PENERAPAN METODE TAGUCHI UNTUK KASUS MULTIRESPON MENGGUNAKAN PENDEKATAN *GREY RELATIONAL ANALYSIS* DAN *PRINCIPAL COMPONENT ANALYSIS*

(Studi Kasus: Proses Freis Komposit GFRP)

SKRIPSI

Disusun oleh

ANNISA AYU WULANDARI

24010212120007

DEPARTEMEN STATISTIKA

FAKULTAS SAINS DAN MATEMATIKA

UNIVERSITAS DIPONEGORO

SEMARANG

2016

PENERAPAN METODE TAGUCHI UNTUK KASUS MULTIRESPON MENGGUNAKAN PENDEKATAN *GREY RELATIONAL ANALYSIS* DAN *PRINCIPAL COMPONENT ANALYSIS*

(Studi Kasus: Proses Freis Komposit GFRP)

Disusun Oleh :

ANNISA AYU WULANDARI

24010212120007

Diajukan sebagai Salah Satu Syarat untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains pada

Departemen Statistika Fakultas Sains dan Matematika

Universitas Diponegoro

DEPARTEMEN STATISTIKA

FAKULTAS SAINS DAN MATEMATIKA

UNIVERSITAS DIPONEGORO

SEMARANG

2016

HALAMAN PENGESAHAN I

Judul : Penerapan Metode Taguchi untuk Kasus Multirespon menggunakan Pendekatan *Grey Relational Analysis* dan *Principal Component Analysis* (Studi Kasus: Proses Freis Komposit GFRP)

Nama : Annisa Ayu Wulandari

NIM : 24010212120007

Telah diujikan pada sidang Tugas Akhir dan dinyatakan lulus pada tanggal 31 Oktober 2016.

Semarang, 14 November 2016

Mengetahui,
Ketua Departemen Statistika
FSM UNDIP

Dra. Dwi Ispriyanti, M.Si
NIP. 195709141986032001

Panitia Penguji Tugas Akhir
Ketua

Drs. Sudarno, M.Si
NIP. 196407091992011001

HALAMAN PENGESAHAN II

Judul : Penerapan Metode Taguchi untuk Kasus Multirespon menggunakan Pendekatan *Grey Relational Analysis* dan *Principal Component Analysis* (Studi Kasus: Proses Freis Komposit GFRP)

Nama : Annisa Ayu Wulandari

NIM : 24010212120007

Telah diujikan pada sidang Tugas Akhir dan dinyatakan lulus pada tanggal 31 Oktober 2016.

Semarang, 14 November 2016

Dosen Pembimbing I	Dosen Pembimbing II
Triastuti Wuryandari, S.Si, M.Si	Dra. Dwi Ispriyanti, M.Si
NIP. 197109061998032001	NIP. 195709141986032001

KATA PENGANTAR

Puji syukur penulis panjatkan kepada Allah SWT atas rahmat, hidayah, dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan Tugas Akhir yang diberi judul "Penerapan Metode Taguchi untuk Kasus Multirespon menggunakan Pendekatan *Grey Relational Analysis* dan *Principal Component Analysis* (Studi Kasus: Proses Freis Komposit GFRP)". Tugas Akhir ini tidak akan terselesaikan dengan baik tanpa adanya dukungan dan bantuan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis ingin mengucapkan terima kasih kepada:

1. Ibu Dra. Dwi Ispriyanti, M.Si selaku Ketua Departemen Statistika Fakultas Sains dan Matematika Universitas Diponegoro sekaligus dosen pembimbing II.
2. Ibu Triastuti Wuryandari, S.Si, M.Si selaku dosen pembimbing I.
3. Bapak/Ibu dosen Departemen Statistika Fakultas Sains dan Matematika Universitas Diponegoro.
4. Semua pihak yang telah membantu kelancaran penyusunan Tugas Akhir ini, yang tidak dapat penulis sebutkan satu per satu.

Penulis menyadari bahwa dalam penyusunan Tugas Akhir ini masih jauh dari sempurna. Oleh karena itu, penulis mengharapkan kritik dan saran demi kesempurnaan penulisan selanjutnya.

Semarang, Oktober 2016

Penulis

ABSTRAK

Metode Taguchi merupakan salah satu metode untuk mengendalikan kualitas produk secara *off-line*. Metode Taguchi biasanya digunakan untuk menyelesaikan masalah optimasi dengan satu respon. Untuk kasus multirespon salah satunya dapat dilakukan dengan pendekatan *Grey Relational Analysis* (GRA) dan *Principal Component Analysis* (PCA). Dengan GRA diperoleh beberapa nilai *Grey Relational Grade*. Untuk menaksir bobot digunakan PCA. Studi kasus yang digunakan adalah proses freis komposit GFRP dengan karakteristik *smaller is better.* Dari hasil penelitian diperoleh kombinasi pada kondisi optimal untuk faktor sudut orientasi serat pada level 15^0, sudut helix pada 25^0, dan *feed rate* pada 0,04 mm/rev. Sedangkan respon yang diamati yaitu kekerasan permukaan, tekanan mesin, dan faktor delaminasi. Diperoleh hasil persentase kontribusi untuk masing-masing faktor yaitu sudut orientasi serat sebesar 69,596%, sudut helix sebesar 9,768%, dan *feed rate* sebesar 11,9841%.

Kata Kunci : Optimasi Multirespon, Metode Taguchi, *Grey Relational Analysis, Principal Component Analysis,* Proses Freis Komposit GFRP.

ABSTRACT

Taguchi method is a method for quality control of product by off line. Taguchi method usually used to solve optimization problem with single respon. Multirespon case was done by using Grey Relational Analyisis (GRA) and Principal Component Analysis (PCA). With GRA method is obtained many Grey Relational Grade value. For weight is estimated using PCA. The case study use freis process GFRP composite with characteristic smaller is better. From the research is obtained combination in optimal canditions for factor fiber orientation angle at 15^0, helix angle at 25^0, and feed rate at 0,04 mm/rev. While the respon that observed are surface roughness, machine force, and delamination factor. The value of contribution percentage for each factor is 69,596% for fiber orientation angle, 9,768% for helix angle and 11,9841% for feed rate.

Keyword : Multirespon Optimization, Taguchi Method, Grey Relational Analysis, Principal Component Analysis, Freis Process GFRP Composite

DAFTAR ISI

Halaman

DAFTAR GAMBAR

Halaman

DAFTAR TABEL

Halaman

DAFTAR LAMPIRAN

Halaman

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Suatu penelitian yang berkaitan dengan rancangan produk dan pengoptimalan proses produksi menjadi hal yang sangat penting untuk dapat meningkatkan produktivitas dan kualitas produk. Kualitas dicapai melalui optimasi desain untuk meminimalkan biaya dalam memperoleh dan mempertahankan posisi persaingan di pasar dunia (Roy, 2010). Pemanfaatan metode rancangan percobaan pada tahap-tahap tersebut sangat penting untuk meningkatkan kualitas dengan pengoptimalan faktor-faktor yang berpengaruh dalam proses produksi secara keseluruhan.

Metode statistika telah banyak dikembangkan dan digunakan pada berbagai bidang, salah satunya ialah bidang optimasi. Metode statistika yang biasa diterapkan untuk optimasi adalah Taguchi. Metode Taguchi merupakan salah satu metode yang efektif untuk mengendalikan kualitas produk secara *off-line*, yaitu usaha pengendalian atau perbaikan kualitas yang dimulai dari perancangan hingga pemrosesan produk (Soejanto, 2009). Metode Taguchi adalah pendekatan yang efisien dengan menggunakan perencanaan percobaan untuk menghasilkan kombinasi faktor atau level yang dapat dikendalikan dengan memperhatikan biaya yang kecil namun tetap memenuhi permintaan konsumen. Metode taguchi biasa digunakan untuk menyelesaikan masalah optimalisasi satu respon (Liao, 2003). Sedangkan untuk kasus multirespon secara serentak masih dikembangkan beberapa metode untuk menganalisisnya. Salah satu metode yang telah dikembangkan untuk kasus multirespon adalah penelitian oleh Derringer dan Suich (1980) yaitu metode optimasi multirespon dengan fungsi desirabiliti. Fungsi desirabiliti merupakan suatu transformasi dari variabel respon ke skala nol sampai satu. Variabel respon dikonversikan menjadi fungsi individual desirabiliti. Fungsi tersebut digabung menggunakan rataan geometri yang hasilnya disebut fungsi komposit atau *overall desirability.* Kelemahan dari metode ini antara lain, perhitungan yang terlalu rumit dan kurang efisien sehingga perlu dikembangkan menjadi metode yang lebih efisien untuk menyelesaikan masalah yang kompleks yaitu dengan menggunakan pendekatan antara *Grey Relational Analysis* (GRA) dan *Principal Component Analysis* (PCA). Metode ini diharapkan dapat menghasilkan kesimpulan yang lebih efisien untuk menentukan kombinasi parameter proses yang optimal. GRA yang didasarkan pada teori sistem *grey*. Teori sistem *grey* dapat digunakan untuk mengatasi kekurangan informasi yang tidak lengkap dan tidak jelas (Deng, 1989). Teori sistem grey dikembangkan untuk mempelajari masalah dengan sampel kecil dan informasi yang sedikit.

Melalui GRA akan diperoleh nilai *grey relational grade* (GRG) untuk mengevaluasi respon yang jumlahnya banyak. Sebagai hasilnya, optimasi dari respon yang berjumlah banyak dapat diubah menjadi optimasi dari satu GRG (Lin dan Lin, 2002 dalam Lu, H.S. *et al.* , 2009). Menurut Lu, H.S. *et al.* , (2009) *Principal Component Analysis* (PCA) digunakan untuk menaksir nilai pembobot yang sesuai, sehingga beberapa karakteristik yang relatif penting dapat dijelaskan secara tepat dan objektif.

Salah satu penelitian yang telah dilakukan adalah penelitian dari Jenarthanan dan Jeyapaul (2013) dengan menggunakan metode Taguchi dengan pendekatan fungsi desirabiliti. Dari hasil penelitian tersebut diperoleh faktor-faktor yang diduga mempengaruhi proses freis komposit GFRP yaitu sudut orientasi serat, sudut helix, kecepatan spindel, dan *feed rate*. Pengukuran kinerja proses freis dilakukan pada kekasaran permukaan, tekanan mesin dan faktor delaminasi. Sedangkan pada penelitian ini menggunakan metode Taguchi dengan pendekatan *Grey Relational Analysis* untuk mengubah multi respon menjadi satu respon dan pembobotan dengan menggunakan pendekatan *Principal Component Analysis*.

1.2 Rumusan Masalah

Permasalahan yang akan dibahas dalam penulisan tugas akhir ini adalah :

1. Bagaimana memperoleh kombinasi perlakuan yang berpengaruh terhadap optimalisasi proses dengan metode Taguchi untuk Kasus Multirespon menggunakan Pendekatan *Grey Relational Analysis* dan *Principal Component Analysis*.
2. Bagaimana perhitungan persen kontribusi untuk setiap perlakuan yang mempengaruhi suatu proses produksi.

1.3 Batasan Masalah

Batasan masalah dalam studi kasus ini meliputi :

1. Analisis yang digunakan adalah pendekatan *Grey Relational Analysis* dan *Principal Component Analysis.*
2. Studi kasus yang digunakan adalah data proses freis komposit GRFP yang diambil dari penelitian Jenarthanan dan Jeyapaul.
3. Faktor yang diduga berpengaruh terhadap proses freis komposit GFRP ada 4 yaitu yaitu sudut orientasi serat, sudut helix, kecepatan spindel, dan *feed rate* dan respon yang diamati ada 3 yaitu kekasaran permukaan, tekanan mesin dan faktor delaminasi.

