



Komputasi Metode *Mixed Geographically Weighted Regression* Menggunakan *Graphical User Interface* (GUI)



Hasbi Yasin¹, Budi Warsito², Dwi Ispriyanti³, Abdul Hoyyi⁴

Departemen Statistika, Universitas Diponegoro^{1,2,3,4}

hasbiyasin@live.undip.ac.id

Abstrak. Salah satu metode statistika spasial *Geographically Weighted Regression* (GWR). Metode ini merupakan pengembangan dari regresi linier dengan menambahkan faktor letak geografis, sehingga parameter yang dihasilkan akan bersifat lokal. Metode GWR dapat dikembangkan menjadi metode *Mixed Geographically Weighted Regression* (MGWR) yang merupakan gabungan dari model regresi linier dan GWR. Parameter regresi yang dihasilkan beberapa bersifat lokal, sedangkan yang lain masih bersifat global. Seiring dengan perkembangan teknologi, untuk mendukung analisis dan inferensi model MGWR dibutuhkan sebuah *software* statistik yang berbasis antarmuka berupa *Graphical User Interface* (GUI) untuk memudahkan pengguna. Penelitian ini bertujuan untuk membuat sebuah sistem komputasi untuk estimasi parameter dan inferensi dari metode MGWR. Hasil penelitian menunjukkan bahwa dengan menggunakan GUI MGWR pengguna akan sangat mudah dalam menganalisis data spasial menggunakan metode MGWR.

Kata kunci: GUI, GWR, MGWR

I. PENDAHULUAN

Ada beberapa metode yang dapat digunakan untuk mengolah tipe data spasial. Salah satunya dengan metode *Geographically Weighted Regression* (GWR). GWR merupakan pengembangan dari regresi linier dengan menambahkan faktor letak geografis dimana data tersebut diambil sehingga estimasi parameter yang dihasilkan akan bersifat lokal [1]. Jika tidak semua prediktor bersifat lokal maka metode yang digunakan adalah metode *Mixed Geographically Weighted Regression* (MGWR) yang dikembangkan oleh Fotheringham dkk [1]. Model *Mixed Geographically Weighted Regression* (MGWR) merupakan gabungan dari model regresi linier global dengan model GWR. Metode MGWR menghasilkan estimator parameter yang sebagian bersifat global dan sebagian yang lain bersifat lokal sesuai dengan lokasi pengamatan data [2]. Salah satu kendala yang dihadapi dalam menggunakan metode ini adalah alat komputasi yang digunakan. Ada dua bentuk umum antarmuka pengguna dalam komputasi statistika yaitu *Command Line Interface* (CLI) dan *Graphical User Interface* (GUI). CLI biasanya terdiri dari sebuah konsol tekstual dimana pengguna mengetikkan serangkaian perintah dalam bentuk teks. Sedangkan GUI adalah sarana utama dalam berinteraksi dengan *desktop*, seperti Windows dan Mac OS, dan *software* statistika seperti JMP [3]. Antarmuka ini berdasarkan pada paradigma WIMP (window, icon, menu, dan pointer) [4]. Oleh karena itu, penelitian ini bertujuan untuk membuat aplikasi komputasi metode MGWR berbasis GUI untuk membantu pengguna dalam pengolahan data spasial.

II. METODE PENELITIAN

Mixed Geographically Weighted Regression (MGWR)

Model GWR merupakan pengembangan dari model regresi global dimana ide dasarnya diambil dari regresi non parametrik [5]. Model ini merupakan model regresi linier bersifat lokal (*locally linier regression*) yang menghasilkan penaksir parameter model yang bersifat lokal untuk setiap lokasi pengamatan. Model GWR dapat ditulis sebagai berikut :

$$y_i = \beta_0(u_i, v_i) + \sum_{k=1}^p \beta_k(u_i, v_i)x_{ik} + \varepsilon_i \quad (1)$$

dengan :

