

ABSTRAK

Dari suatu lapangan hingga dapat dibentuk suatu grup, yaitu dengan cara menghilangkan elemen nol dari lapangan hingga tersebut. Himpunan yang terdiri dari elemen-elemen tak nol ini dengan operasi pergandaan akan membentuk grup komutatif dan siklik, dimana elemen pembangunnya adalah elemen tak nol dari lapangan hingga tersebut yang mempunyai order sama dengan order lapangan hingga tersebut dikurangi satu atau dengan kata lain elemen pembangunnya adalah elemen yang ordernya sama dengan order grup tersebut.

adalah lapangan yang jumlah elemennya berhingga. Jika didalam teori grup mempelajari struktur aljabar dari suatu himpunan dengan satu operasi biner maka dalam bahasan ring dan lapangan akan dipelajari suatu struktur aljabar dari suatu himpunan yang dilengkapi dengan 2 operasi biner. Jadi grup merupakan bagian dari ring. Jika G menyatakan grup dan R menyatakan ring maka G adalah himpunan bagian dari R .

Oleh karena itu cukup unik untuk dikaji pembentukan grup siklik dari lapangan hingga. Dalam hal ini grup siklik dapat dibentuk dari grup komutatif terhadap operasi pergandaan dimana lapangan hingga sendiri himpunan elemen-elemen tak nolnya terhadap operasi pergandaan akan membentuk grup komutatif. Jadi dari lapangan hingga himpunan elemen-elemen tak nolnya dapat dibangun oleh suatu generator sehingga membentuk grup siklik.

1.2 Perumusan Masalah

Berdasarkan uraian di atas permasalahan yang dihadapi dalam tugas akhir ini adalah bagaimana mengkontruksi lapangan hingga kemudian membentuk grup siklik dari lapangan hingga tersebut.

1.3 Pembatasan Masalah

Pada pembahasan lapangan hingga ini hanya akan dibahas mengenai lapangan hingga order p^n yang dinotasikan dengan GF_{p^n} dengan p prima dan $n \geq 1$.

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Lapangan merupakan salah satu bentuk gelanggang (ring) yang cukup unik dan menarik untuk dikaji, khususnya lapangan yang banyaknya unsur berhingga atau yang lebih dikenal dengan lapangan hingga. Fenomena yang menarik dari lapangan hingga adalah banyaknya unsur yang terkandung didalamnya. Banyaknya unsur dari suatu lapangan hingga atau disebut juga order dari lapangan hingga ditentukan sepenuhnya oleh suatu bilangan prima yang merupakan karakteristik dari lapangan tersebut.

Lapangan hingga senantiasa ada, hal ini dapat dilihat dari kenyataan bahwa untuk setiap bilangan prima p , gelanggang bilangan bulat modulo p merupakan lapangan hingga dengan order p .

Salah satu keunikan dari lapangan hingga adalah unsur-unsurnya yang tidak nol. Dari unsur-unsur tersebut dapat ditentukan suatu generator yang memegang peranan penting dalam membentuk grup siklik.

Sedangkan grup siklik sendiri pada umumnya dibentuk dari himpunan semesta dengan relasi ekivalensi dan satu operasi biner. Grup siklik merupakan grup yang dibangun oleh satu unsur, dimana unsur ini disebut generator atau pembangun dari grup siklik tersebut. Lapangan sendiri merupakan ring komutatif dengan elemen satuan dimana setiap elemen tak nolnya terhadap operasi pergandaan mempunyai invers. Dan lapangan hingga