1.4 Tujuan Penelitian

Berdasarkan perumusan masalah yang ada, maka tujuan dari penulisan tugas akhir ini adalah :

1. Memperoleh kombinasi perlakuan yang berpengaruh terhadap optimalisasi proses dengan metode Taguchi untuk Kasus Multirespon menggunakan Pendekatan *Grey Relational Analysis* dan *Principal Component Analysis*.
2. Menentukan besarnya persen kontribusi untuk setiap perlakuan yang mempengaruhi suatu proses produksi.

BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Kualitas

Definisi dari kualitas adalah gambaran keseluruhan dari suatu produk atau pelayanan jasa yang berhubungan dengan kemampuannya untuk memenuhi standar, keinginan, dan harapan konsumen. Kualitas menjadi salah satu hal yang terpenting yang mempengaruhi keputusan konsumen dalam memilih produk atau jasa. Fenomena ini membuat produsen sadar bahwa pemahaman dan perbaikan kualitas adalah kunci untuk menguasai pasar, mengembangkan pangsa, dan memenangkan persaingan (Montgomery, 2009).

Pengendalian kualitas adalah sistem verifikasi dan penjagaan dari suatu derajat atau tingkatan kualitas produk atau proses yang dikehendaki dengan perencanaan seksama, pemakaian peralatan yang sesuai, inspeksi terus menerus dan tindakan korektif bila diperlukan. Tujuan dilakukannya pengendalian kualitas adalah untuk memperbaiki kualitas produk dan menurunkan biaya kualitas secara keseluruhan (Montgomery, 2009).

Menurut Mitra (2008) terdapat dua macam pendekatan dalam pengendalian kualitas yaitu:

1. *On-line Quality Control*

   Pengendalian kualitas secara *on-line quality control* adalah usaha-usaha yang berlangsung saat proses produksi sedang berjalan. Usaha-usaha yang termasuk dalam *on-line quality control* adalah pendiagnosaan dan penyesuaian proses, pengontrolan proses, dan inspeksi hasil proses.

2. *Off-line Quality Control*

   Pengendalian kualitas secara *off-line quality control* adalah usaha-usaha yang bertujuan mengoptimalkan rancangan proses dan produk sebagai pendukung *on-line quality control*.

Menurut Montgomery (2009), faktor-faktor yang mempengaruhi pengendalian kualitas yang dilakukan perusahaan adalah:

1. Kemampuan proses

   Batas-batas yang ingin dicapai harus disesuaikan dengan kemampuan proses yang ada. Tidak ada gunanya mengendalikan suatu proses dalam batas-batas yang melebihi kemampuan atau kesanggupan proses yang ada.

2. Spesifikasi yang berlaku

   hasil produksi yang ingin dicapai harus dapat berlaku, bila ditinjau dari segi kemampuan proses dan keinginan atau kebutuhan konsumen yang ingin dicapai dari hasil produksi tersebut. Dapat dipastikan dahulu apakah spesifikasi tersebut dapat berlaku sebelum pengendalian kualitas pada proses dapat dimulai.

3. Tingkat ketidaksesuaian yang dapat diterima

   Tingkat pengendalian yang diberlakukan tergantung pada banyaknya produk yang berada dibawah standar.

4. Biaya kualitas

   Tingkat pengendalian dalam menghasilkan produk dengan biaya yang minimal untuk menghasilkan produk yang berkualitas.

2.2 Rancangan Percobaan

Rancangan percobaan adalah suatu tes atau serangkaian tes dengan maksud mengamati dan mengidentifikasi perubahan-perubahan pada *output* respon yang disebabkan oleh perubahan-perubahan yang dilakukan pada variabel input dari suatu proses (Montgomery, 2009). Rancangan percobaan bertujuan untuk memperoleh atau mengumpulkan informasi sebanyak yang diperlukan dan berguna dalam melakukan penelitian dengan persoalan yang akan diteliti. Rancangan percobaan banyak dimanfaatkan dalam dunia industri atau penelitian yang berkaitan dengan rancangan produk, perbaikan produk, penggunaan alat dan lain sebagainya.

Menurut Suwanda (2011), tujuan yang ingin dicapai dalam perancangan percobaan adalah untuk memperoleh atau mengumpulkan informasi yang sebanyak–banyaknya yang diperlukan dan berguna dalam melakukan penyelidikan persoalan yang akan dibahas. Dalam perancangan percobaan ada beberapa istilah yang dipergunakan dan sebaiknya dipahami terlebih dahulu sebelum membicarakan perancangan percobaan secara lebih rinci. Istilah–istilah tersebut yaitu perlakuan, satuan percobaan, satuan amatan dan galat percobaan. Asas–asas atau prinsip dasar dari perancangan percobaan adalah pengulangan *(replication)*, pengacakan *(randomization)* dan pengendalian lingkungan *(local control)*. Prinsip ini diperlukan untuk pendugaan yang valid dari galat percobaan dan usaha meminimumkan galat percobaan guna meningkatkan ketelitian percobaan. Manfaat dari desain eksperimen yang dapat dirasakan secara nyata yaitu: memperbaiki hasil proses, mengurangi varian dan mendekatkan pada hasil yang diinginkan, menghemat waktu, dan menghemat biaya

2.3 Rancangan Faktorial

Faktorial adalah percobaan yang terdiri dari dua faktor atau lebih dan masing-masing terdiri dari dua taraf atau lebih. Jika jumlah faktor dan level dalam suatu percobaan bertamabah maka jumlah kombinasi perlakuan yang akan dicobakan semakin besar, sehingga rancangan tersebut membutuhkan waktu dan biaya yang lebih besar.

Pada percobaan faktorial, yang disebut dengan perlakuan adalah kombinasi silang antar taraf dari dua atau lebih faktor. Salah satu bentuk rancangan faktorial yang sering digunakan dalam penelitian adalah rancangan faktorial k faktor dan masing-masing faktor memiliki 3 taraf, kemudian untuk setiap perulangan lengkap dari rancangan ini terdapat 3^k kombinasi perlakuan, sehingga rancangan ini disebut sebagai rancangan faktorial 3^k (Montgomery, 2005).

Salah satu contoh rancangan faktorial dari k buah faktor, dimana masing-masing faktor terdiri dari tiga buah level, disebut rancangan faktorial 3^k. Jika jumlah faktor yang terlibat banyak maka kombinasi perlakuan yang dicobakan juga semakin banyak. Untuk mengatasinya maka dapat digunakan rancangan faktorial sebagian dengan tujuan mengurangi jumlah perlakuan yang dicobakan. Untuk rancangan faktorial 3^k dapat dibuat rancangan faktorial sebagian $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{27}$, dan seterusnya. Sehingga bisa dinotasikan dengan 3^{k-1}, 3^{k-2}, dan seterusnya.

Misalkan percobaan faktorial dengan menggunakan empat buah faktor tanpa ulangan yaitu faktor A, B, C, D dengan masing-masing memiliki 3 taraf faktor. Kemudian dibuat rancangan faktorial sebagian $\frac{1}{3}$, maka dinotasikan dengan $3^{4-1} = 3^3$ sehingga percobaan yang diamati adalah sebanyak 27 percobaan.

Model linier aditif untuk rancangan faktorial empat faktor adalah:

1. Model linier aditif dengan interaksi

$$y_{ijkl} = \mu + A_i + B_j + C_k + D_l + (AB)_{ij} + \cdots + (CD)_{kl} + (ABC)_{ijk} + \cdots$$
$$+(BCD)_{jkl} + (ABCD)_{ijkl} + \varepsilon_{ijkl}$$

dengan $i = 1, 2, 3$; $j = 1, 2, 3$; $k = 1, 2, 3$; $l = 1, 2, 3$

2. Model linier aditif tanpa interaksi

$$y_{ijkl} = \mu + A_i + B_j + C_k + D_l + \varepsilon_{ijkl}$$

dengan $i = 1, 2, 3$; $j = 1, 2, 3$; $k = 1, 2, 3$; $l = 1, 2, 3$

y_{ijkl} : pengamatan pada perlakuan faktor A taraf ke-i, faktor B taraf ke-j, faktor C taraf ke-k, dan faktor D taraf ke-l.

μ : rataan umum

A_i : pengaruh faktor ke A taraf ke i

B_j : pengaruh faktor ke B taraf ke j

C_k : pengaruh faktor ke C taraf ke k

D_l : pengaruh faktor ke D taraf ke l

$(AB)_{ij}$: pengaruh interaksi faktor ke A taraf ke i dan faktor ke B taraf ke j

$(CD)_{kl}$: pengaruh interaksi faktor ke C taraf ke k dan faktor ke D taraf ke l

$(ABC)_{ijk}$: pengaruh interaksi faktor ke A taraf ke i, faktor ke B taraf ke j, dan faktor ke C taraf ke k

$(BCD)_{jkl}$: pengaruh interaksi faktor ke B taraf ke j, dan faktor ke C taraf ke k, dan faktor ke D taraf ke l

$(ABCD)_{ijkl}$: pengaruh interaksi faktor ke A taraf ke i, faktor ke B taraf ke j, dan faktor ke C taraf ke k, dan faktor ke D taraf ke l

ε_{ijkl} : komponen galat

2.4 Metode Taguchi

Metode Taguchi diperkenalkan pertama kali oleh Dr. Genichi Taguchi (1949) yang merupakan metodologi baru untuk memperbaiki kualitas produk serta dapat menekan biaya dan sumberdaya seminimal mungkin.

Menurut Soejanto (2009), beberapa keunggulan dalam metode Taguchi adalah sebagai berikut:

1. Tingkat efisiensi rancangan percobaan lebih tinggi karena dapat melakukan penelitian yang melibatkan banyak faktor dan level.
2. Memperoleh suatu proses yang menghasilkan produk yang konsisten dan kokoh terhadap gangguan yaitu faktor yang tidak dapat dikontrol.
3. Kesimpulan yang didapat dengan menggunakan metode Taguchi adalah respon yang optimum.

Metode Taguchi memiliki struktur yang kompleks, maka terdapat rancangan yang dikorbankan pengaruh interaksinya atau bahkan yang cukup signifikan. Oleh karena itu, perlu dilakukan pemilihan rancangan percobaan secara hati-hati yang sesuai dengan penelitian (Soejanto,2009).

Liao (2003) mengatakan terdapat tiga tahapan dalam penerapan metode Taguchi untuk pengoptimalan suatu produk atau proses yaitu:

1. Rancangan sistem

   Rancangan sistem digunakan untuk menyeleksi metode produksi yang baik dalam menyelesaikan proses produksi. Penurunan biaya produksi dan penurunan *noise* adalah pertimbangan utama dalam memilih metode produksi yang baik.

2. Rancangan parameter

   Rancangan parameter digunakan untuk mencari faktor atau level yang dapat dikendalikan dan meminimalkan pengaruh dari faktor *noise*. Hal tersebut dikarenakan pengaturan parameter dengan tujuan untuk menjaga variasi di dalam karakteristik kualitas produk menjadi minimum dengan artian untuk mendekati target yang diinginkan.

3. Rancangan toleransi

   Rancangan toleransi adalah efek utama di dalam kualitas produk dalam hubungan kerugian kualitas dan efektifitas penjualan biaya produksi.