- y_i : Nilai observasi variabel respon ke- i
 (u_i, v_i) : Menyatakan titik koordinat (*longitude, latitude*) lokasi ke- i





$\beta(u_i, v_i)$: Koefisien regresi ; $k = 0, 1, \dots, p$

x_{ik} : Nilai observasi variabel prediktor k pada pengamatan ke- i

ε_i : Error ke- i yang diasumsikan identik, independen dan berdistribusi normal dengan mean nol dan varian konstan σ^2

Estimasi parameter model GWR menggunakan metode *Weighted Least Squares* (WLS) yaitu dengan memberikan pembobot yang berbeda untuk setiap lokasi pengamatan. Sehingga estimator parameter model (1) untuk setiap lokasinya adalah :

$$\hat{\beta}(u_i, v_i) = (\mathbf{X}^T \mathbf{W}(u_i, v_i) \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{W}(u_i, v_i) \mathbf{y} \quad (2)$$

Jika tidak semua variabel prediktor mempunyai pengaruh secara lokal seperti pada model GWR, tetapi sebagian berpengaruh secara global, maka model yang seperti ini dinamakan model *Mixed Geographically Weighted Regression* (MGWR). Model MGWR dengan p variabel prediktor dan q variabel prediktor diantaranya bersifat lokal, dengan mengasumsikan bahwa intersep model bersifat lokal dapat dituliskan sebagai berikut:

$$y_i = \beta_0(u_i, v_i) + \sum_{k=1}^q \beta_k(u_i, v_i) x_{ik} + \sum_{k=q+1}^p \beta_k x_{ik} + \varepsilon_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3)$$

Secara umum dalam bentuk matriks model MGWR dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}_g \boldsymbol{\beta}_g + \mathbf{X}_l \boldsymbol{\beta}_l + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (4)$$

dengan \mathbf{X}_g : matriks variabel global, \mathbf{X}_l : matriks variabel lokal, $\boldsymbol{\beta}_g$: vektor parameter variabel global dan $\boldsymbol{\beta}_l(u_i, v_i)$: matriks parameter variabel lokal.

Berdasarkan metode estimasi WLS diperoleh estimator parameter global $\hat{\boldsymbol{\beta}}_g$ dan estimator parameter $\hat{\boldsymbol{\beta}}_l(u_i, v_i)$ lokal adalah sebagai berikut:

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}_g = [\mathbf{X}_g^T (\mathbf{I} - \mathbf{S}_l)^T (\mathbf{I} - \mathbf{S}_l) \mathbf{X}_g]^{-1} \mathbf{X}_g^T (\mathbf{I} - \mathbf{S}_l)^T (\mathbf{I} - \mathbf{S}_l) \mathbf{y}, \text{ dan}$$

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}_l(u_i, v_i) = [\mathbf{X}_l^T \mathbf{W}(u_i, v_i) \mathbf{X}_l]^{-1} \mathbf{X}_l^T \mathbf{W}(u_i, v_i) (\mathbf{y} - \mathbf{X}_g \hat{\boldsymbol{\beta}}_g)$$

dengan

$$\mathbf{S}_l = \begin{pmatrix} \mathbf{x}_{l1}^T (\mathbf{X}_l^T \mathbf{W}(u_1, v_1) \mathbf{X}_l)^{-1} \mathbf{X}_l^T \mathbf{W}(u_1, v_1) \\ \mathbf{x}_{l2}^T (\mathbf{X}_l^T \mathbf{W}(u_2, v_2) \mathbf{X}_l)^{-1} \mathbf{X}_l^T \mathbf{W}(u_2, v_2) \\ \vdots \\ \mathbf{x}_{ln}^T (\mathbf{X}_l^T \mathbf{W}(u_n, v_n) \mathbf{X}_l)^{-1} \mathbf{X}_l^T \mathbf{W}(u_n, v_n) \end{pmatrix} \text{ dan } \mathbf{x}_{li}^T = (1, x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{iq})$$

Estimator $\hat{\boldsymbol{\beta}}_g$ dan $\hat{\boldsymbol{\beta}}_l(u_i, v_i)$ merupakan estimator tak bias untuk $\boldsymbol{\beta}_g$ dan $\boldsymbol{\beta}_l(u_i, v_i)$.

