

ABSTRAK

Bentuk model regresi nonparametrik standar dari data observasi $\{(X_i, Y_i)\}_{i=1}^n$ adalah: $Y_i = f(X_i) + \varepsilon_i$, $i = 1, 2, \dots, n$ dengan X_i variabel prediktor, Y_i variabel respon, f adalah fungsi regresi yang tidak diketahui, dan ε_i adalah variabel random independen dengan mean 0 dan varian σ^2 . Fungsi f yang belum diketahui dapat diestimasi menggunakan metode pendekatan nonparametrik dengan mengasumsikan bahwa fungsi f termuat dalam kelas fungsi mulus, artinya mempunyai turunan yang kontinu dan dapat diintegrasikan secara kuadrat. Salah satu teknik untuk mengestimasi fungsi mulus adalah dengan teknik wavelet. Estimator wavelet dibedakan menjadi dua macam, yaitu estimator wavelet linier dan estimator wavelet nonlinier. Estimator wavelet nonlinier disebut juga estimator wavelet thresholding. Prinsip dari estimator wavelet thresholding adalah mempertahankan koefisien wavelet yang nilainya lebih besar dari suatu nilai threshold tertentu dan mengabaikan koefisien wavelet yang kecil. Selanjutnya koefisien yang besar ini digunakan untuk merekonstruksi fungsi (estimator) yang dicari. Pada estimasi fungsi dengan metode wavelet thresholding, tingkat kemulusan estimator ditentukan oleh pemilihan fungsi wavelet, level resolusi, fungsi thresholding, dan parameter threshold. Namun yang paling dominan menentukan tingkat kemulusan estimator adalah parameter threshold. Salah satu metode penentuan nilai threshold optimal adalah dengan prosedur False Discovery Rate (FDR). Dalam prosedur FDR, nilai threshold optimal ditentukan oleh pemilihan tingkat signifikansi dan estimasi varian.

1.1. Latar Belakang Masalah

Bentuk model regresi nonparametrik standar dari data observasi

$$\{(X_i, Y_i)\}_{i=1}^n \text{ adalah: } Y_i = f(X_i) + \varepsilon_i, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

dengan X_i variabel prediktor, Y_i variabel respon, f adalah fungsi regresi yang tidak diketahui, dan ε_i adalah variabel random independen dengan mean 0 dan varian σ^2 . Fungsi f yang belum diketahui dapat diestimasi menggunakan metode pendekatan nonparametrik. Pendekatan regresi nonparametrik mengasumsikan bahwa fungsi f termuat dalam kelas fungsi mulus, artinya mempunyai turunan yang kontinu dan dapat diintegrasikan secara kuadrat.

Salah satu teknik yang sudah populer untuk mengestimasi fungsi mulus adalah dengan teknik wavelet. Estimator wavelet dari regresi nonparametrik merupakan pengembangan dari estimator regresi deret Fourier. Estimator wavelet sendiri dibedakan menjadi dua macam, yaitu estimator wavelet linier dan estimator wavelet nonlinier. Penulis memilih menggunakan estimator wavelet nonlinier karena bila dibandingkan dengan metode Fourier, estimator wavelet nonlinier mampu mengestimasi fungsi baik mulus maupun tidak mulus. Hal ini dikarenakan banyaknya koefisien wavelet yang tidak nol dalam rekonstruksi fungsi dengan wavelet relatif lebih sedikit dibandingkan dengan banyaknya koefisien Fourier yang

tidak nol dalam rekonstruksi fungsi pada level resolusi yang sama. Hal ini diperkuat juga dengan besarnya laju konvergensi integral rata-rata kesalahan kuadrat (IMSE) dari estimator wavelet dan estimator Fourier yang merupakan salah satu ukuran kebaikan dari suatu estimator. Laju konvergensi IMSE optimal estimator wavelet dari fungsi mulus lebih cepat menuju nol dari laju konvergensi IMSE optimal estimator Fourier (Suparti dan Subanar, 2000).

Selain keunggulan di atas, wavelet mampu mempresentasikan fungsi-fungsi yang bersifat tidak mulus, yang mana hal ini tidak dapat dilakukan oleh deret Fourier. Ini dikarenakan basis dalam wavelet ditentukan oleh letak dan skala (translasi dan dilatasi). Pada bagian fungsi yang tidak mulus, representasi wavelet akan menggunakan panjang support yang sempit dan pada bagian fungsi yang mulus akan menggunakan support yang lebih lebar. Dengan demikian fungsi wavelet mempunyai panjang support yang bersifat adaptif secara lokal.

Estimator wavelet nonlinier disebut juga dengan estimator wavelet shrinkage atau estimator wavelet thresholding karena fungsi thresholding ini merupakan operator nonlinier pada vektor koefisien wavelet yang diestimasi.

Prinsip dari estimator wavelet thresholding adalah mempertahankan koefisien wavelet yang nilainya lebih besar dari suatu nilai threshold tertentu dan mengabaikan koefisien wavelet yang nilainya lebih kecil. Selanjutnya koefisien yang besar ini digunakan untuk merekonstruksi fungsi (estimator) yang dicari (Ogden, 1997).

Pada estimasi fungsi dengan metode wavelet thresholding, tingkat kemulusan estimator ditentukan oleh pemilihan fungsi wavelet (ϕ dan φ), level resolusi (J), fungsi thresholding (∂_λ), dan parameter threshold (λ). Namun yang paling dominan

menentukan tingkat kemulusan estimator adalah parameter threshold (λ). Nilai threshold yang kecil memberikan estimasi fungsi yang sangat tidak mulus (under smooth), sedangkan nilai threshold yang besar memberikan estimasi yang sangat mulus (over smooth).

Untuk itu dalam tugas akhir ini akan dibahas mengenai penentuan nilai threshold optimal untuk mendapatkan estimasi fungsi yang optimal.