Metode taguchi biasa hanya dapat digunakan untuk menyelesaikan masalah optimalisasi satu respon (Liao, 2003). Sedangkan untuk menyelesaikan kasus multirespon dapat digunakan metode taguchi dengan pendekatan dengan metode lain yaitu *Grey Relational Analysis* dan *Principal Component Analysis.*

2.5 Orthogonal Array

Menurut Soejanto (2009)*, orthogonal array* adalah matriks dari sejumlah baris dan kolom. Setiap kolom merepresentasikan faktor atau kondisi tertentu yang dapat berubah dari suatu percobaan ke percobaan lainnya, dan baris mewakili level dari faktor pada percobaan yang dilakukan. *Orthogonal array* (OA) digunakan untuk mengetahui jumlah percobaan minimum namun dapat tetap membantu menentukan efek faktor utama (Bagchi, 1993). OA merupakan suatu matriks faktor dan level yang tidak membawa pengaruh dari faktor yang lain atau level yang lain (Belavendram, 1995).

Jika faktor yang terlibat sebanyak 4 dan masing-masing faktor memiliki 3 level maka dapat digunakan OA dengan L_{27}. Pada orthogonal array, untuk level rendah dinotasikan dengan tanda "-", untuk level sedang dinotasikan dengan tanda "0", dan untuk level tinggi dinotasikan dengan tanda "+". Suatu matriks dikatakan orthogonal jika penjumlahan satu kolom sama dengan nol dan penjumlahan kolom dari setiap baris sama dengan nol. Sebagai ilustrasi, contoh pada orthogonal array L_{27} dengan 4 faktor dan masing-masing memiliki 3 level pada Tabel 1.

Tabel 1. Pembuktian Orthogonal pada Matriks L_{27} 4 Faktor 3 Level

Run	**Faktor**				**Σ**
	A	**B**	**C**	**D**	
1	-	-	-	-	**-4**
2	-	-	0	0	**-2**
3	-	-	+	+	**0**
4	-	0	-	0	**-2**
5	-	0	0	+	**0**
6	-	0	+	-	**-1**
7	-	+	-	+	**0**
8	-	+	0	-	**-1**
9	-	+	+	0	**1**
10	0	-	-	-	**-3**
11	0	-	0	0	**-1**
12	0	-	+	+	**1**
13	0	0	-	0	**-1**
14	0	0	0	+	**1**
15	0	0	+	-	**0**
16	0	+	-	+	**1**
17	0	+	0	-	**0**
18	0	+	+	0	**2**
19	+	-	-	-	**-2**
20	+	-	0	0	**0**
21	+	-	+	+	**2**
22	+	0	-	0	**0**
23	+	0	0	+	**2**
24	+	0	+	-	**1**
25	+	+	-	+	**2**
26	+	+	0	-	**1**
27	+	+	+	0	**3**
Σ	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**

Terlihat bahwa jumlah pada 1 kolom sama dengan nol dan penjumlahan semua baris sama dengan nol.

2.6 Karakteristik Kualitas dan *Signal to Noise Ratio*

Karakteristik kualitas menurut Taguchi ada tiga, yaitu *Nominal is the best*, *Smaller is Better*, dan *Larger is Better.* Sedangkan cara melihat karakteristik suatu percobaan yaitu dengan menggunakan *Signal to Noise Ratio* (SN Ratio). SN Ratio adalah *concurrent statistic* yaitu cara untuk melihat karakteristik dari distribusi dan pengaruh karakteristik tersebut pada masing-masing percobaan (Bagachi, 1993). *Mean Square Deviation* (MSD) adalah pengukuran yang bergantung pada rata-rata dan standar deviasi data. Menurut Belavendram (1995) beberapa tipe karakteristik kualitas SN Ratio dari respon adalah sebagai berikut:

1. *Nominal is the best*

   adalah karakteristik kualitas dengan nilai target tidak nol dan terbatas sehingga nilai yang semakin mendekati target tersebut adalah nilai yang diinginkan.

   Untuk percobaan 4 faktor tanpa ulangan, SN Ratio untuk karakteristik ini dirumuskan dengan persamaan berikut :

   SN Ratio $= 10\log[MSD_n]$

   $= 10\log[x_i\,(j) - m^2]$

   dimana:

   $x_i\,(j)$ = nilai eksperimen ke-i pada respon ke-j

   m = nilai target spesifikasi

2. *Smaller is Better*

   adalah karakteristik kualitas dengan batas nilai 0 dan non negatif sehingga nilai yang semakin kecil atau mendekati nol adalah nilai yang diinginkan.

SN Ratio untuk karakteristik ini dirumuskan dengan persamaan sebagai berikut :

$$\text{SN Ratio} = -10\log[MSD_s]$$
$$= -10\log[x_i(j)^2]$$

3. *Larger is Better*

adalah karakteristik kualitas dengan rentang nilai tak terbatas dan non negatif sehingga nilai yang semakin besar adalah nilai yang diinginkan. SN Ratio untuk karakteristik ini dirumuskan dengan persamaan sebagai berikut :

$$\text{SN Ratio} = -10\log[MSD_l]$$
$$= -10\log\left[\frac{1}{x_i(j)^2}\right]$$

2.7 *Grey Relational Analysis* (GRA)

Metode Taguchi biasanya hanya dapat digunakan untuk mengoptimasi satu respon saja. Untuk optimasi beberapa respon dengan metode taguchi dapat digunakan pendekatan dengan *Grey Relational Analysis* (GRA). Teori GRA ditemukan oleh Deng pada periode 1980-an. Pada dasarnya metode GRA digunakan dalam optimasi untuk mengubah beberapa respon menjadi satu respon saja. Teori ini berhubungan dengan metode Taguchi yang menunjukkan sebuah pendekatan optimasi yang lebih baru. Pada awalnya, teori GRA mengadopsi teori *Grey* yang sudah lama ditemukan sebelumnya. Teori *Grey* berasal dari hasil pencampuran antara informasi yang jelas dan tidak jelas. Misalnya, hitam dilambangkan sebagai informasi yang tidak jelas, yang bisa diartikan sebagai informasi yang belum sempurna. Sedangkan putih sebaliknya dilambangkan informasi yang benar-benar jelas. Tetapi suatu saat informasi bisa berada di antara perpaduan hitam dan putih yang dikenal dengan abu-abu, informasi yang mempunyai beberapa hal yang jelas dan tidak jelas atau kurang sempurna (Balasubramanian dan Ganapathy, 2011).

2.8 *Principal Component Analysis* (PCA)

Principal Component Analysis atau analisis komponen utama adalah sebuah metode statistika multivariat yang memilih sejumlah kecil komponen untuk menjelaskan varian dari beberapa respon yang asli. Menurut Johnson dan Wichern (2007) *Principal Components Analysis* (PCA) merupakan suatu teknik statistika untuk mentransformasi variabel-variabel asli yang masih saling berkorelasi satu dengan yang lain menjadi satu set variabel baru yang tidak berkorelasi lagi. Komponen utama merupakan kombinasi linier dari k variabel random $X_1, X_2, \ldots.,$ X_k dan tergantung pada matriks kovarian $\boldsymbol{\Sigma}$ atau matriks korelasi $\boldsymbol{\rho}$. Misalkan vektor random $\mathbf{X}^{\mathbf{T}} = [X_1, X_2, \ldots., X_k]$ mempunyai matriks kovarian $\boldsymbol{\Sigma}$ dengan nilai eigen λ dan vektor eigen a dimana $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \ldots \geq \lambda_k \geq 0$ maka bentuk kombinasi linier sebagai berikut:

$PC_1 = \mathbf{a_1}^{\mathbf{T}}\mathbf{X} = a_{11}X_1 + a_{12}X_2 + \ldots + a_{1k}X_k$

$PC_2 = \mathbf{a_2}^{\mathbf{T}}\mathbf{X} = a_{21}X_1 + a_{22}X_2 + \ldots + a_{2k}X_k$

$\vdots$

$PC_k = \mathbf{a_k}^{\mathbf{T}}\mathbf{X} = a_{k1}X_1 + a_{k2}X_2 + \ldots + a_{kk}X_k$

dengan

$Var(PC_j) = \mathbf{a_j}^{\mathbf{T}}\boldsymbol{\Sigma}\mathbf{a_j}$ $\qquad j = 1, 2, \ldots, k$

Menurut Johnson dan Wichern (2007) komponen utama tidak berkorelasi dan memiliki varian sama dengan nilai eigen dari matriks kovarian **Σ**. Maka, nilai eigen yang terbesar menggambarkan nilai variansi yang terbesar.

Komponen utama pertama adalah kombinasi linier dari X_1, X_2, …., X_k yang dapat menerangkan variansi terbesar.

$PC_1 = a_{11}X_1 + a_{12}X_2 + \cdots + a_{1k}X_k = \mathbf{a}_1^{\mathbf{T}}\mathbf{X}$

$\text{Var}(PC_1) = \mathbf{a}_1^{\mathbf{T}}\boldsymbol{\Sigma}\mathbf{a}_1$ dengan $\mathbf{a}_1^{\mathbf{T}}\mathbf{a}_1 = 1$

Sedangkan komponen utama kedua adalah kombinasi linier dari X_1, X_2, …., X_k yang tidak berkorelasi dengan komponen utama pertama, serta memaksimumkan sisa variansi setelah diterangkan oleh komponen utama pertama.

$PC_2 = a_{21}X_1 + a_{22}X_2 + \cdots + a_{2k}X_k = \mathbf{a}_2^{\mathbf{T}}\mathbf{X}$

$\text{Var}(PC_2) = \mathbf{a}_2^{\mathbf{T}}\boldsymbol{\Sigma}\mathbf{a}_2$ dengan $\mathbf{a}_2^{\mathbf{T}}\mathbf{a}_2 = 1$ dan $\text{Cov}(PC_2,PC_1) = \mathbf{a}_2^{\mathbf{T}}\boldsymbol{\Sigma}\mathbf{a}_1 = 0$

Selanjutnya cara yang sama untuk komponen utama ke-j (j = 1, 2,…, k) sebagai berikut:

$PC_j = a_{j1}X_1 + a_{j2}X_2 + \cdots + a_{jk}X_k = \mathbf{a}_j^{\mathbf{T}}\mathbf{X}$

$\text{Var}(PC_j) = \mathbf{a}_j^{\mathbf{T}}\boldsymbol{\Sigma}\mathbf{a}_j$ dengan $\mathbf{a}_j^{\mathbf{T}}\mathbf{a}_j = 1$ dan $\text{Cov}(PC_j,PC_l) = \mathbf{a}_j^{\mathbf{T}}\boldsymbol{\Sigma}\mathbf{a}_l = 0$ untuk $l < j$

Menurut Jhonson dan Winchen (2007) ada tiga kriteria dalam pemilihan komponen utama yang digunakan yaitu :

1. Dipilih nilai eigen yang lebih besar dari satu ($\lambda_i > 1$). Nilai eigen yang mendekati nol dianggap tidak memberikan pengaruh yang penting.
2. Melihat sudut pada *scree plot*. *Scree plot* merupakan plot yang menggambarkan nilai eigen dan menunjukkan perubahan nila eigen yang besar.

3. Proporsi variansi yang dianggap cukup untuk mewakili total variansi data jika variansi kumulatif mencapai 70% sampai dengan 80%.

