menggunakan Metode *Different Optimization* diperoleh Rp 1.529.600. Dilakukan uji optimalitas dengan menggunakan Metode MODI didapatkan solusi yang optimal sebesar Rp 1.529.600. Berdasarkan perhitungan tersebut, Metode *Different Optimization* dapat disimpulkan bahwa metode tersebut dapat digunakan sebagai metode alternatif lain untuk mencari solusi optimal pada masalah transportasi.

**Kata kunci** : Metode Alternatif, Riset Operasi, Solusi Optimal,

**ABSTRACT**  
**DIFFERENT OTIMIZATION METHOD AND MODI TO OBTAIN AN OPTIMAL  
SOLUTION IN THE TRANSPORTATION PROBLEM**

by

Hasna Noor Khairiyyah

24010117140013

The transportation problem is part of operations research that discusses minimizing the cost of shipping from several sources to several destinations with the most effective allocation of distribution of goods. In distributing an item or product to various places, it is necessary to pay attention to the allocation of goods so that the transportation costs incurred can be minimized. In this thesis, we discuss the search for optimal solutions to balanced and unbalanced transportation problems using the Different Optimization Method proposed by Muhammad Hanif and Farzana Sultana Rafi. The Different Optimization method can be used to find the optimal solution to the transportation problem if and only if  $c_{ij} - u_i - v_j \geq 0$  for  $x_{ij} = 0$ . In the calculation of the numerical simulation using the Different Optimization Method, it was obtained Rp. 1,529,600. Optimality test was carried out using the MODI method to obtain the optimal solution of Rp. 1,529,600. Based on these calculations, the Different Optimization Method can be concluded that the method can be used as another alternative method to find the optimal solution to the transportation problem.

**Keywords** : Alternative Method, Operations Research, Optimal Solution