ABSTRAK

Wavelet merupakan suatu fungsi yang mempunyai sifat-sifat tertentu diantaranya berosilasi di sekitar titik nol, dan membentuk basis ortogonal dalam $L^2(\mathbb{R})$. Metode Galerkin merupakan salah satu metode terbaik untuk mencari solusi numerik persamaan diferensial biasa. Kesederhanaannya membuat metode ini banyak digunakan pada beberapa aplikasi. Tahapan metode galerkin terdiri dari mencari basis fungsional pada ruang solusi persamaan, kemudian proyeksi solusi pada basis fungsional. dan meminimalisasikan " residual " dengan memperhatikan basis fungsional. Tujuan pada tugas akhir ini adalah memperkenalkan aplikasi dan implemintasi dari wavelet pada solusi numerik persamaan diferensial. Dengan menggunakan suatu metode, yang disebut metode wavelet Galerkin untuk menyelesaikan masalah syarat batas pada persamaan diferensial linear orde dua dengan koefisien konstanta.

Kata kunci : Ruang $\mathcal{L}^2(\mathbb{R})$, *Condition number* matrik, *preconditioning* persamaan linear, metode Wavelet-Galerkin.

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang Masalah

Wavelet merupakan suatu fungsi yang mempunyai sifat-sifat tertentu diantaranya berosilasi disekitar titik nol dan membentuk basis ortogonal dalam $L^2(\mathbb{R})$. Wavelet Analisis sangat berperan penting dalam proses signal dan pencitraan. Beberapa penelitian sedang dikembangkan dengan tujuan pada pemakaian struktur dekomposisi wavelet pada fungsi dan turunannya, dalam aplikasinya secara luas. Beberapa aplikasi seperti analisa runtun waktu, teori pendekatan dan solusi numerik pada persamaan diferensial, wavelet dikenal sebagai suatu metode.

Pada Tugas Akhir ini, yang akan dibahas adalah mengenai aplikasi wavelet pada persamaan diferensial Linear. Tujuannya adalah untuk mengenalkan secara singkat aplikasi dan implikasi wavelet pada Solusi numerik persamaan diferensial linear. Akan diuraikan suatu metode, yang disebut metode Wavelet-Galerkin untuk memecahkan masalah syarat batas pada persamaan diferensial linear orde dua dengan koefisien konstanta.

Pandang persamaan operator berikut :

$$Lu(t) = -\frac{d}{dt}\left(a(t)\frac{du}{dt} \right) + b(t)\, u(t) = f(t), \quad 0 \le t \le 1 \tag{1.1}$$

dengan

- memenuhi syarat batas $u(0) = u(1) = 0$.
- f dan b kontinu dan a mempunyai turunan yang kontinu pada $[0,1]$.
- Operator L adalah *uniformly elliptic*

Dari persamaan (1.1), akan ditentukan pendekatan solusi persamaan tersebut. Ada banyak metode untuk mencari pendekatan solusi persamaan diferensial biasa tersebut. Salah satunya adalah dengan menggunakan metode Wavelet Galerkin.

Wavelet yang akan digunakan adalah wavelet Haar, yang memenuhi syarat batas dari persamaan (1.1)

$$\psi(0) = \psi(1) = 0$$

di mana

$$\psi(x) := \begin{cases} -1, & 0 \le x < 1/2, \\ 1, & 1/2 \le x < 1, \\ 0, & \text{yang lain} \end{cases}$$

Setelah mendiskritkan suatu persamaan diferensial pada suatu cara konvensional seperti pendekatan metode Galerkin, wavelet dapat digunakan secara efektif, karena manipulasi yang secara aljabar pada resultan sistem persamaan linier, yang dapat mendorong ke arah suatu bilangan; *condition number* yang relative kecil, menggunakan suatu teknik yang disebut *preconditioning,* yaitu dengan menganti sistem persamaan $A\vec{x} = \vec{y}$ dengan sistem yang ekuivalen $M\vec{z} = \vec{v}$, di mana matrik M yang baru memenuhi sifat – sifat yang diharapkan, yaitu *condition number* yang kecil.