ABSTRAK

Untuk menentukan titik **X** yang meminimalkan fungsi nonlinier tanpa kendala $f(\mathbf{X})$ dapat diperoleh melalui pendekatan secara numerik bila penyelesaian secara analitik tidak dapat diperoleh. Salah satu pendekatan numerik adalah menggunakan metode gradien sekawan. Metode gradien sekawan merupakan salah satu metode arah konjugat yang diperoleh dengan memilih vektor arah berturut – turut yang konjugat dengan gradien yang diperoleh pada setiap iterasi yaitu $\mathbf{S}_i^T \nabla f(\mathbf{X}_i) = 0$. Vektor arah pencariannya tidak diberikan di awal perhitungan, tetapi dihitung secara sekuensial pada setiap langkah iterasi. Perhitungan dimulai dengan mengambil titik awal $\mathbf{X}_0 \in R^n$ sebarang dan menggunakan arah pencarian pertama pada arah penurunan tercuram, $\mathbf{S}_1 = -\nabla f(\mathbf{X}_0)$. Vektor arah konjugat berikutnya yang merupakan arah pergerakan menuju titik selanjutnya, diperoleh dari negatif gradien pada iterasi yang sedang dijalankan dan ditambahkan pada kombinasi linier vektor arah sebelumnya, $\mathbf{S}_{i+1} = -\nabla f(\mathbf{X}_i) + \beta_i \mathbf{S}_i$. Pencarian vektor arah yang konjugat dilakukan sampai titik optimalnya diperoleh.

BAB I

PENDAHULUAN

Dalam sejarah perkembangan ilmu pengetahuan dan teknologi, matematika memegang peranan yang sangat penting untuk memecahkan berbagai permasalahan secara kuantitatif. Optimasi sebagai salah satu cabang dalam matematika sering digunakan sebagai acuan untuk menyelesaikan permasalahan – permasalahan dibidang ekonomi, teknik, dan lainnya. Dengan optimasi maka permasalahan – permasalahan yang ada dapat diprediksi dan dicari penyelesaiannya yang optimal.

Secara umum optimasi dikategorikan menjadi dua bagian yaitu optimasi dengan kendala dan optimasi tanpa kendala. Optimasi dengan kendala adalah penyelesaian permasalahan untuk mendapatkan penyelesaian yang optimal dengan memperhatikan faktor – faktor pembatas yang harus dipenuhi, melalui tahapan – tahapan perhitungan tertentu. Sedangkan optimasi tanpa kendala yaitu penyelesaian masalah tanpa adanya faktor pembatas yang mempengaruhi proses perhitungan sampai penyelesaian optimal tercapai. Penyelesaian optimal dapat diartikan sebagai penyelesaian yang minimal maupun penyelesaian yang maksimal. Pada prinsipnya mencari nilai maksimal suatu fungsi $f(\mathbf{X})$ sama artinya dengan mencari nilai minimal dari negatif fungsi $f(\mathbf{X})$.

Pada tulisan ini akan dibahas permasalahan optimasi tanpa kendala (untuk kasus dengan kendala diubah menjadi permasalahan tanpa kendala), dan untuk kasus meminimalkan serta fungsinya merupakan fungsi konveks.

Dalam meminimalkan fungsi nonlinier multivariabel $f(\mathbf{X})$ tanpa kendala yaitu dengan mencari vektor $\mathbf{X} = (x_1, x_2, \cdots, x_n)$ sehingga fungsi $f(\mathbf{X})$ minimal. Apabila penyelesaiannya dapat diusahakan secara analitik tentu akan mempermudah memperoleh penyelesaiannya yang optimal, karena penyelesaian eksaknya didapatkan. Tetapi untuk berbagai persoalan hal ini tidak selalu mudah dilakukan sehingga perlu diupayakan penyelesaian secara numerik yang mendekati penyelesaian eksak.

Ada beberapa pendekatan secara numerik untuk mencari nilai minimum suatu fungsi nonlinier multivariabel $f(\mathbf{X})$. Pada tulisan ini akan dibahas pendekatan secara numerik menggunakan metode gradien sekawan (*conjugate gradient*). Metode gradien sekawan merupakan metode untuk meminimalkan suatu fungsi dimana arah pencarian pertamanya diambil arah penurunan tercuram (*steepest descent*). Untuk mendapatkan kekonvergenan yang lebih cepat, maka selain menggunakan arah penurunan tercuram juga menggunakan arah yang saling konjugat. Metode gradien sekawan menggunakan arah pencarian yang saling ortogonal serta gradien yang selalu diperbaharui pada setiap langkah iterasi, sehingga pada setiap iterasi akan bergerak maju menuju penyelesaian yang optimal.

Sebagian besar pembahasan melibatkan operasi vektor dalam bentuk matriks sehingga diasumsikan operasi matriks yang meliputi jumlahan dua matriks, hasil kali matriks dengan suatu skalar dan perkalian dua matriks terdefinisi.