2.9 Langkah Pendekatan GRA dan PCA

Langkah-langkah melakukan analisis menggunakan GRA dan PCA menurut Lu, H.S., *et al.* (2009) adalah sebagai berikut:

1. Menentukan dan menghitung SN Ratio $x_i\ (j)$

   Dimana $x_i\ (j)$ = nilai eksperimen ke-i pada respon ke-j

2. Melakukan Normalisasi SN Ratio yaitu nilai yang besarnya antara 0 dan 1. Persamaan yang digunakan dalam dalam proses normalisasi adalah sebagai berikut:

   $$x_i^*(j) = \frac{x_i(j) - \min x_i(j)}{maks\ x_i(j) - \min x_i(j)}$$

   dimana:

   $x_i^*(j)$ = nilai normalisasi SN Ratio eksperimen ke-i pada respon ke-j

   $x_i\ (j)$ = nilai SN Ratio eksperimen ke-i pada respon ke-j

   i = banyaknya eksperimen

   j = banyaknya respon

4. Menghitung jarak $\Delta_{0i}(j)$ yang merupakan nilai absolut dari selisih antara nilai maksimum hasil normalisasi (x_0^*) dengan data yang telah dinormalisasi (x_i^*) pada titik j.

   Persamaan yang digunakan adalah sebagai berikut:

   $$\Delta_{0i}(j) = |x_0^*(j) - x_i^*(j)|$$

   dimana:

   $x_0^*(j)$ = 1 (nilai terbesar normalisasi S/N Ratio diinversikan sebesar 1)

5. Menghitung *Grey Relational Coefficient* (GRC) atau $\gamma_{0i}(j)$. GRC menunjukkan hubungan antara kondisi terbaik dengan kondisi aktual dari respon yang dinormalisasi. Persamaan yang digunakan untuk mendapatkan nilai GRC adalah sebagai berikut:

   $$\gamma_{0i}(j) = \frac{\Delta \min + \zeta \Delta max}{\Delta_{0i}(j) + \zeta \Delta max}$$

   dimana:

   $\Delta_{0i}(j) = |x_0^*(j) - x_i^*(j)|$ yaitu nilai absolut antara nilai $x_0(j)$ dan $x_i(j)$

   $x_0^*(j) = 1$ (nilai terbesar S/N Ratio diinversikan sebesar 1)

   Δ min= nilai minimum dari $\Delta_{0i}(j)$

   Δ max= nilai maksimum dari $\Delta_{0i}(j)$

   ζ = koefisien pembeda

   Nilai koefisien pembeda adalah koefisien yang bernilai antara 0 hingga 1. Pada umumnya diambil nilai $\zeta = 0,5$ (Tosun, *et al.* , 2004)

6. Menghitung *Grey Relational Grade* (GRG) dengan menggunakan persamaan sebagai berikut:

   $$\Gamma_{0i}(j) = \sum_{j=1}^{n} \beta_j \, \gamma_{0i}(j)$$

   β_j menggambarkan nilai bobot ke-j dari karakteristik respon dan nilai bobot diperoleh dari nilai vektor eigen komponen utama terpilih yang dikuadratkan. Misalkan komponen utama yang terpilih adalah komponen utama 1

   $$\beta_j = {a_{1j}}^2$$

   dengan ${a_{11}}^2 + {a_{12}}^2 + \cdots + {a_{1k}}^2 = 1$

dimana a_{11} : nilai pertama dari vektor eigen 1

a_{12} : nilai kedua dari vektor eigen 1

a_{1k} : nilai ke-k dari vektor eigen 1

2.10 *Analysis of Variance* (ANOVA)

Metode Taguchi menggunakan eksperimen faktorial sebagian yang sederhana, murah, dan cepat. Metode Taguchi untuk rancangan sebagian didasarkan pada pengembangan *orthogonal array*. Eksperimen faktorial sebagian dilakukan dengan memilih kombinasi dari eksperimen faktorial penuh sehingga analisis eksperimen sebagian termasuk dalam analisis kepercayaan kualitas hasil. Dalam metode statistika disebut dengan *Analysis of Variance* (ANOVA). Analisis ini sering digunakan untuk mengetahui ukuran kepercayaan. Teknik ini tidak langsung menganalisa data namun menghitung varian dari data. Kepercayaan adalah ukuran dari varian.

Menurut Vipin (2013) tujuan utama dari ANOVA adalah untuk mengetahui parameter secara signifikan yang dipengaruhi terhadap respon atau tdak. Selain itu, ANOVA juga dapat mengintrepetasikan data eksperimen. Jika faktor yang terlibat ada 4 dengan masing-masing memiliki 3 level dan diasumsikan tidak ada interaksi antar faktor. Maka model ANOVA yang digunakan adalah:

$$Y_{ijkl} = \mu + A_i + B_j + C_k + D_l + \varepsilon_{ijkl}$$

dimana:

Y_{ijkl} = pengamatan pada faktor A level ke-i, faktor B level ke-j, faktor C level ke-k, faktor D level ke-l

μ = rataan umum

A_i = pengaruh faktor A level ke-i, dimana i = 1,2,3

B_j = pengaruh faktor B level ke-j, dimana j = 1,2,3

C_k = pengaruh faktor C level ke-k, dimana k = 1,2,3

D_l = pengaruh faktor D level ke-l, dimana l = 1,2,3

ε_{ijkl} = komponen *error* random

Asumsi yang harus dipenuhi dalam model tetap adalah:

$$\sum_{i=1}^{3} A_i = 0, \sum_{j=1}^{3} B_j = 0 , \sum_{k=1}^{3} C_k = 0 , \sum_{l=1}^{3} D_l = 0 \ ; \ \varepsilon_{ijkl} \sim N(0,\sigma^2)$$

Estimasi parameter model:

Bentuk fungsi L merupakan jumlah kuadrat galat. Estimasi dari parameter model ditentukan dengan meminimumkan fungsi L dengan menggunakan metode kuadrat terkecil.

$$L = \sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{3}\sum_{k=1}^{3}\sum_{l=1}^{3} \varepsilon_{ijkl}^2$$

$$L = \sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{3}\sum_{k=1}^{3}\sum_{l=1}^{3} (Y_{ijkl} - \mu - A_i - B_j - C_k - D_l)^2$$

Untuk $\hat{\mu}$:

Dengan membuat persamaan $\frac{\partial L}{\partial \hat{\mu}} = 0$ dan $\frac{\partial^2 L}{\partial \hat{\mu}^2} > 0$ diperoleh:

Syarat pertama $\frac{\partial L}{\partial \hat{\mu}} = 0$

$$-2\sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{3}\sum_{k=1}^{3}\sum_{l=1}^{3} (Y_{ijkl} - \mu - A_i - B_j - C_k - D_l) = 0$$

$$\sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{3}\sum_{k=1}^{3}\sum_{l=1}^{3}\left(Y_{ijkl} - \mu - A_i - B_j - C_k - D_l\right) = 0$$

Parameter model diestimasikan sebagai $\mu = \hat{\mu}, A_i = \hat{A}_i, B_j = \hat{B}_j, C_k = \hat{C}_k,$ $D_l = \widehat{D}_l$, sehingga:

$$\sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{3}\sum_{k=1}^{3}\sum_{l=1}^{3} Y_{ijkl} - 3^4\hat{\mu} - 3^3\sum_{i=1}^{3}\hat{A}_i - 3^3\sum_{j=1}^{3}\hat{B}_j - 3^3\sum_{k=1}^{3}\hat{C}_k - 3^3\sum_{l=1}^{3}\widehat{D}_l = 0$$

$$\sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{3}\sum_{k=1}^{3}\sum_{l=1}^{3} Y_{ijkl} - 3^4\,\hat{\mu} = 0$$

$$\hat{\mu} = \frac{\sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{3}\sum_{k=1}^{3}\sum_{l=1}^{3} Y_{ijkl}}{3^4}$$

$$\hat{\mu} = \frac{Y_{....}}{3^4} = \bar{Y}_{....}$$

Syarat kedua $\frac{\partial^2 L}{\partial \hat{\mu}^2} > 0$

$$-2\sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{3}\sum_{k=1}^{3}\sum_{l=1}^{3} Y_{ijkl} - 3^4\hat{\mu} - 3^3\sum_{i=1}^{3}\hat{A}_i - 3^3\sum_{j=1}^{3}\hat{B}_j - 3^3\sum_{k=1}^{3}\hat{C}_k - 3^3\sum_{l=1}^{3}\widehat{D}_l > 0$$

$-2(-3^4) > 0$

$2.3^4 > 0$

Untuk $\hat{A}_i$:

Dengan membuat persamaan $\frac{\partial L}{\partial \hat{A}} = 0$ dan $\frac{\partial^2 L}{\partial \hat{A}^2} > 0$ diperoleh:

Syarat pertama $\frac{\partial L}{\partial \hat{A}} = 0$

$$-2\sum_{j=1}^{3}\sum_{k=1}^{3}\sum_{l=1}^{3}(Y_{ijkl} - \mu - A_i - B_j - C_k - D_l) = 0$$

$$\sum_{j=1}^{3}\sum_{k=1}^{3}\sum_{l=1}^{3}\left(Y_{ijkl} - \mu - A_i - B_j - C_k - D_l\right) = 0$$

$$\sum_{j=1}^{3}\sum_{k=1}^{3}\sum_{l=1}^{3}(Y_{ijkl} - 3^3\,\hat{\mu} - 3^3\,\hat{A}_i - 3^2\sum_{j=1}^{3}\hat{B}_j - 3^2\sum_{k=1}^{3}\hat{C}_k - 3^2\sum_{l=1}^{3}\widehat{D}_l = 0$$

$$\sum_{j=1}^{3}\sum_{k=1}^{3}\sum_{l=1}^{3}(Y_{ijkl} - 3^3\,\hat{\mu} - 3^3\,\hat{A}_{i)} = 0$$

$$\hat{A}_i = \frac{\sum_{j=1}^{3}\sum_{k=1}^{3}\sum_{l=[illegible]}^{3} Y_{ijk[illegible]} - 3^3\,\hat{\mu}}{3^{[illegible]}}$$

$$\hat{A}_i = \frac{Y_{i\ldots}}{3^3} - \frac{3^3\,\hat{\mu}}{3^3} = [illegible] - [illegible]$$

Syarat kedua $\frac{\partial^2 L}{\partial \hat{A}^2} > 0$

$$-2\sum_{j=1}^{3}\sum_{k=1}^{3}\sum_{l=1}^{3}(Y_{ijkl} - 3^3\,\hat{\mu} - 3^3\,\hat{A}_i - 3^2\sum_{j=1}^{3}\hat{B}_j - 3^2\sum_{k=1}^{3}\hat{C}_k - 3^2\sum_{l=1}^{3}\widehat{D}_l > 0$$

$$-2(-3^3) > 0$$

$$2.\,3^3 > 0$$

Deng[illegible] car[illegible]yang sama, maka diperoleh:

$$\hat{B}_j = [illegible] - [illegible]$$

$$\hat{C}_k = [illegible]_{k.} - [illegible]$$

$$\widehat{D}_l = [illegible]_{l} - [illegible]$$

Menurut Roy (2010) perhitungan dalam tabel ANOVA serta penyajiannya dalam bentuk tabel adalah sebagai berikut:

