

**ANALISIS KESTABILAN MODEL DINAMIK
PENYEBARAN VIRUS INFLUENZA**



=====
SKRIPSI
=====

Oleh

Elok Faiqotul Himmah

J2A004013

**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS DIPONEGORO
SEMARANG**

2008

ABSTRAK

Transmisi penyakit menular pada suatu populasi tunggal dapat diprediksi dengan menggunakan model matematika epidemik. Model yang digunakan adalah model SEIR yang meliputi klas *Susceptible*, *Exposed*, *Infectious* dan *Recovered*. Analisis terhadap model dilakukan untuk menetapkan apakah virus influenza akan menyebar dalam suatu populasi atau tidak yaitu dengan menentukan suatu bilangan reproduksi dasar (R_0). Bilangan reproduksi dasar (R_0) merupakan nilai rata-rata infeksi sekunder yang dihasilkan ketika satu individu terinfeksi masuk ke dalam populasi dimana tidak ada imunitas (*herd immunity*) di dalam populasi tersebut. Jika $R_0 \leq 1$ maka kesetimbangan bebas penyakit P_0 stabil global pada daerah fisibel atau dengan kata lain penyakit tidak menyebar dalam populasi atau penyakit akan musnah. Jika $R_0 > 1$ maka kesetimbangan endemik P^* stabil asimtotik global pada daerah fisibel atau dengan kata lain penyakit akan tetap ada. Kestabilan global pada kedua kondisi kesetimbangan tersebut ditentukan dengan menggunakan metode kedua Lyapunov.

Kata kunci : model epidemik, kesetimbangan endemik, kestabilan global

ABSTRACT

The transmissions of infectious diseases in single host population can be predicted by using epidemic mathematical model. The SEIR model which includes class of Susceptibles, Exposed, Infectious and Recovered is used here. Analysis for this model is to determine whether influenza virus will spread in population or not by using basic reproduction number (R_0). Basic reproduction number (R_0) is the average number of secondary infections produced when one infected individual is introduced into a host virgin population. If $R_0 \leq 1$, the disease-free equilibrium P_0 is globally stable in feasible region and the disease will dies out. If $R_0 > 1$, an endemic equilibrium P^* is globally asymptotically stable in feasible region and the disease will persist in population. Global stability for both of the equilibrium states is determined by Lyapunov's Second Method.

Key words : epidemic model, endemic equilibrium, global stability

BAB I

PENDAHULUAN

1.1. LATAR BELAKANG

Mempelajari model epidemik dari jenis penyakit baru yang dapat menyebabkan kematian merupakan salah satu hal penting dalam teori matematika epidemiologi untuk kesehatan masyarakat. Model matematika yang merupakan representasi sederhana dari aspek tertentu dalam kehidupan nyata semakin banyak digunakan untuk menganalisis dinamika penyebaran virus terutama mengestimasi parameter kunci dalam epidemiologi seperti periode inkubasi, durasi terjangkitnya penyakit, bilangan reproduksi dasar (Anderson, 2006).

Munculnya penyakit mewabah (epidemik) akhir-akhir ini mendapat perhatian khusus dari masyarakat maupun pemerintah tak terkecuali para ilmuwan karena dapat mengancam kehidupan manusia dan binatang (Gosline, 2005). Burung-burung air yang liar, terutama yang termasuk dalam orde *Anseriformis* (bebek dan angsa) dan *Charadriiformis* (burung camar dan burung-burung pantai) merupakan pembawa (*carrier*) seluruh varietas subtype dari virus influenza tipe A. Oleh karena itu burung-burung liar tersebut sangat mungkin merupakan penampung (*reservoir*) alami untuk semua jenis virus *avian influenza* (Kamps, 2006). Virus *avian influenza* dapat menyerang berbagai populasi, khususnya populasi unggas. Kasus-kasus yang sering terjadi di Indonesia adalah banyaknya ternak

unggas yang mati secara tiba-tiba, sebagian karena serangan virus *avian influenza*. Sejauh ini baru diketahui penularan virus *avian influenza* dari hewan ke hewan, adapun penularan virus *avian influenza* dari manusia ke manusia sejauh ini belum ditemukan sehingga perlu diobservasi secara lengkap dan mendalam.

Berkaitan dengan analisis yang akan diberikan dalam penulisan tugas akhir ini, model matematika yang digunakan adalah model penyebaran virus *avian influenza* pada populasi ternak unggas yang tidak diisolasi. Dalam hal ini penulis menganalisis kestabilan model dinamik penyebaran virus tersebut untuk mengetahui perilaku penyebarannya di dalam suatu populasi yang tidak memiliki kekebalan (*herd immunity*). Analisis kestabilan model didasarkan pada bilangan reproduksi dasar (*basic reproduction number*) R_0 yang akan berperan penting untuk mengetahui jenis dan perilaku kestabilan dinamikanya.

1.2. PERUMUSAN MASALAH

Masalah yang akan dibahas pada penulisan tugas akhir ini adalah perilaku penyebaran virus influenza ketika terdapat suatu individu baru yang terinfeksi virus influenza yang masuk ke dalam suatu populasi dimana populasi tersebut tidak memiliki kekebalan (*herd immunity*) serta bagaimana pengaruh bilangan reproduksi dasar (R_0) dalam penyebaran virus influenza pada populasi tersebut.

1.3. PEMBATASAN MASALAH

Agar penulisan ini menjadi lebih terarah, permasalahan ini hanya dibatasi pada pembahasan mengenai analisis kestabilan terhadap model dinamik penyebaran virus *avian influenza* pada populasi unggas.

1.4. METODE PEMBAHASAN

Metode yang digunakan penulis dalam penyusunan tugas akhir ini adalah studi literatur mengenai analisis kestabilan model dinamik penyebaran virus influenza.

Analisis perilaku dinamika dari model epidemik untuk penyakit menular yang menyebar dalam populasi tunggal didasarkan pada bilangan reproduksi dasar R_0 . Oleh karena itu sebagai langkah awal, akan ditentukan terlebih dahulu bilangan reproduksi dasar R_0 . Selanjutnya berdasarkan bilangan R_0 akan diselidiki jenis dan perilaku kestabilan dinamikanya.

1.5. TUJUAN PENULISAN

Tujuan penulisan tugas akhir ini adalah menguji dan menganalisis kestabilan model dinamik penyebaran virus influenza.

1.6. SISTEMATIKA PENULISAN

Penulisan tugas akhir ini disusun dengan sistematika : bab I yang merupakan pendahuluan terdiri dari latar belakang masalah, perumusan masalah, pembatasan masalah, metode pembahasan, tujuan penulisan dan

sistematika penulisan, Bab II yaitu teori-teori penunjang yang terdiri dari penjelasan mengenai virus influenza; matriks : minor determinan, nilai eigen dan vektor eigen, matriks Jacobian; kriteria Routh-Hurwitz; persamaan differensial : sistem persamaan differensial orde satu, sistem *autonomous* dan *nonautonomous* dan kondisi awal (*initial condition*), titik kesetimbangan; kestabilan; kriteria Sylvester; metode kedua Lyapunov dan sistem persamaan linear, sedangkan bab III merupakan pembahasan mengenai kestabilan model dinamik penyebaran virus influenza yang terdiri dari model dinamik penyebaran virus influenza, bilangan reproduksi dasar R_0 , dan analisis kestabilan pada keadaan kesetimbangan bebas penyakit dan kesetimbangan endemik penyebaran virus influenza serta bab IV yang merupakan penutup dari penulisan tugas akhir ini.