

## ABSTRAK

Wavelet merupakan suatu fungsi yang mempunyai sifat-sifat tertentu diantaranya berosilasi disekitar titik nol, dan membentuk basis ortogonal dalam  $L^2(\mathbb{R})$ . Representasi fungsi dalam wavelet merupakan generalisasi dari deret Fourier yang mempunyai basis ortogonal, yakni fungsi konstan, sinus dan cosinus. Salah satu aplikasi wavelet dalam statistika adalah untuk mengestimasi fungsi regresi non parametrik. Estimator wavelet dari regresi non parametrik merupakan pengembangan dari estimator regresi deret Fourier dan estimator kernel. Salah satu keunggulan estimator dapat dilihat melalui penurunan IMSE(Integrated Mean Square Error) dari estimator tersebut. Estimator wavelet linier mempunyai penurunan IMSE lebih cepat menuju nol daripada IMSE deret Fourier, tetapi sama cepatnya dengan penurunan IMSE estimator kernel.

## BAB I

### PENDAHULUAN

Dalam analisis statistik, model regresi mempunyai peranan penting, yaitu dengan menggambarkan hubungan antara variabel respon  $Y$  dengan satu atau lebih variabel prediktor  $X$ . Bentuk dari fungsi memberikan penjelasan bahwa nilai pengamatan dari  $Y$  diperoleh dari suatu harga  $X$ . Jika terdapat  $n$  data  $(X_i, Y_i)$  dengan  $i=1, 2, \dots, n$  yang berhubungan, dengan model regresi

$$Y_i = g(X_i) + \varepsilon_i, \quad i=1, 2, \dots, n$$

dimana  $X_i$  adalah variabel prediktor ke- $i$ ,  $Y_i$  merupakan variabel respon ke- $i$  dan  $g$  adalah fungsi regresi yang tak diketahui. Sementara  $\varepsilon_i$  adalah variabel random independen prediktor dengan mean 0 dan varian  $\sigma^2$ .

Ada dua pendekatan yang dapat dilakukan dalam mengestimasi fungsi regresi  $g$  yakni pendekatan parametrik dan pendekatan non parametrik. Pendekatan parametrik dilakukan jika bentuk  $g$  diketahui tergantung dari suatu parameter, sedangkan pendekatan non parametrik menghubungkan variabel respon  $Y$  dengan satu atau lebih variabel prediktor  $X$  tanpa diketahui bentuk dari fungsi  $g$ .

Kegunaan paling sederhana dari regresi non parametrik adalah dalam pemulusan *scatterplot*. Dalam hal ini, ada sebuah respon  $Y$  dan prediktor  $X$  dan digambarkan secara visual hubungan antara dua variabel tersebut dalam sebuah *scatterplot*. Teknik regresi non parametrik mengasumsikan bahwa fungsi  $g$

termuat dalam fungsi kelas mulus, artinya mempunyai turunan yang kontinu atau dapat diintegrasikan secara kuadrat.

Ada banyak metode untuk mengestimasi fungsi regresi  $g$  dengan asumsi bahwa error adalah independen berdistribusi normal dengan mean 0 dan varian  $\sigma^2$ . Salah satu teknik yang sudah populer untuk mengestimasi fungsi mulus adalah teknik wavelet. Estimator wavelet dari regresi non parametrik merupakan pengembangan dari estimator deret Fourier dan estimasi kernel. Estimator wavelet sendiri dibedakan menjadi dua macam, yaitu estimator wavelet linier dan estimator wavelet non linier. Salah satu ukuran kebaikan dari estimator dapat dilihat dari tingkat kesalahannya. Semakin kecil tingkat kesalahan, semakin baik estimasinya. Salah satu ukuran kesalahan dapat dilihat dari IMSE (Integral rata-rata kesalahan kuadrat).

Untuk itu dalam tugas akhir ini akan dibahas mengenai analisis wavelet untuk regresi non parametrik. Permasalahan dalam analisis wavelet untuk regresi non parametrik sangatlah luas, terutama dalam penentuan estimator  $g$  sehingga perlu batasan agar bisa terfokus dalam pembahasan. Dalam tugas akhir ini hanya akan membahas penentuan estimator fungsi  $g$  pada model rancangan tetap (*fixed design*) dengan metode wavelet linier. Oleh karena itu, tujuan yang ingin dicapai adalah menyusun estimasi fungsi regresi non parametrik pada model rancangan tetap/*fixed design* dengan metode wavelet linier.

Sistematika penulisan tugas akhir ini adalah sebagai berikut: bab I merupakan bab pendahuluan yang berisi garis besar permasalahan yang akan dibahas dalam penulisan tugas akhir ini. Bab II berisi materi penunjang yang

menguraikan apa saja yang diperlukan sebagai pendukung untuk memperjelas pemahaman pada bagian inti yakni model regresi non parametrik, *little "o"* dan *big "O"*, deret Taylor dan suku sisa, metode persegi panjang untuk integral tentu, ruang hasil kali dalam, sistem ortonormal lengkap, estimator kernel, estimator kernel teritlak, estimator deret Fourier, fungsi wavelet dan analisis multiresolusi. Bab III berisi pembahasan inti, yaitu tentang penentuan estimator fungsi regresi dengan metode wavelet linier, sifat estimator wavelet linier dan IMSE-nya. Dalam bab ini tidak hanya dilakukan pembahasan teoritis tetapi juga dilakukan pembahasan empiris yakni melalui contoh penerapan wavelet pada regresi non parametrik terhadap suatu data observasi. Sedangkan bab IV merupakan kesimpulan dari hasil pembahasan.