Tabel 2. Tabel ANOVA 4 Faktor 3 Level Tanpa Interaksi dengan L_{27}

Sumber keragaman	**Derajat Bebas**	**Jumlah kuadrat**	**Rataan kuadrat**	**F-hitung**
A	a-1	SS_A	MS_A	MS_A/ MS_{error}
B	b-1	SS_B	MS_B	MS_B/ MS_{error}
C	c-1	SS_C	MS_C	MS_C/ MS_{error}
D	d-1	SS_D	MS_D	MS_D/MS_{error}
Error	db_e	SS_{error}	MS_{error}	
Total	N – 1	SS_T		

dimana:

a : banyak level faktor A

b : banyak level faktor B

c : banyak level faktor C

d : banyak level faktor D

N : jumlah eksperimen

1. **Menentukan derajat bebas total, error dan setiap faktor**

   Jumlah derajat bebas total $db_T = N - 1$

   Jumlah derajat bebas A $(db_A) = a - 1 = 2$

   Jumlah derajat bebas B $(db_B) = b - 1 = 2$

   Jumlah derajat bebas C $(db_C) = c - 1 = 2$

   Jumlah derajat bebas D $(db_D) = d - 1 = 2$

   Jumlah derajat bebas error $(db_{error}) = db_T - db_A - db_B - db_C - db_D$

2. **Menghitung jumlah kuadrat total, error dan setiap faktor**

Jumlah kuadrat total= $SS_T = \sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{3}\sum_{k=1}^{3}\sum_{l=1}^{3}(Y_{ijkl} - \overline{Y_{....}})^2$

$$= \sum Y_{ijkl}^2 - \frac{Y_{....}^2}{N}$$

Jumlah kuadrat A = $SS_A = 3^2\sum_{i=1}^{3}(\overline{Y_{i...}} - \overline{Y_{....}})^2 = \frac{\sum Y_{i...}^2}{3^2} - \frac{Y_{....}^2}{N}$

Jumlah kuadrat B = $SS_B = 3^2\sum_{j=1}^{3}(\overline{Y_{.j..}} - \overline{Y_{....}})^2 = \frac{\sum Y_{.j..}^2}{3^2} - \frac{Y_{....}^2}{N}$

Jumlah kuadrat C = $SS_C = 3^2\sum_{k=1}^{3}(\overline{Y_{..k.}} - \overline{Y_{....}})^2 = \frac{\sum Y_{..k.}^2}{3^2} - \frac{Y_{....}^2}{N}$

Jumlah kuadrat D = $SS_D = 3^2\sum_{l=1}^{3}(\overline{Y_{...l}} - \overline{Y_{....}})^2 = \frac{\sum Y_{...l}^2}{3^2} - \frac{Y_{....}^2}{N}$

Jumlah kuadrat error= $SS_{error} = SS_T - SS_A - SS_B - SS_C - SS_D$

3. **Menghitung jumlah rata-rata kuadrat total, error dan setiap faktor**

Jumlah rata-rata kuadrat total = $MS_T = \frac{SS_T}{db_T}$

Jumlah rata-rata kuadrat A = $MS_A = \frac{SS_A}{db_A}$

Jumlah rata-rata kuadrat B = $MS_B = \frac{SS_B}{db_B}$

Jumlah rata-rata kuadrat C = $MS_C = \frac{SS_C}{db_C}$

Jumlah rata-rata kuadrat D = $MS_D = \frac{SS_D}{db_D}$

Jumlah rata-rata kuadrat error = $MS_{error} = \frac{SS_{error}}{db_{error}}$

4. **Menghitung F-hitung setiap faktor**

F-hitung$_A = \frac{MS_A}{MS_{error}}$, F-hitung$_C = \frac{MS_C}{MS_{error}}$

F-hitung$_B = \frac{MS_B}{MS_{error}}$, F-hitung$_D = \frac{MS_D}{MS_{error}}$

5. Menghitung jumlah kuadrat asli setiap faktor

Jumlah kuadrat asli A $= SS'_A = SS_A - (MS_{error} x\ db_A)$

Jumlah kuadrat asli B $= SS'_B = SS_B - (MS_{error} x\ db_B)$

Jumlah kuadrat asli C $= SS'_C = SS_C - (MS_{error} x\ db_C)$

Jumlah kuadrat asli D $= SS'_D = SS_D - (MS_{error} x\ db_D)$

6. Uji pengaruh (Uji F)

Uji ini digunakan untuk menguji apakah terdapat pengaruh dari setiap faktor terhadap variabel respon (Roy, 2010).

Hipotesis:

1. $H_0 = A_1 = A_2 = A_3 = 0$ (tidak terdapat efek dari faktor A)

   $H_1 =$ Minimal ada satu $A_a \neq 0$ (terdapat efek dari faktor A)

2. $H_0 = B_1 = B_2 = B_3 = 0$ (tidak terdapat efek dari faktor B)

   $H_1 =$ Minimal ada satu $B_b \neq 0$ (terdapat efek dari faktor B)

3. $H_0 = C_1 = C_2 = C_3 = 0$ (tidak terdapat efek dari faktor C)

   $H_1 =$ Minimal ada satu $C_c \neq 0$ (terdapat efek dari faktor C)

4. $H_0 = D_1 = D_2 = D_3 = 0$ (tidak terdapat efek dari faktor D)

   $H_1 =$ Minimal ada satu $D_d \neq 0$ (terdapat efek dari faktor D)

Taraf signifikansi: α

Statistik uji:

$$F_{hitung} = \frac{MS_{faktor}}{MS_{error}}$$

Daerah penolakan:

Tolak H_0 jika $F_{hitung} > F_{tabel}$ atau p-value $< \alpha$, dimana $F_{tabel} = F_{(db_{faktor}-1);(db_{error})}(\alpha)$

2.11 Persentase Kontribusi

Persentase kontribusi adalah sebuah fungsi dari jumlah kuadrat (*sum of square*) untuk setiap item yang signifikan. Persentase kontribusi mengindikasikan kekuatan relatif dari sebuah faktor atau interaksi untuk mengurangi keragaman. Jika taraf faktor atau interaksi dikontrol dengan tepat, maka keragaman total dapat dikurangi dengan menggunakan jumlah yang diindikasikan melalui persentase kontribusi (Ross, 1996).

Rumus perhitungan persentase kontribusi setiap faktor:

$$SS'_A = SS_A - (MS_{error} \times db_a)$$

$$P_A = \frac{SS'_A}{SS_T} x\ 100\%$$

dimana:

SS'_A = jumlah kuadrat asli untuk faktor A

SS_A = jumlah kuadrat dari faktor A

MS_{error} = jumlah rata-rata kuadrat *error*

db_a = derajat bebas faktor A

SS_T = jumlah kuadrat total

P = persen kontribusi

2.12 Pemeriksaan Asumsi Residual

Pengujian asumsi residual data yang harus dilakukan adalah sebagai berikut:

2.12.1 Asumsi Normalitas

Pemeriksaan residual berdistribusi normal dilakukan untuk melihat apakah residual memenuhi asumsi berdistribusi normal. Dalam pemeriksaan suatu kenormalan data residual dapat dilakukan dengan menggunakan uji Kolmogorov-Smirnov dengan langkah-langkah sebagai berikut (Daniel, 1989) :

Hipotesis:

H_0 : Residual data berdistribusi normal

H_1 : Residual data tidak berdistribusi normal

Statistik uji:

$$D =_x^{sup} |(S(x) - F_0(x)|$$

Daerah penolakan :

H_0ditolak pada taraf α jika D > $D_{(n,1-\alpha)}$ yang terdapat pada tabel *Kolmogorov-Smirnov.*

Keterangan :

S(x) : Nilai distribusi kumulatif sampel

$F_0(x)$: Nilai distribusi kumulatif dimana peluang variabel acak

$D_{(n,1-\alpha)}$: Nilai kritis untuk uji *Kolmogorov Smirnov* satu sampel diperoleh dari tabel *Kolmogorov Smirnov* satu sampel

Sup : Supremum (nilai tertinggi/ maksimum semua x dari $|(S(x) - F_0(x)|$

2.12.2 Asumsi Homogenitas

Pengujian homogenitas secara formal dilakukan dengan Bartlett's test (Montgomery, 2005) sebagai berikut:

Hipotesis:

H_0 : $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \cdots = \sigma_a^2$ (varian residual homogen)

H_1 : paling sedikit sepasang tidak sama (varian residual tidak homogen)

Statistik uji:

$$X_0^2 = 2{,}3026\frac{q}{c}$$

dengan:

$$q = (N-a)log_{10}S_p^2 - \sum_{i=1}^{r}(n_i - 1)log_{10}S_i^2$$

$$c = 1 + \frac{1}{3(a-1)}\left(\sum_{i=1}^{a}(n_i - 1)^{-1} - (N-a)^{-1}\right)$$

$$S_p^2 = \frac{\sum_{i=1}^{a}(n_i - 1)S_i^2}{N-a}$$

dimana:

N : jumlah seluruh pengamatan

a : banyak perlakuan

n_i : banyak ulangan setiap perlakuan

S_i^2 : varian sampel dari populasi ke-i

Daerah penolakan:

H_0 ditolak jika $X_0^2 > X_{\alpha;(a-1)}^2$ atau p-value < α

2.13 Proses Freis Komposit GFRP

2.13.1 Komposit GFRP

Komposit adalah suatu material yang terbentuk dari kombinasi dua atau lebih material, dimana sifat mekanik dari material pembentuknya berbeda-beda. Berdasarkan jenis penguatnya komposit dibagi menjadi 3 yaitu:

1. Material komposit serat (*fibricus composit*)
2. Komposit lapis (*laminated composite*)
3. Komposit partikel (*particulate composite*)

Salah satu jenis dari material komposit serat yaitu *Glass Fiber Reinforce Plastic Composites* atau komposit GFRP. Penggunaan komposit GFRP di Indonesia berkembang mulai 1980-an dengan munculnya beberapa industri manufaktur GFRP. Macam-macam produk dihasilkan sesuai dengan kebutuhan pengguna. Penggunaan GFRP komposit dalam aplikasi teknik seperti otomotif, pesawat dan pembuatan kapal ruang dan kendaraan industri laut telah meningkat dengan pesat dalam beberapa tahun terakhir karena bahan yang ringan, modulus tinggi, kekuatan spesifik, ketahanan korosi unggul, ketangguhan retak tinggi dan ketahanan terhadap bahan kimia dan serangan mikrobiologi (Hull dan Clyne, 1996).

2.13.2 Proses Freis

Proses permesinan freis adalah proses penyayatan benda kerja menggunakan alat potong jamak yang berputar (Rochim, 1993). Mesin yang digunakan untuk memegang benda kerja, memutar pisau, dan penyayatannya disebut mesin freis (*milling machine*).

Berdasarkan arah penyayatan dan posisi pisau terhadap benda kerja, proses freis dapat diklasifikasikan dalam tiga jenis yaitu:

1. Freis perperal (*slab milling*)

   Proses freis ini disebut juga slab milling, permukaan yang difreis dihasilkan oleh gigi pahat yang terletak pada permukaan luar badan alat potongnya.

2. Freis muka (*face milling*)

   Pada freis muka, pahat dipasang pada spindel yang memiliki sumbu putar tegak lurus terhadap permukaan benda kerja.

3. Freis jari (*end milling*)

   Pahat pada proses freis jari biasanya berputar pada sumbu yang tegak lurus permukaan benda kerja.

Metode pemotongan pada kerja freis dibagi menjadi 3 macam, yaitu:

1. Pemotongan searah jarum jam
2. Pemotongan berlawanan arah jarum jam
3. Pemotongan netral

Hasil proses freis adalah benda kerja yang dihasilkan setelah mengalami perlakuan pada mesin freis yang meliputi pengurangan ukuran-ukuran karena *feed* yang dilakukan oleh pahat. Hasil freis dapat dikatakan baik atau buruk didasarkan oleh faktor ketepatan pada ukuran-ukurannya (kepresisian) dan tingkat kualitas permukaan yang dihasilkan.

BAB III

METODOLOGI PENELITIAN

3.1 Sumber Data

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data sekunder. Data diambil dari penelitian Jenarthanan dan Jeyapaul (2013) yang berjudul "*Optimisation of machining parameters on milling of GFRP composites by desirability function analysis using Taguchi method*". Data tersebut dalam penelitian ini akan diolah menggunakan metode Taguchi dengan pendekatan *Grey Relational Analysis* dan *Principal Component Analysis.*

3.2 Variabel Penelitian

Dalam studi kasus ini digunakan empat faktor (Tabel 3), masing-masing faktor tersebut memiliki tiga level.

