

**MATRIKS INVERS MOORE-PENROSE
DALAM PENYELESAIAN SISTEM PERSAMAAN LINIER**



=====
SKRIPSI
=====

**Disusun Oleh :
IDA MISSHOBAN MUNIR RAHAYU
J2A 004 019**

**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS DIPONEGORO
SEMARANG**

2008

ABSTRAK

Solusi sistem persamaan linier $Ax = b$ bisa konsisten atau inkonsisten. Jika sistem persamaan linier tersebut konsisten, maka ada dua kemungkinan solusi, yaitu solusi tunggal dan tidak tunggal. Jika sistem persamaan linier tidak konsisten, maka solusi pendekatan nya adalah $\|Ax - b\|_{\min}$ yang disebut dengan solusi kuadrat terkecil dari $Ax = b$. Selain menggunakan solusi kuadrat terkecil, solusi pendekatan sistem persamaan linier yang tidak konsisten juga dapat diperoleh dengan menggunakan konsep matriks Invers Moore-Penrose. Dengan menggunakan matriks Invers Moore-Penrose dapat ditunjukkan bahwa solusi pendekatannya adalah tunggal dan merupakan solusi kuadrat terkecil dengan norm yang minimal.

Kata kunci: Invers Moore-Penrose, Sistem persamaan linier, Solusi kuadrat terkecil, solusi norm terkecil.

ABSTRACT

Solution of linear equation System $Ax = b$ can be consistent or inconsistent. If the equation is consistent, then the solution can be unique or there are infinitely solutions. If the equation is inconsistent, then the approximate solution is $\|Ax - b\|_{\min}$ it is called the least square solution of $Ax = b$. We also can find the approximate solution using the Moore-Penrose Inverse concept. It is unique and the least square solution with a minimum norm.

Keywords: Moore-Penrose Inverse, System of linear equation, Least square solution, Least norm problems.

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Sistem Persamaan Linier adalah salah satu dasar dalam Aljabar linier dan banyak digunakan di berbagai bidang seperti perdagangan, ekonomi, demografi, dan ekologi [2]. Sistem persamaan linier dikatakan konsisten (*consistent system*) jika sistem tersebut mempunyai solusi, dan ada dua macam solusi, yaitu tunggal dan banyak. Sedangkan untuk sistem persamaan linier yang tidak mempunyai solusi, maka sistem persamaan linier tersebut dikatakan inkonsisten (*inconsistent system*). Salah satu alternatif untuk mencari solusi suatu sistem persamaan linier adalah dengan menggunakan konsep invers matriks koefisien dari sistem persamaan linier.

Invers Moore-Penrose merupakan perluasan dari konsep invers matriks. Jika invers matriks yang sudah kita kenal adalah invers dari suatu matriks bujur sangkar dan non singular (determinannya tidak nol), maka Invers Moore-Penrose ada untuk setiap matriks baik matriks bujur sangkar yang singular dan bahkan untuk matriks yang tidak bujur sangkar sekalipun. Jadi Invers Moore-Penrose ini merupakan salah satu cara yang baik untuk menemukan solusi suatu sistem persamaan linier. Bahkan untuk suatu sistem linier yang tidak konsisten pun dengan menggunakan Invers Moore-Penrose ini akan dapat dicari solusi yang paling mendekati dengan norm yang minimal. Dan pada akhirnya akan ditunjukkan bahwa solusi pendekatan yang didapatkan dari Invers Moore-penrose

ini adalah solusi dari Masalah Kuadrat Terkecil (*Least Square Solution*) yang mempunyai norm minimal.

1.2 Perumusan Masalah

Berdasarkan uraian diatas, permasalahan yang akan diangkat dalam tugas akhir ini adalah bagaimana solusi dari suatu sistem persamaan linier dengan menggunakan konsep Invers Moore-Penrose. Dan selain itu akan ditunjukkan juga bahwa solusi yang didapat dari sistem persamaan linier yang tidak mempunyai solusi (*inconsistent system*) merupakan salah satu solusi dari Masalah Kuadrat Terkecil (*Least Square Solution*) yang normnya minimal.

1.3 Pembatasan Masalah

Dalam penulisan tugas akhir ini, permasalahan hanya dibatasi pada konsep Invers Moore-Penrose pada bilangan real.

1.4 Tujuan Penulisan

Tujuan akhir dari penulisan tugas akhir ini adalah menentukan Invers Moore-Penrose dari suatu matriks, menentukan solusi dari suatu sistem persamaan linier dengan menggunakan Invers Moore-Penrose, dan untuk sistem persamaan linier yang tidak mempunyai solusi eksak (*inconsistent system*) akan ditunjukkan bahwa solusi yang didapat adalah solusi dari Masalah Kuadrat Terkecil (*Least Square Solution*) yang norm nya minimal.

1.5 Sistematika Pembahasan

Sistematika pembahasan dalam tugas akhir ini terbagi menjadi 4 bab yang dimulai dari bab pendahuluan dan diakhiri dengan bab penutup.

Bab I adalah Pendahuluan. Pada bab ini memuat latar belakang, permasalahan yang diangkat, tujuan yang ingin dicapai, ruang lingkup permasalahan serta sistematika pembahasan.

Bab yang mengulas tentang materi penunjang disajikan pada Bab II. Bab ini berisi kajian literatur mengenai materi dasar diantaranya adalah tentang matriks, rank, determinan, invers, dan ruang vektor.

Selanjutnya pada Bab III diberikan pembahasan tentang cara bagaimana menentukan invers Moore-Penrose dari suatu matriks, sifat-sifat yang dimiliki, serta solusi sistem persamaan dengan menggunakan invers Moore-Penrose tersebut.

Bab terakhir merupakan Bab IV yaitu bab penutup. Bab ini berisi kesimpulan dari hasil yang telah didapatkan dari Bab III.