

**KETERKAITAN ANTARA LATIS BOOLEAN,
RING BOOLEAN DAN ALJABAR BOOLEAN**



SKRIPSI

Oleh :

Andina Ivana Triandani

J2A005003

**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS DIPONEGORO
SEMARANG**

2009

ABSTRAK

Aljabar Boolean, ring Boolean dan lattice Boolean merupakan tiga struktur aljabar yang berbeda tetapi satu sama lain saling terkait. Keterkaitan tersebut ditunjukkan dengan suatu pendefinisian awal yang akan digunakan untuk membentuk struktur aljabar yang lain. Sehingga suatu struktur aljabar apapun dapat dibentuk menjadi struktur aljabar yang lain. Dengan ide untuk mengetahui keterkaitan antara lattice Boolean dengan aljabar Boolean, ring Boolean dengan aljabar Boolean dan lattice Boolean dengan ring Boolean.

Kata kunci: aljabar Boolean, lattice Boolean, ring Boolean.

ABSTRACT

Boolean algebra, Boolean ring, Boolean lattice are three different algebras structure but one another connected. It connection showed by an initial definition that will be used to create another algebra structure. So everything algebra structure can be made to another algebra structure. With idea to know the connection between Boolean lattice and Boolean algebra, Boolean ring and Boolean algebra, and Boolean ring and Boolean lattice.

Keyword: Boolean algebra, Boolean lattice, Boolean ring.

BAB I

PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang

Teori latis dan teori ring merupakan bagian dari aljabar abstrak yang banyak membahas masalah-masalah mengenai elemen-elemen dari suatu teori himpunan abstrak yang dikembangkan lebih lanjut dari teori himpunan.

Suatu latis L merupakan himpunan terurut parsial yang setiap pasangan elemen a, b dalam L mempunyai batas bawah terbesar atau *meet* yang dinotasikan $a \wedge b$ dan batas atas terkecil atau *join* yang dinotasikan $a \vee b$. Secara aljabar definisi latis L adalah suatu aljabar dengan dua operasi biner dengan simbol (\wedge, \vee) yang memenuhi hukum-hukum seperti: komutatif, asosiatif, absorpsi dan ketunggalan elemen (idempoten) terhadap operasi *meet* (\wedge) dan *join* (\vee) .

Suatu ring R merupakan suatu sistem aljabar yang dilengkapi dua operasi biner $+$ (penjumlahan) dan \times (perkalian), yang memenuhi sifat tertutup terhadap operasi penjumlahan, tertutup terhadap operasi perkalian dan memenuhi hukum distributif.

Latis dan ring mempunyai beberapa keistimewaan. Latis digunakan dalam beberapa aplikasi yang berbeda seperti model aliran informasi dan memainkan peranan penting dalam Aljabar Boolean. Sedangkan ring digunakan sebagai dasar pembentukan sistem aljabar yang lebih kompleks seperti lapangan ataupun lapangan perluasan. Karena peranannya yang penting dalam aljabar abstrak maka latis dan ring sangat menarik untuk dikaji terutama dengan adanya keterkaitan

dengan aljabar Boolean karena aljabar Boolean juga merupakan bagian penting dari aljabar abstrak.

Aljabar Boolean dapat dibentuk menjadi latis ataupun ring dengan definisi tertentu, begitu pula sebaliknya. Sehingga muncul suatu istilah latis Boolean dan ring Boolean. Beberapa literatur hanya membahas keterkaitan latis Boolean dengan aljabar Boolean dan pembentukan ring Boolean menjadi aljabar Boolean. Mengenai pembentukan aljabar Boolean menjadi ring Boolean maupun keterkaitan latis Boolean dengan ring Boolean belum banyak dikaji. Tetapi sebelum mempelajari bagian tersebut, harus terlebih dahulu dipelajari tentang dasar-dasar dari sistem aljabar yang terkait yakni aljabar Boolean, urutan parsial pada aljabar Boolean, latis, latis distributif dan ring. Sedangkan unsur-unsur yang dipelajari selanjutnya adalah keterkaitan antara aljabar Boolean, latis Boolean dan ring Boolean, mencakup keterkaitan latis Boolean dengan aljabar Boolean, keterkaitan ring Boolean dengan aljabar Boolean dan keterkaitan latis Boolean dengan ring Boolean.

1.2. Permasalahan

Berdasarkan uraian di atas permasalahan yang diambil dalam tugas akhir ini adalah :

- Bagaimanakah keterkaitan antara latis Boolean dengan aljabar Boolean?
- Bagaimanakah keterkaitan antara ring Boolean dengan aljabar Boolean?
- Bagaimanakah keterkaitan antara latis Boolean dengan ring Boolean?

1.3. Pembatasan Masalah

Adapun yang dibahas dalam tugas akhir ini hanya dibatasi sampai teorema tentang pembentukan lattice Boolean menjadi aljabar Boolean, aljabar Boolean menjadi lattice Boolean, aljabar Boolean menjadi ring Boolean, ring Boolean menjadi aljabar Boolean, ring Boolean menjadi lattice Boolean dan lattice Boolean menjadi ring Boolean.

1.4. Tujuan Penulisan

Tujuan penulisan dari tugas akhir ini adalah dapat mempelajari tentang keterkaitan dari ketiga sistem aljabar yang dibahas, yakni aljabar Boolean, lattice Boolean dan ring Boolean dengan suatu definisi tertentu sehingga dapat memperluas pengetahuan dan dapat lebih memahami tentang sistem aljabar tersebut.

1.5. Sistematika Penulisan

Di dalam penyusunan tugas akhir ini secara keseluruhan terdiri dari 4 bab yang dilengkapi oleh kata pengantar, daftar isi, daftar lampiran dan lampiran-lampiran yang mendukung. Secara garis besar, sistematika pembahasan pada tugas akhir ini adalah sebagai berikut :

BAB I Pendahuluan

Pada bab ini dikemukakan tentang latar belakang masalah pembuatan tugas akhir, perumusan masalah yang dihadapi di

dalam menyusun tugas akhir, pembatasan masalah tugas akhir, tujuan tugas akhir dan sistematika pembahasan laporan tugas akhir yang menerangkan sekilas dari isi tiap bab yang terdapat pada laporan tugas akhir ini.

BAB II Materi Penunjang

Pada bab ini dibahas mengenai materi yang terkait dengan keterkaitan antara lattice Boolean, ring Boolean dan aljabar Boolean seperti aljabar Boolean, urutan parsial pada aljabar Boolean, lattice, lattice distributif dan ring Boolean.

BAB III Keterkaitan Antara Lattice Boolean, Ring Boolean dan Aljabar Boolean

Pada bab ini dibahas mengenai keterkaitan lattice Boolean dan aljabar Boolean, keterkaitan ring Boolean dengan aljabar Boolean dan keterkaitan lattice Boolean dengan ring Boolean.

BAB IV Penutup

Bab ini merupakan bab akhir laporan yang memuat kesimpulan dari seluruh proses penyelesaian tugas akhir ini. Selain itu juga dimuat mengenai saran-saran penulis untuk mengembangkan sistem pendukung keputusan dalam tugas akhir ini.