Tabel 3. Variabel Faktor Penelitian

No	**Faktor**	**Satuan**	**Level**		
			1 (-)	**2 (0)**	**3 (+)**
1	Sudut orientasi serat (A)	^{0}(degrees)	15	60	105
2	Sudut helix (B)	^{0}(degrees)	25	35	45
3	Kecepatan spindel (C)	rpm	2000	4000	6000
4	*Feed rate* (D)	mm/rev	0.04	0.08	0.12

.

Dalam studi kasus ini digunakan tiga variabel respon yaitu :

1. Kekasaran Permukaan

   Variabel respon kekerasan permukaan atau *surface roughness* diukur untuk menganalisis kualitas permukaan akhir. Semakin rendah nilai kekasaran permukaan maka hasil freis semakin baik. Sehingga karakter dari variabel respon kekerasan permukaan merupakan *smaller is better.*

2. Tekanan Mesin

   Variabel respon tekanan mesin atau *machining force* diukur menggunakan dinamometer Kistler. Semakin rendah nilai tekanan mesin maka hasil freis semakin baik. Sehingga karakter dari variabel respon tekanan mesin merupakan *smaller is better.*

3. Faktor Delaminasi

   Variabel respon faktor delaminasi atau *delamination factor* didefinisikan sebagai faktor kerusakan maksimum. Semakin rendah nilai faktor delaminasi maka hasil freis semakin baik. Sehingga karakter dari variabel respon faktor delaminasi merupakan *smaller is better.*

3.3 Orthogonal Array

Pada peneliian ini terdapat empat faktor dengan masing-masing terdiri dari tiga level, maka rancangan OA yang digunakan dalam penelitian ini adalah L_{27}.

3.4 *Software* yang digunakan

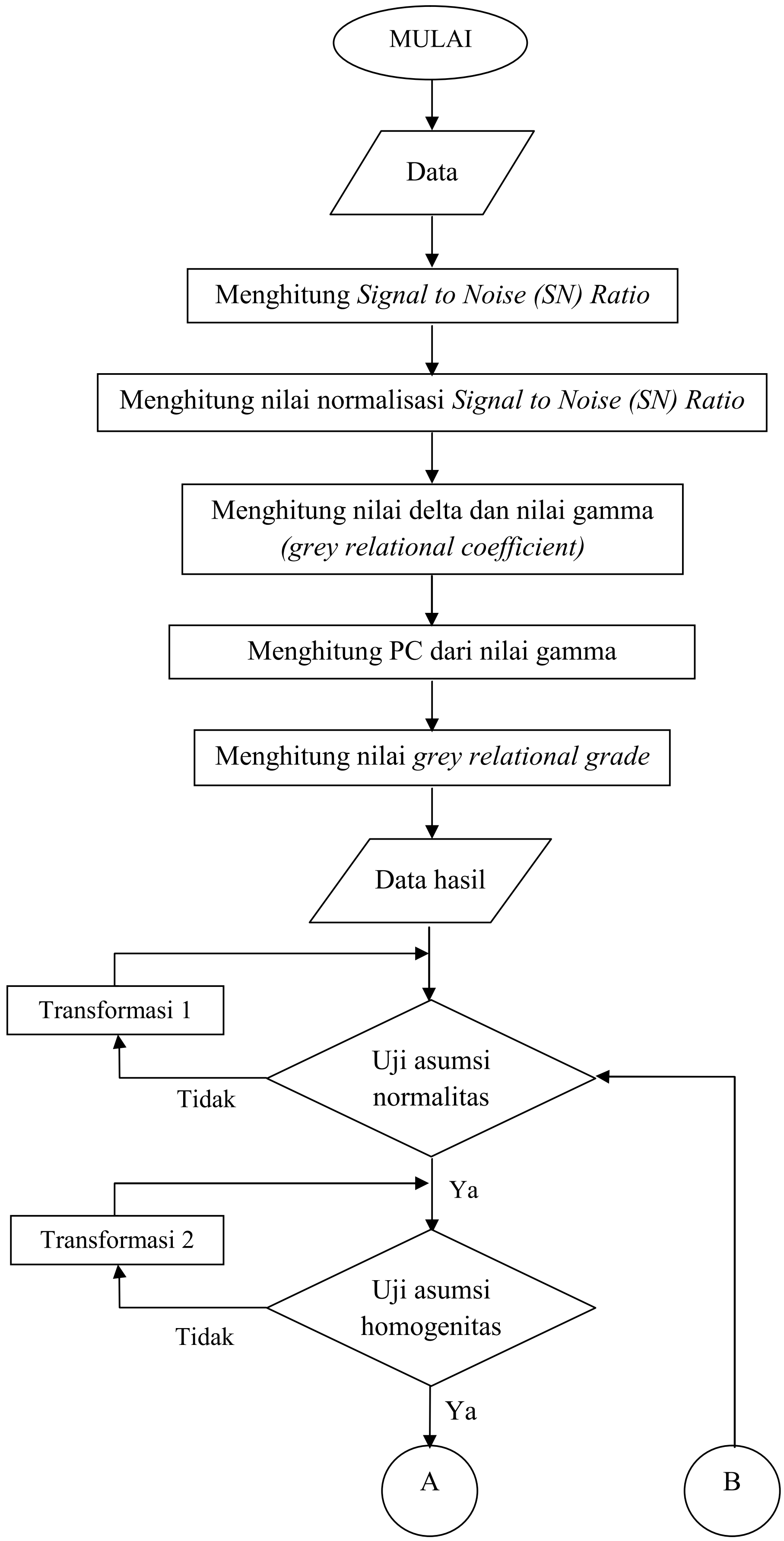
Software yang digunakan dalam penyusunan tugas akhir ini adalah menggunakan *software* Microsoft Excel 2007 dan Minitab 14.

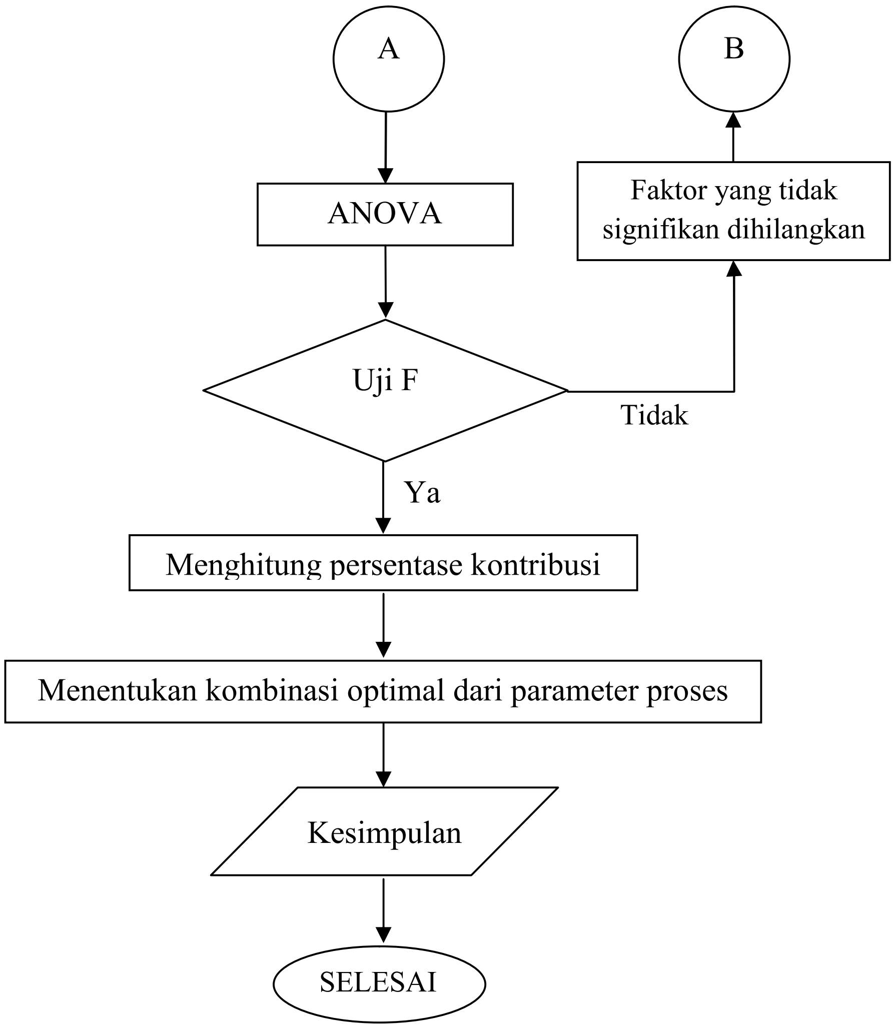
3.5 Tahapan Analisis

Tahapan analisis yang dilakukan untuk mencapai tujuan penulisan tugas akhir ini adalah sebagai berikut :

1. Menghitung *Signal to Noise (SN Ratio)* dengan karakteristik *smaller is better*
2. Menghitung nilai normalisasi *Signal to Noise (SN Ratio)*
3. Menghitung nilai delta dan nilai gamma *(grey relational coefficient)* pada masing-masing respon
4. Menghitung PC dari nilai gamma sebagai pembobot
5. Menghitung nilai *grey relational grade* sebagai data hasil
6. Menguji asumsi normalitas
7. Menguji asumsi homogenitas
8. Membuat tabel ANOVA
9. Menentukan faktor signifikan sesuai dengan hasil F-hitung pada Tabel ANOVA. Apabila ada faktor yang tidak signifikan maka faktor tersebut dihilangkan kemudian kembali ke uji asumsi
10. Menghitung persen kontribusi masing-masing respon
11. Menentukan kombinasi optimal dari parameter proses
12. Membuat kesimpulan atas hasil yang diperoleh

Proses analisis data menggunakan Metode Taguchi untuk kasus multirespon dengan pendekatan *Grey Relational Analysis* dan *Principal Component Analysis* dengan *flowchart* (Gambar 1).


MULAI
Data
Menghitung *Signal to Noise (SN) Ratio*
Menghitung nilai normalisasi *Signal to Noise (SN) Ratio*
Menghitung nilai delta dan nilai gamma *(grey relational coefficient)*
Menghitung PC dari nilai gamma
Menghitung nilai *grey relational grade*
Data hasil
Transformasi 1
Uji asumsi normalitas
Tidak
Ya
Transformasi 2
Uji asumsi homogenitas
Tidak
Ya
A
B



Gambar 1. *Flowchart* Metode Taguchi untuk kasus multirespon dengan pendekatan *Grey Relational Analysis* dan *Principal Component Analysis*

BAB IV

HASIL DAN PEMBAHASAN

Data yang digunakan dalam tugas akhir ini adalah data proses freis komposit GFRP dengan tiga respon yaitu kekerasan permukaan, tekanan mesin, dan faktor delaminasi. Terdapat empat faktor, dimana setiap faktor memiliki tiga level yaitu sudut orientasi serat, sudut helix, kecepatan spindel, dan *feed rate*. Data terdapat pada Lampiran 1. Metode Taguchi dengan pendekatan *Grey Relational Annalysis* dan *Principal Component Analysis* digunakan untuk mengoptimalkan faktor/level, sehingga menghasilkan nilai respon yang lebih baik.

