

ABSTRAK

Misalkan F lapangan dan n bilangan bulat positif. Misalkan $F \supset K$ lapangan pemisah dari $x^n - 1$ atas K . Maka akar dari $x^n - 1$ di F dinamakan akar ke n dari unit. Elemen $\zeta \in E$ dikatakan akar primitif ke n dari unit di F jika $\zeta^n = 1$, tetapi $\zeta^m \neq 1$ untuk setiap bilangan bulat positif $m < n$. Suatu polinomial

$g_n(x) = \prod_{i=1}^{\varphi(n)} (x - \zeta_i)$ di mana ζ_i akar primitif ke n dari unit di F adalah n th

cyclotomic polinomial atas K . Kemudian polinomial $x^n - 1$ dapat difaktorkan sebagai $x^n - 1 = \prod_{d|n} g_d(x)$.

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Suatu polinomial dikatakan tereduksi atau tak tereduksi dapat ditentukan dengan akar-akar dari polinomial. Suatu polinomial $f(x)$ yang berderajat positif disebut tereduksi (reducible) terhadap lapangan F jika polinomial tersebut dapat difaktorkan ke dalam dua polinomial berderajat positif dalam $F[x]$. Bila polinomial tersebut tidak dapat difaktorkan, $f(x)$ disebut tak tereduksi (irreducible) terhadap F , dan $f(x)$ disebut elemen tak tereduksi dari lapangan $F[x]$. Tidak semua akar polinomial atas lapangan berada pada lapangan tersebut tetapi akar tersebut berada pada lapangan yang lebih besar. Hal tersebut penting untuk melihat bahwa ketereduksian tergantung pada lapangan F . Misalnya polinomial $x^2 + 1$ adalah tak tereduksi terhadap bilangan riil R , tetapi tereduksi terhadap bilangan kompleks C .

Seperti halnya polinomial yang lain, polinomial $x^n - 1$ juga dapat ditemukan faktor-faktornya dengan menggunakan pemfaktoran. Faktor-faktor tersebut dapat dibedakan menjadi dua yaitu faktor tereduksi dan faktor tak tereduksi.

Dalam memfaktorkan polinomial $x^n - 1$ ini dapat dilakukan dengan metode-metode yang berbeda, di mana salah satu metode tersebut telah dibahas pada tugas akhir yang dikerjakan oleh saudara Sudibyو yaitu faktorisasi polinomial $x^n - 1$ atas lapangan berhingga. Metode lain yang juga dapat digunakan yaitu dengan metode cyclotomic polinomial.

Dalam tugas akhir ini akan dijelaskan konsep dari cyclotomic polinomial. Sehingga cyclotomic polinomial tersebut dapat digunakan untuk memfaktorkan polinomial $x^n - 1$. Dalam tugas akhir ini juga dilampirkan penyelesaian dengan bantuan software maple.

1.2 Permasalahan

Dalam tugas akhir ini permasalahannya ditekankan pada bagaimana memfaktorkan $x^n - 1$ dengan cyclotomic polinomial. Dalam menentukan cyclotomic polinomial dapat diperoleh dengan dua metode yaitu dengan akar primitif ke n dari unit dan dengan metode berulang.

1.3 Pembatasan Masalah

Pembahasan dalam tugas akhir ini difokuskan pada proses memfaktorkan $x^n - 1$ dengan cyclotomic polinomial saja, sehingga tidak membahas pemfaktoran dengan metode yang lain.

1.4 Tujuan

Tujuan dari penulisan tugas akhir ini adalah menjelaskan bagaimana memfaktorkan polinomial $x^n - 1$ dengan cyclotomic polinomial.