

INVERS MOORE – PENROSE MATRIKS BEBAS



SKRIPSI

Disusun oleh :

AGUNG WICAKSONO

J2A 004 002

JURUSAN MATEMATIKA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

UNIVERSITAS DIPONEGORO

SEMARANG

2009

ABSTRAK

Pada umumnya, matriks adalah himpunan obyek (bilangan riil atau bilangan kompleks, variabel – variabel atau operator – operator dan sebagainya) yang disusun secara persegi panjang (terdiri baris dan kolom) dan biasanya dibatasi dengan tanda kurung siku. Invers Moore – Penrose dari matriks dengan elemen bilangan kompleks adalah matriks yang memenuhi kriteria – kriteria Invers Moore – Penrose. Secara khusus, matriks bilangan kompleks dapat dikatakan sebagai matriks bebas, jika elemen – elemennya yang tidak sama dengan nol adalah *algebraically independent*. Invers Moore – Penrose dari matriks bebas tidak selalu berupa matriks bebas juga. Untuk mengetahui apakah Invers Moore – Penrose dari matriks bebas tersebut juga merupakan matriks bebas, dapat digunakan digraf dan graf bipartit dari sub – sub matriks tersebut. Pada akhirnya, terbukti bahwa jumlah elemen tak nol dari sebuah matriks bebas adalah lebih kecil atau sama dengan elemen tak nol Invers Moore – Penrosenya.

Kata Kunci : Invers Moore – Penrose, Matriks Bebas, Graf Bipartit, Digraf.

ABSTRACT

Generally, matrix is set of objects (real or complex number, variables or operators, etc), that's arranged in a rectangular (consist of row and column) and usually bordered with rectangle shaped brackets. Moore – Penrose Inverse of matrix with complex elements is matrix that satisfies criterias of Moore – Penrose Inverse. Specially, matrix with complex elements is free, if its nonzero elements are algebraically independent. Moore – Penrose Inverse of free matrix is not always formed in the free matrix too. To know that Moore – Penrose Inverse of free matrix is a free matrix too, can be used digraph and bipartite graph of submatrices from that matrix. Finally , its is proved that a free matrix contains at most as many nonzero elements as does its Moore – Penrose Inverse.

Keywords : Moore – Penrose Inverse, Free Matrix, Bipartite Graph, Digraph.

BAB I

PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang

Matriks dan operasinya merupakan hal yang berkaitan erat dengan bidang aljabar linier. Konsep dari suatu matriks sangat berguna dalam menyelesaikan beberapa permasalahan pada ilmu matematika modern. Penyelesaian permasalahan matematika dalam bentuk matriks tersebut dapat dilakukan dengan beberapa cara. Salah satu cara tersebut adalah menggunakan invers matriks.

Dalam penulisan ini akan dibahas mengenai salah satu jenis matriks, yaitu matriks bebas. Invers Moore – Penrose dari matriks bebas adalah matriks yang memenuhi kriteria – kriteria dari Invers Moore – Penrose. Pembahasan ini akan dikaitkan dengan digraf dan graf bipartit sub – sub matriks dari matriks bebas tersebut dengan Invers Moore – Penrosenya.

1.2. Perumusan Masalah

Perumusan masalah yang akan dibahas dalam tugas akhir ini yaitu menentukan Invers Moore – Penrose dari matriks bebas dan menyelidiki apakah Invers Moore – Penrose dari matriks bebas adalah matriks bebas.

1.3. Pembatasan Masalah

Dalam tugas akhir ini permasalahan yang dibahas akan dibatasi pada matriks berukuran $n \times n$.

1.4. Tujuan Penulisan

Tujuan dari penulisan Tugas Akhir ini adalah

1. Mengetahui apakah setiap matriks bebas memiliki Invers Moore - Penrose.
2. Mengetahui apakah Invers Moore – Penrose dari setiap matriks bebas juga merupakan matriks bebas.
3. Mengetahui syarat apa saja yang harus dipenuhi agar Invers Moore – Penrose dari suatu matriks bebas juga merupakan matriks bebas.

1.5. Sistematika Pembahasan

Sistematika pembahasan dalam tugas akhir ini terbagi menjadi 4 bab yang dimulai dari bab pendahuluan dan diakhiri dengan bab penutup.

Bab I Pendahuluan. Pada bab ini memuat latar belakang, permasalahan yang diangkat, pembatasan masalah, tujuan yang ingin dicapai, serta sistematika pembahasan.

Pada bab berikutnya adalah materi penunjang yang diangkat sebagai bab II. Bab ini berisi kajian literatur mengenai materi mendasar dan terkait dengan elemen dari matriks yang berupa bilangan kompleks, ruang vektor, matriks dan graf (yang melingkupi graf bipartit dan digraf).

Bab selanjutnya yaitu bab III merupakan pembahasan yang diawali tentang Invers – Moore – Penrose dari suatu matriks, metode yang digunakan untuk mencari Invers Moore – Penrose, sifat – sifat dari Invers Moore – Penrose dan diakhiri dengan Invers Moore – Penrose dari matriks bebas serta struktur Invers Moore – Penrose dari matriks bebas.

Bab terakhir merupakan bab IV, yaitu bab penutup. Bab ini berisi tentang kesimpulan dari penulis atas hasil yang telah didapatkan.