Oleh karena itu, nilai *fitted-value* dari respon untuk n lokasi pengamatan adalah:

$$\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{S} \mathbf{y}$$

dengan

$$\mathbf{S} = \mathbf{S}_l + (\mathbf{I} - \mathbf{S}_l) \mathbf{X}_g [\mathbf{X}_g^T (\mathbf{I} - \mathbf{S}_l)^T (\mathbf{I} - \mathbf{S}_l) \mathbf{X}_g]^{-1} \mathbf{X}_g^T (\mathbf{I} - \mathbf{S}_l)^T (\mathbf{I} - \mathbf{S}_l). \quad (5)$$





III. HASIL DAN PEMBAHASAN

ALGORITMA PEMODELAN MGWR

Pemrograman model MGWR disusun dengan menggunakan fasilitas dari MATLAB 7.6.0. Pemrograman dilakukan dengan tujuan untuk mempermudah proses estimasi dan pengujian hipotesis dari model GWR dan MGWR. Selanjutnya, dari *script* fungsi yang dibangun dirangkai dalam suatu aplikasi dengan tampilan yang lebih komunikatif dengan menggunakan fasilitas GUI (*Graphical User Interface*) MATLAB [6].

Algoritma 1: Penentuan Matriks Pembobot

INPUT : Data \mathbf{y} , \mathbf{X} , koordinat (u_i, v_i) dan bandwith h

OUTPUT : Matriks pembobot

Step 1 Set $\mathbf{W}(u_i, v_i) = \text{diag}(w_1(u_i, v_i), \dots, w_n(u_i, v_i))$

Where $w_j(u_i, v_i) = \phi(d_{ij}/\sigma h)$ (if Gaussian)

$$w_j(u_i, v_i) = \sqrt{\exp\left(-\left(d_{ij}/h\right)^2\right)} \quad (\text{if exponential})$$

$$w_j(u_i, v_i) = \begin{cases} \left(1 - \left(d_{ij}/h\right)^2\right)^2, & \text{for } d_{ij} \leq h \\ 0, & \text{for } d_{ij} > h \end{cases}$$

(if Bisquare)

$$w_j(u_i, v_i) = \begin{cases} \left(1 - \left(d_{ij}/h\right)^3\right)^3, & \text{for } d_{ij} \leq h \\ 0, & \text{for } d_{ij} > h \end{cases}$$

(if Tricube)

$$d_{ij} = \sqrt{(u_i - u_j)^2 + (v_i - v_j)^2}$$

Step 2 Set Output $\mathbf{W}(u_i, v_i)$

STOP

Algoritma 2: Penentuan Bandwith Optimum dengan *Cross Validation*

INPUT : Data \mathbf{y} , \mathbf{X} , koordinat (u_i, v_i) dan batasan bandwith h , fungsi pembobot

OUTPUT : Bandwith optimum

Step 1 Set $\hat{\boldsymbol{\beta}}(u_i, v_i) = [\mathbf{X}^T \mathbf{W}(u_i, v_i) \mathbf{X}]^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{W}(u_i, v_i) \mathbf{y}$

Step 2 Set $\hat{y}_i = \mathbf{x}_i^T \hat{\boldsymbol{\beta}}(u_i, v_i)$

Where $\mathbf{x}_i^T = (1, x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{ip})$

Step 3 Set Output $CV(h) = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_{\neq i}(h))^2$

STOP

Algoritma 3: Komputasi Model MGWR

INPUT : Data \mathbf{y} , \mathbf{X}_g , \mathbf{X}_l , koordinat (u_i, v_i) , bandwith h , dan pembobot

OUTPUT : Solusi pemodelan MGWR





- Step 1 Set $\hat{\beta}_g = \left[\mathbf{X}_g^T (\mathbf{I} - \mathbf{S}_l)^T (\mathbf{I} - \mathbf{S}_l) \mathbf{X}_g \right]^{-1} \mathbf{X}_g^T (\mathbf{I} - \mathbf{S}_l)^T (\mathbf{I} - \mathbf{S}_l) \mathbf{y}$
- Where $\mathbf{S}_l = \begin{pmatrix} \mathbf{x}_{l1}^T (\mathbf{X}_l^T \mathbf{W}(u_1, v_1) \mathbf{X}_l)^{-1} \mathbf{X}_l^T \mathbf{W}(u_1, v_1) \\ \mathbf{x}_{l2}^T (\mathbf{X}_l^T \mathbf{W}(u_2, v_2) \mathbf{X}_l)^{-1} \mathbf{X}_l^T \mathbf{W}(u_2, v_2) \\ \vdots \\ \mathbf{x}_{ln}^T (\mathbf{X}_l^T \mathbf{W}(u_n, v_n) \mathbf{X}_l)^{-1} \mathbf{X}_l^T \mathbf{W}(u_n, v_n) \end{pmatrix}$
- $\mathbf{x}_{li}^T = (1, x_{li1}, x_{li2}, \dots, x_{liq})$
- Step 2 Set $\hat{\beta}_l(u_i, v_i) = \left[\mathbf{X}_l^T \mathbf{W}(u_i, v_i) \mathbf{X}_l \right]^{-1} \mathbf{X}_l^T \mathbf{W}(u_i, v_i) (\mathbf{y} - \mathbf{X}_g \hat{\beta}_g)$
- Step 3 Set $\hat{\boldsymbol{\varepsilon}} = (\mathbf{I} - \mathbf{S}) \mathbf{y}$
- Where
- $\mathbf{S} = \mathbf{S}_l + (\mathbf{I} - \mathbf{S}_l) \mathbf{X}_g \left[\mathbf{X}_g^T (\mathbf{I} - \mathbf{S}_l)^T (\mathbf{I} - \mathbf{S}_l) \mathbf{X}_g \right]^{-1} \mathbf{X}_g^T (\mathbf{I} - \mathbf{S}_l)^T (\mathbf{I} - \mathbf{S}_l)$
- Step 4 Uji Kesesuaian model MGWR dengan statistik uji F(1)
- Set $F(1) = \frac{\mathbf{y}^T \left[(\mathbf{I} - \mathbf{H}) - (\mathbf{I} - \mathbf{S})^T (\mathbf{I} - \mathbf{S}) \right] \mathbf{y} / v_1}{\mathbf{y}^T (\mathbf{I} - \mathbf{S})^T (\mathbf{I} - \mathbf{S}) \mathbf{y} / u_1}$
- Where $\mathbf{H} = \mathbf{X} (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T$
- $v_i = \text{tr} \left(\left[(\mathbf{I} - \mathbf{H}) - (\mathbf{I} - \mathbf{S})^T (\mathbf{I} - \mathbf{S}) \right]^i \right), i = 1, 2$
- $u_i = \text{tr} \left(\left[(\mathbf{I} - \mathbf{S})^T (\mathbf{I} - \mathbf{S}) \right]^i \right), i = 1, 2$
- Step 4 Reject H_0 if $F(1) \geq F_{\alpha, df_1, df_2}$.
- Where $df_1 = \left(\frac{v_1^2}{v_2} \right), df_2 = \left(\frac{u_1^2}{u_2} \right)$
- Step 5 Uji serentak parameter global dengan statistik uji F(2)
- Set $F(2) = \frac{\mathbf{y}^T \left[(\mathbf{I} - \mathbf{S}_l)^T (\mathbf{I} - \mathbf{S}_l) - (\mathbf{I} - \mathbf{S})^T (\mathbf{I} - \mathbf{S}) \right] \mathbf{y} / r_1}{\mathbf{y}^T (\mathbf{I} - \mathbf{S})^T (\mathbf{I} - \mathbf{S}) \mathbf{y} / u_1}$
- Where $r_i = \text{tr} \left(\left[(\mathbf{I} - \mathbf{S}_l)^T (\mathbf{I} - \mathbf{S}_l) - (\mathbf{I} - \mathbf{S})^T (\mathbf{I} - \mathbf{S}) \right]^i \right), i = 1, 2$
- Step 6 Reject H_0 if $F(2) \geq F_{\alpha, df_1, df_2}$.
- Where $df_1 = \left(\frac{r_1^2}{r_2} \right), df_2 = \left(\frac{u_1^2}{u_2} \right)$.
- Step 7 Uji serentak parameter lokal dengan statistik uji F(3)
- Set $F(3) = \frac{\mathbf{y}^T \left[(\mathbf{I} - \mathbf{S}_g)^T (\mathbf{I} - \mathbf{S}_g) - (\mathbf{I} - \mathbf{S})^T (\mathbf{I} - \mathbf{S}) \right] \mathbf{y} / t_1}{\mathbf{y}^T (\mathbf{I} - \mathbf{S})^T (\mathbf{I} - \mathbf{S}) \mathbf{y} / u_1}$





$$\text{Where } t_i = \text{tr} \left(\left[(\mathbf{I} - \mathbf{S}_g)^T (\mathbf{I} - \mathbf{S}_g) - (\mathbf{I} - \mathbf{S})^T (\mathbf{I} - \mathbf{S}) \right]^i \right), \quad i = 1, 2$$

$$\mathbf{S}_g = \mathbf{X}_g (\mathbf{X}_g^T \mathbf{X}_g)^{-1} \mathbf{X}_g^T$$

Step 8 Reject H_0 if $F(3) \geq F_{\alpha, df_1, df_2}$.

$$\text{Where } df_1 = \begin{pmatrix} t_1^2 \\ t_2 \end{pmatrix}, \quad df_2 = \begin{pmatrix} u_1^2 \\ u_2 \end{pmatrix}.$$

Step 9 Uji parsial setiap parameter global MGWR (T_g)

$$\text{Set } T_{g_hit} = \frac{\hat{\beta}_k}{\hat{\sigma} \sqrt{g_{kk}}}$$

$$\text{Where } \hat{\sigma}^2 = \frac{\mathbf{y}^T (\mathbf{I} - \mathbf{S})^T (\mathbf{I} - \mathbf{S}) \mathbf{y}}{u_1}$$

g_{kk} diagonal ke- k dari matrik $\mathbf{G}\mathbf{G}^T$

$$\mathbf{G} = \left[\mathbf{X}_g^T (\mathbf{I} - \mathbf{S}_l)^T (\mathbf{I} - \mathbf{S}_l) \mathbf{X}_g \right]^{-1} \mathbf{X}_g^T (\mathbf{I} - \mathbf{S}_l)^T (\mathbf{I} - \mathbf{S}_l)$$

Step 10 Reject H_0 if $|T_{g_hit}| > t_{\alpha/2, df}$

$$\text{Where } df = \begin{pmatrix} u_1^2 \\ u_2 \end{pmatrix}$$

Step 11 Uji parsial setiap parameter lokal MGWR (T_l)

$$\text{Set } T_{l_hit} = \frac{\hat{\beta}_k(u_i, v_i)}{\hat{\sigma} \sqrt{m_{kk}}}$$

$$\text{Where } \hat{\sigma}^2 = \frac{\mathbf{y}^T (\mathbf{I} - \mathbf{S})^T (\mathbf{I} - \mathbf{S}) \mathbf{y}}{u_1}$$

m_{kk} diagonal ke- k dari matrik $\mathbf{M}_i \mathbf{M}_i^T$

$$\mathbf{M}_i = \left[\mathbf{X}_l^T \mathbf{W}(u_i, v_i) \mathbf{X}_l \right]^{-1} \mathbf{X}_l^T \mathbf{W}(u_i, v_i) (\mathbf{I} - \mathbf{X}_g \mathbf{G})$$

Step 12 Reject H_0 if $|T_{l_hit}| > t_{\alpha/2, df}$

$$\text{Where } df = \begin{pmatrix} u_1^2 \\ u_2 \end{pmatrix}$$

Step 13 Set $AIC_c = 2n \ln(\hat{\sigma}) + n \ln(2\pi) + n \left\{ \frac{n + \text{tr}(\mathbf{S})}{n - 2 - \text{tr}(\mathbf{S})} \right\}$

$$\text{Where } \hat{\sigma}^2 = \frac{\mathbf{y}^T (\mathbf{I} - \mathbf{S})^T (\mathbf{I} - \mathbf{S}) \mathbf{y}}{n}$$

STOP

Untuk memudahkan dalam menjalankan *script* tersebut, maka disusun suatu tampilan antarmuka dengan menggunakan fasilitas GUI (*Graphical User Interface*) MATLAB 7.6.0. Selanjutnya desain tersebut disusun dengan menggunakan fasilitas GUIDE MATLAB sehingga diperoleh tampilan antarmuka program MGWR yang dapat dilihat pada Gambar 1.





GUI MGWR

Gambar 1 menunjukkan tampilan desain antar muka GUI metode MGWR yang disusun menggunakan software MATLAB.



Gambar 1. GUI MGWR

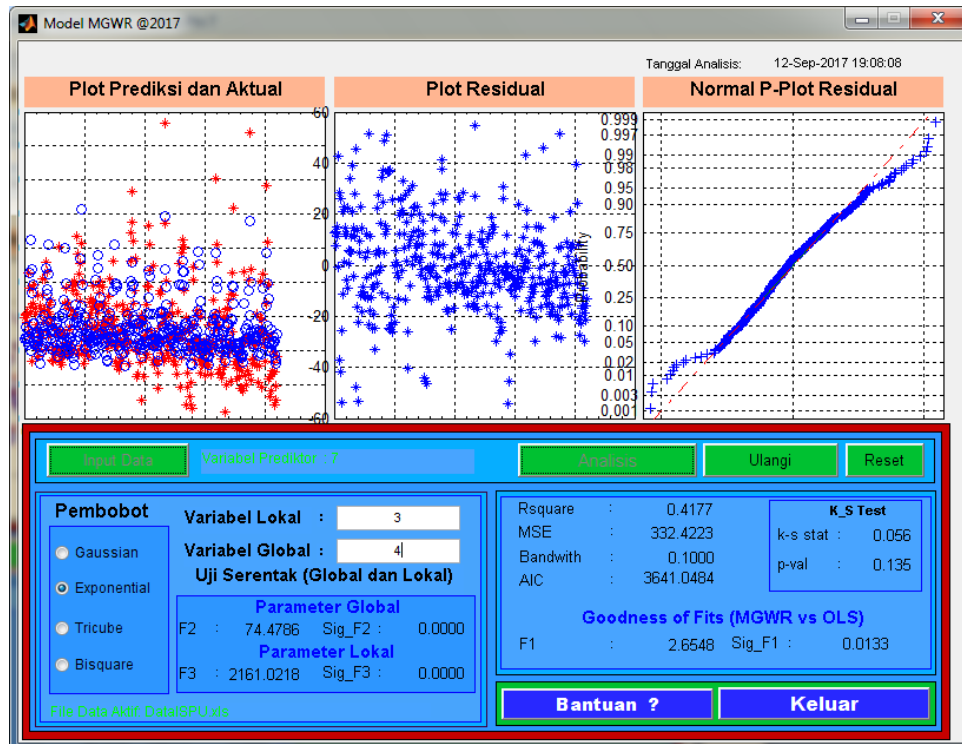
Terdapat 6 tombol untuk melakukan aplikasi model MGWR dengan rincian sebagai berikut:

- Tombol **Input Data**, untuk menampilkan *form open file* seperti dalam windows sehingga dapat memilih file data yang akan dianalisis. Nama data dan banyak variabel prediktor yang digunakan akan ditampilkan pada kotak gambar *static text*. Data yang digunakan adalah data yang ditulis dalam format Microsoft Excel.
- Tombol **Analisis**, digunakan untuk melakukan estimasi parameter dan pengujian hipotesis model MGWR sesuai dengan pembobot yang diinputkan, dan hasilnya berupa plot dan nilai statistik yang akan ditampilkan pada kotak yang bersesuaian. Selain itu, output juga ditampilkan dalam bentuk teks di jendela utama.
- Tombol **Ulangi**, digunakan jika ingin melakukan ulang analisis MGWR tetapi dengan data asal yang sama dengan proses sebelumnya. Hal ini akan mengakibatkan kotak gambar menjadi kosong, kemudian seluruh parameter masukan serta hasil yang ditampilkan dari proses sebelumnya juga hilang.
- Tombol **Reset**, digunakan jika ingin melakukan ulang analisis MGWR tetapi dengan data yang berbeda dengan proses sebelumnya. Hal ini akan mengakibatkan seluruh kotak gambar kosong, kemudian seluruh parameter masukan serta hasil yang ditampilkan dari proses sebelumnya menjadi hilang.
- Tombol **Bantuan?**, jika tombol ini ditekan maka akan menampilkan file pdf yang merupakan petunjuk penggunaan program GUI.
- Tombol **Keluar**, untuk keluar dan mengakhiri semua proses.





Berikut adalah contoh output yang dihasilkan, seperti terlihat pada Gambar 2.



Gambar 2. Tampilan Hasil Komputasi dengan GUI MGWR

IV. KESIMPULAN

Berdasarkan pembahasan yang telah dipaparkan, maka dapat diambil kesimpulan sebagai berikut :

1. Metode GWR dapat dikembangkan menjadi metode Mixed Geographically Weighted Regression (MGWR) yang merupakan gabungan dari model regresi linier dan GWR dimana parameter regresi yang dihasilkan beberapa bersifat lokal, sedangkan yang lain masih bersifat global.
2. Hasil penelitian menunjukkan bahwa dengan menggunakan GUI MGWR pengguna akan sangat mudah dalam menganalisis data spasial menggunakan metode MGWR.

UCAPAN TERIMA KASIH

Kami sampaikan terima kasih kepada Direktorat Riset dan Pengabdian Masyarakat, Kementerian Riset, Teknologi, dan Pendidikan Tinggi Republik Indonesia atas dukungannya. Penelitian ini didanai oleh Hibah Penelitian "PTUPT" Tahun Anggaran 2017.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] A.S. Fotheringham, C. Brundson, and M.Charlton, "Geographically Weighted Regression," John Wiley and Sons, Chichester, UK, 2002.
- [2] Purhadi and H. Yasin, "Mixed Geographically Weighted Regression Model Case Study : The Percentage Of Poor Households In Mojokerto 2008.," European Journal of Scientific Research, Vol. 69, issue 2, pp.188-196, 2012.
- [3] SAS Institute Inc., *JMP 11: Statistical Discovery Software*, URL: <http://www.jmp.com/>
- [4] R. Penners, "GTK-WIMP (Windows Impersonator)", URL: <http://gtk-wimp.sourceforge.net/>
- [5] C.L. Mei, N. Wang, and W.X. Zhang, "Testing the importance of the explanatory variables in a mixed geographically weighted regression model", *Environment and Planning A*, vol. 38, pp. 587-598, 2006.
- [6] P. Marchand and O.T. Holland, "Graphics and GUIs with MATLAB 3rd Edition", Chapman & Hall/CRC, USA, 2003.