4.1 *Signal Noise to Ratio* (SN Ratio)

Nilai SN Ratio merupakan nilai transformasi dari beberapa pengulangan data sehingga nilainya mewakili kualitas penyajian. Pada kasus ini variabel respon kekasaran permukaan, faktor delaminasi, dan tekanan mesin menggunakan karakteristik *Smaller is better* (Jenarthanan dan Jeyapaul, 2013). Sehingga dalam kasus ini ketiga variabel respon menggunakan perhitungan sebagai berikut:

$$\text{SN ratio} = -10\log[MSD_s]$$

$$= -10\log[x_i(j)^2]$$

Untuk percobaan pertama variabel respon kekasaran permukaan dengan nilai sebesar 0,91, dilakukan perhitungan SN Ratio sebagai berikut:

$$MSD \quad = 0{,}91^2 = 0{,}8281$$

$$\text{SN ratio} = -10\log[0{,}8281]$$

$$\text{SN ratio} = 0{,}819$$

Hasil perhitungan SN Ratio selengkapnya untuk ketiga respon ditunjukkan pada Tabel 4, dimana variabel kekasaran permukaan merupakan respon 1, variabel tekanan mesin merupakan respon 2, dan variabel faktor delaminasi merupakan respon 3.

Tabel 4. Nilai SN Ratio untuk Setiap Respon

Eksp.	Kekasaran Permukaan	Tekanan Mesin	Faktor Delaminasi
1	0,819	-23,677	-0,078
2	1,412	-26,353	-0,129
3	0,446	-27,155	-0,163
4	-0,828	-25,689	-0,214
5	-1,438	-26,705	-0,104
6	0,724	-23,052	-0,181
7	-4,028	-26,357	-0,274
8	-2,411	-22,632	-0,206
9	-2,279	-25,178	-0,146
10	-0,668	-28,379	-0,095
11	-1,938	-28,993	-0,181
12	-2,212	-29,583	-0,290
13	-4,190	-27,719	-0,341
14	-4,558	-30,059	-0,481
15	-3,405	-26,523	-0,265
16	-5,201	-30,144	-0,563
17	-3,973	-26,357	-0,490
18	-4,190	-28,172	-0,514
19	-2,860	-31,875	-0,324
20	-4,297	-31,423	-0,399
21	-4,711	-35,506	-0,628
22	-5,933	-31,877	-0,498
23	-6,361	-32,365	-0,660
24	-4,506	-29,461	-0,274
25	-7,889	-31,736	-0,764
26	-6,277	-29,293	-0,399
27	-6,527	-25,693	-0,481

4.2 Normalisasi SN Ratio

Normalisasi bertujuan untuk mentransformasi nilai SN Ratio sehingga bernilai antara 0 dan 1. Sebagai contoh proses perhitungan normalisasi SN Ratio pada variabel respon kekerasan permukaan pada percobaan pertama. Dengan nilai SN Ratio = 0,819, nilai SN Ratio minimum = -7,889, dan nilai SN Ratio maksimum = 1,412.

$$x_i^*(j) = \frac{x_i(j) - \min x_i(j)}{maks\ x_i(j) - \min x_i(j)}$$

$$x_i^*(j) = \frac{0{,}819-(-7{,}889)}{1{,}412-(-7{,}889)} = \frac{8{,}708}{9{,}301} = 0{,}936$$

Hasil selengkapnya untuk nilai normalisasi SN Ratio pada respon Laju Pemotongan seperti pada Tabel 5.

Tabel 5. Nilai Normalisasi SN Ratio untuk Setiap Respon

Eksp.	Kekerasan Permukaan	Tekanan Mesin	Faktor Delaminasi
1	0,936	0,919	1
2	1	0,711	0,925
3	0,896	0,649	0,875
4	0,759	0,763	0,801
5	0,694	0,684	0,962
6	0,926	0,967	0,850
7	0,415	0,711	0,715
8	0,589	1	0,813
9	0,603	0,802	0,900
10	0,776	0,554	0,975
11	0,640	0,506	0,850
12	0,610	0,460	0,690
13	0,398	0,605	0,617
14	0,358	0,423	0,412
15	0,482	0,698	0,727
16	0,289	0,417	0,293
17	0,421	0,711	0,400
18	0,398	0,570	0,364
19	0,541	0,282	0,642
20	0,386	0,317	0,532
21	0,342	0	0,198

Eksp.	Kekerasan Permukaan	Tekanan Mesin	Faktor Delaminasi
22	0,210	0,282	0,388
23	0,164	0,244	0,151
24	0,364	0,470	0,715
25	0	0,293	0
26	0,173	0,483	0,532
27	0,146	0,762	0,412

4.3 Perhitungan Nilai Delta dan Nilai Gamma (*Grey Relational Coefficient*)

Untuk menentukan nilai *Grey Relational Grade* terlebih dahulu menghitung nilai delta dan gamma dari tiap respon. Sebagai contoh nilai normalisasi SN Ratio pada data kekerasan permukaan observasi pertama pada tabel 5 dengan nilai normalisasi SN Ratio = 0,936, nilai ζ = 0,5, dan nilai Δmax = 1, maka didapatkan nilai delta dan nilai gamma sebagai berikut:

1. Nilai Delta

$$\Delta_{0i}(j) = |x_0^*(j) - x_i^*(j)|$$

$$= |1 - 0{,}936|$$

$$= 0{,}064$$

2. Nilai Gamma

$$\gamma_{0i}(j) = \frac{\Delta\min + \zeta\Delta\,max}{\Delta_{0i}(j) + \zeta\Delta\,max}$$

$$= \frac{0 + (0{,}5.1)}{0{,}064 + (0{,}5.1)} = 0{,}887$$

Hasil keseluruhan perhitungan nilai delta dan nilai gamma untuk semua respon dapat dilihat pada Tabel 6 dan Tabel 7.

Tabel 6. Nilai Delta

Eksp.	Kekerasan Permukaan	Tekanan Mesin	Faktor Delaminasi
1	0,064	0,081	0,000
2	0,000	0,289	0,075
3	0,104	0,351	0,125
4	0,241	0,237	0,199
5	0,306	0,316	0,038
6	0,074	0,033	0,150
7	0,585	0,289	0,285
8	0,411	0,000	0,187
9	0,397	0,198	0,100
10	0,224	0,446	0,025
11	0,360	0,494	0,150
12	0,390	0,540	0,310
13	0,602	0,395	0,383
14	0,642	0,577	0,588
15	0,518	0,302	0,273
16	0,711	0,583	0,707
17	0,579	0,289	0,600
18	0,602	0,430	0,636
19	0,459	0,718	0,358
20	0,614	0,683	0,468
21	0,658	1,000	0,802
22	0,790	0,718	0,612
23	0,836	0,756	0,849
24	0,636	0,530	0,285
25	1,000	0,707	1,000
26	0,827	0,517	0,468
27	0,854	0,238	0,588

Tabel 7. Nilai Gamma

Eksp.	Kekerasan Permukaan	Tekanan Mesin	Faktor Delaminasi
1	0,887	0,860	1
2	1	0,634	0,870
3	0,828	0,587	0,800
4	0,675	0,678	0,715
5	0,620	0,612	0,930
6	0,871	0,939	0,770
7	0,461	0,633	0,637
8	0,549	1	0,728
9	0,558	0,717	0,833
10	0,691	0,528	0,952
11	0,581	0,503	0,770
12	0,562	0,481	0,618
13	0,454	0,559	0,566
14	0,438	0,464	0,460
15	0,491	0,623	0,647
16	0,413	0,461	0,414
17	0,463	0,633	0,455
18	0,454	0,537	0,440
19	0,521	0,411	0,582
20	0,449	0,423	0,517
21	0,432	0,333	0,384
22	0,388	0,410	0,450
23	0,374	0,398	0,371
24	0,440	0,485	0,637
25	0,333	0,414	0,333
26	0,377	0,491	0,517
27	0,369	0,678	0,460

4.4 Perhitungan Nilai *Grey Relational Grade*

Untuk mendapatkan nilai *Grey Relational Grade* terlebih dahulu menghitung nilai pembobot *Principal Component Analysis* (PCA) dari nilai gamma. Melalui bantuan *software* Minitab, diperoleh nilai PCA yaitu PC1 karena memenuhi syarat pemilihan Komponen Utama dimana nilai eigen = 2,3111 > 1, variansi kumulatif antara 70% sampai 80% yaitu sebesar 77%, dan sudut pada *scree plot* menunjukkan perubahan nilai eigen yang terbesar untuk PC1. Hasil output Minitab terdapat pada Lampiran 8.

Tabel 8. Nilai *Principal Component Analysis*

Variabel respon	PC1	Kuadrat PC1
Kekerasan permukaan	-0,599	0,359
Tekanan mesin	-0,523	0,274
Faktor Delaminasi	-0,607	0,368

Misalkan observasi pertama pada Tabel 7 dengan nilai gamma masing-masing respon yaitu Kekasaran Permukaan sebesar 0,887, respon Tekanan mesin sebesar 0,860, dan respon Faktor delaminasi sebesar 1. Nilai *Grey Relational Grade* dapat diperoleh dengan perhitungan sebagai berikut:

$$\Gamma_{Oi}(j) = \sum_{j=1}^{3} \beta_j \, \gamma_{0i}(j)$$

$$= (0{,}359 \times 0{,}887) + (0{,}274 \times 0{,}860) + (0{,}368 \times 1)$$

$$= 0{,}922$$

Hasil perhitungan *Grey Relational Grade* untuk selengkapnya ditunjukkan pada Tabel 9.

Tabel 9. Nilai *Grey Relational Grade* (GRG)

Eksp	Γ	Eksp	Γ	Eksp	Γ
1	0,922	10	0,743	19	0,514
2	0,853	11	0,630	20	0,467
3	0,753	12	0,561	21	0,388
4	0,691	13	0,524	22	0,417
5	0,733	14	0,453	23	0,380
6	0,853	15	0,585	24	0,525
7	0,573	16	0,427	25	0,356
8	0,739	17	0,507	26	0,460
9	0,703	18	0,472	27	0,487

4.5 *Analysis of Variance* (ANOVA)

Dari hasil perhitungan nilai *Grey Relational Grade* maka dapat dilakukan uji pengaruh dengan menggunakan *Analysis of Varians* (ANOVA). ANOVA digunakan untuk mendeteksi rata-rata setiap faktor yang diujikan. Hasil perhitungan ANOVA ditunjukkan pada Tabel 10. Model ANOVA yang digunakan adalah model aditif yang tanpa interaksi untuk 4 faktor yaitu:

$$Y_{ijkl} = \mu + A_i + B_j + C_k + D_l + \varepsilon_{ijkl}$$

Sebelum dibuat tabel ANOVA, dilakukan pemeriksaan asumsi residual uji normalitas dan uji homogenitas.

a. Uji Asumsi Normalitas

Hipotesis:

H_0 : Residual data berdistribusi normal

H_1 : Residual data tidak berdistribusi normal

Taraf signifikansi: α = 5%

Statistik uji:

$$D =_{x}^{sup} |(S(x) - F_0(x)| = 0{,}076 \qquad \text{(Lampiran 3.)}$$

Daerah penolakan :

H_0 ditolak pada taraf α jika D > $D_{(n,1-\alpha)}$ yang terdapat pada tabel *Kolmogorov-Smirnov* atau p-value < α

Kesimpulan:

Berdasarkan output Minitab 14 (Lampiran 3) diperoleh nilai D = 0,076 dan nilai p-value > 0,150. Ho diterima karena D = 0,076 < $D_{(27,0,95)}$= 0,254 atau p-value= (>0,150) > α = 0,05. Sehingga pada taraf signifikansi 5% diperoleh hasil bahwa residual berdistribusi normal.

b. Uji Asumsi Homogenitas

Hipotesis:

H_0 : $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \cdots = \sigma_a^2$ (variansi residual homogen)

H_1 : paling sedikit sepasang tidak sama (variansi residual tidak homogen)

Taraf signifikansi: α = 5%

Statistik uji:

$$X_0^2 = 2{,}3026\frac{q}{c}$$

Berdasarkan output Minitab 14 (Lampiran 4) diperoleh nilai sebagai berikut:

a. Untuk faktor A, uji Bartlett = 0,94 atau p-value = 0,625
b. Untuk faktor B, uji Bartlett = 1,43 atau p-value = 0,488
c. Untuk faktor C, uji Bartlett = 0,77 atau p-value = 0,679
d. Untuk faktor D, uji Bartlett = 0,07 atau p-value = 0,968

Daerah penolakan yang digunakan adalah H_0 ditolak jika $X_0^2 > X_{\alpha;(a-1)}^2$ atau p-value < α, maka diperoleh keputusan:

a. Untuk faktor A, Ho diterima karena uji Bartlett = 0,94 < $X_{0,05;(3)}^2$= 7,81 atau p-value = 0,625 > α = 0,05
b. Untuk faktor B, Ho diterima karena uji Bartlett = 1,43 < $X_{0,05;(3)}^2$= 7,81 atau p-value = 0,488 > α = 0,05
c. Untuk faktor C, Ho diterima karena uji Bartlett = 0,77 < $X_{0,05;(3)}^2$= 7,81 atau p-value = 0,679 > α = 0,05
d. Untuk faktor D, Ho diterima karena uji Bartlett = 0,07 < $X_{0,05;(3)}^2$= 7,81 atau p-value = 0,968 > α = 0,05

Sehingga pada taraf signifikansi 5%, diperoleh hasil bahwa semua faktor memiliki variansi residual homogen.

1. **Derajat bebas total, error, dan setiap faktor**

   Jumlah derajat bebas setiap faktor adalah jumlah level dikurangi satu.

   Jumlah derajat bebas total $db_T = N - 1$ = 27 – 1 = 26

   Jumlah derajat bebas A $(db_A) = a - 1$ = 3 – 1 = 2

   Jumlah derajat bebas B $(db_B) = b - 1$ = 3 – 1 = 2

   Jumlah derajat bebas C $(db_C) = c - 1$ = 3 – 1 = 2

   Jumlah derajat bebas D $(db_D) = d - 1$ = 3 – 1 = 2

   Jumlah derajat bebas error $(db_{error}) = db_T - db_A - db_B - db_C - db_D$

   = 26 – 2 – 2 – 2 – 2 = 18

2. **Jumlah kuadrat total, error, dan setiap faktor**

   Jumlah kuadrat faktor diperoleh dengan mengurangi kuadrat penjumlahan nilai GRG setiap level dibagi banyaknya level dengan kuadrat penjumlahan nilai GRG dibagi jumlah percobaan.

   Jumlah total n percobaan = $Y_{....}$ = 0,922 + 0,853 + 0,753 + ... + 0,487 = 15,716

   Jumlah kuadrat total =

   $SS_T = \sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{3}\sum_{k=1}^{3}\sum_{l=1}^{3}(Y_{ijkl} - \bar{Y}_{....})^2$

   $= \sum Y_{ijkl}{}^2 - \frac{Y_{....}^2}{N}$

   $= (0{,}922^2 + 0{,}853^2 + 0{,}753^2 + ... + 0{,}487^2) - \frac{15{,}716^2}{27}$

   = 0,657689

Jumlah kuadrat A:

Jumlah faktor A level 1= $\Gamma_1 + \Gamma_2 + \Gamma_3 + \cdots + \Gamma_9 = 6{,}819$

Jumlah faktor A level 2= $\Gamma_{10} + \Gamma_{11} + \Gamma_{12} + \cdots + \Gamma_{18} = 4{,}903$

Jumlah faktor A level 3 = $\Gamma_{19} + \Gamma_{20} + \Gamma_{21} + \cdots + \Gamma_{27} = 3{,}994$

Jumlah kuadrat A = $SS_A = 3^2 \sum_{i=1}^{3}(\overline{Y_{i\ldots}} - \overline{Y_{\ldots}})^2$

$$= \frac{\sum Y_{i\ldots}^2}{3^2} - \frac{Y_{\ldots.}^2}{N}$$

$$= \frac{6{,}819^2 + 4{,}903^2 + 3{,}994^2}{9} - \frac{15{,}716^2}{27}$$

= 0,462345

Jumlah kuadrat B:

Jumlah faktor B level 1 = $\Gamma_1 + \Gamma_2 + \Gamma_3 + \Gamma_{10} + \Gamma_{11} + \Gamma_{12} + \Gamma_{19} + \Gamma_{20} + \Gamma_{21}$

$= 5{,}830$

Jumlah faktor B level 2 = $\Gamma_4 + \Gamma_5 + \Gamma_6 + \Gamma_{13} + \Gamma_{14} + \Gamma_{15} + \Gamma_{22} + \Gamma_{23} + \Gamma_{24}$

$= 5{,}162$

Jumlah faktor B level 3 = $\Gamma_7 + \Gamma_8 + \Gamma_9 + \Gamma_{16} + \Gamma_{17} + \Gamma_{18} + \Gamma_{25} + \Gamma_{26} + \Gamma_{27}$

$= 4{,}724$

Jumlah kuadrat B = $SS_B = 3^2 \sum_{j=1}^{3}(\overline{Y_{.j..}} - \overline{Y_{\ldots}})^2$

$$= \frac{\sum Y_{.j..}^2}{3^2} - \frac{Y_{\ldots.}^2}{N}$$

$$= \frac{5{,}830^2 + 5{,}162^2 + 4{,}724^2}{9} - \frac{15{,}716^2}{27}$$

= 0,068863

Jumlah kuadrat C:

Jumlah faktor C level 1 = $\Gamma_1 + \Gamma_4 + \Gamma_7 + \Gamma_{10} + \Gamma_{13} + \Gamma_{16} + \Gamma_{19} + \Gamma_{22} + \Gamma_{25}$

$= 5{,}168$

Jumlah faktor C level 2 = $\Gamma_2 + \Gamma_5 + \Gamma_8 + \Gamma_{11} + \Gamma_{14} + \Gamma_{17} + \Gamma_{20} + \Gamma_{23} + \Gamma_{26}$

$= 5{,}221$

Jumlah faktor C level 3 = $\Gamma_3 + \Gamma_6 + \Gamma_9 + \Gamma_{12} + \Gamma_{15} + \Gamma_{18} + \Gamma_{21} + \Gamma_{24} + \Gamma_{27}$

$= 5{,}327$

Jumlah kuadrat C = $SS_C = 3^2 \sum_{k=1}^{3} (\overline{Y_{..k.}} - \overline{Y_{....}})^2$

$= \frac{\sum Y_{..k.}^2}{3^2} - \frac{Y_{....}^2}{N}$

$= \frac{5{,}168^2 + 5{,}221^2 + 5{,}327^2}{9} - \frac{15{,}716^2}{27}$

= 0,001455

Jumlah kuadrat D:

Jumlah faktor D level 1 = $\Gamma_1 + \Gamma_6 + \Gamma_8 + \Gamma_{10} + \Gamma_{15} + \Gamma_{17} + \Gamma_{19} + \Gamma_{24} + \Gamma_{26}$

$= 5{,}848$

Jumlah faktor D level 2 = $\Gamma_2 + \Gamma_4 + \Gamma_9 + \Gamma_{11} + \Gamma_{13} + \Gamma_{18} + \Gamma_{20} + \Gamma_{22} + \Gamma_{27}$

$= 5{,}244$

Jumlah faktor D level 3 = $\Gamma_3 + \Gamma_5 + \Gamma_7 + \Gamma_{12} + \Gamma_{14} + \Gamma_{16} + \Gamma_{21} + \Gamma_{23} + \Gamma_{25}$

$= 4{,}623$

Jumlah kuadrat D = $SS_D = 3^2 \sum_{l=1}^{3} (\overline{Y_{...l}} - \overline{Y_{....}})^2$

$= \frac{\sum Y_{...l}^2}{3^2} - \frac{Y_{....}^2}{N}$

$= \frac{5{,}848^2 + 5{,}244^2 + 4{,}623^2}{9} - \frac{15{,}716^2}{27}$

= 0,083438

Jumlah kuadrat *error* = $SS_{error} = SS_T - SS_A - SS_B - SS_C - SS_D$

= 0,657689- 0,462345 - 0,068863 - 0,001455 - 0,083438

= 0,041588

3. Rata-rata kuadrat error dan setiap faktor

Rata-rata kuadrat diperoleh dengan membagi nilai jumlah kuadrat dengan derajat bebasnya.

Jumlah rata-rata kuadrat A = $MS_A = \frac{SS_A}{db_A} = \frac{0{,}462345}{2} = 0{,}231172$

Jumlah rata-rata kuadrat B = $MS_B = \frac{SS_B}{db_B} = \frac{0{,}068863}{2} = 0{,}034432$

Jumlah rata-rata kuadrat C = $MS_C = \frac{SS_C}{db_C} = \frac{0{,}001455}{2} = 0{,}000727$

Jumlah rata-rata kuadrat D = $MS_D = \frac{SS_D}{db_D} = \frac{0{,}083438}{2} = 0{,}041719$

Jumlah rata-rata kuadrat error = $MS_{error} = \frac{SS_{error}}{db_{error}} = \frac{0{,}041588}{2} = 0{,}002310$

4. Nilai F-hitung setiap faktor

Nilai F-hitung diperoleh dengan membagi nilai rata-rata kuadrat faktor dengan rata-rata kuadrat *error*.

$\text{F-hitung}_A = \frac{MS_A}{MS_{error}} = \frac{0{,}231172}{0{,}002310} = 100{,}05$

$\text{F-hitung}_B = \frac{MS_B}{MS_{error}} = \frac{0{,}034432}{0{,}002310} = 14{,}90$

$\text{F-hitung}_C = \frac{MS_C}{MS_{error}} = \frac{0{,}000727}{0{,}002310} = 0{,}31$

$\text{F-hitung}_D = \frac{MS_D}{MS_{error}} = \frac{0{,}041719}{0{,}002310} = 18{,}06$

Tabel 10. ANOVA

Sumber keragaman	**Derajat bebas**	**Jumlah kuadrat**	**Rataan kuadrat**	**Fhitung**	***p-value***
A	2	0,462345	0,231172	100,05	0,000
B	2	0,068863	0,034432	14,9	0,000
C	2	0,001455	0,000727	0,31	0,734
D	2	0,083438	0,041719	18,06	0,000
Error	18	0,041588	0,00231		
Total	26	0,657689			

5. Uji F

Uji F digunakan untuk mengetahui apakah terdapat pengaruh dari faktor terhadap respon.

Hipotesis:

5. $H_0 = A_1 = A_2 = A_3 = 0$ (tidak terdapat efek dari faktor A)

   $H_1 =$ Minimal ada satu $A_a \neq 0$ (terdapat efek dari faktor A)

6. $H_0 = B_1 = B_2 = B_3 = 0$ (tidak terdapat efek dari faktor B)

   $H_1 =$ Minimal ada satu $B_b \neq 0$ (terdapat efek dari faktor B)

7. $H_0 = C_1 = C_2 = C_3 = 0$ (tidak terdapat efek dari faktor C)

   $H_1 =$ Minimal ada satu $C_c \neq 0$ (terdapat efek dari faktor C)

8. $H_0 = D_1 = D_2 = D_3 = 0$ (tidak terdapat efek dari faktor D)

   $H_1 =$ Minimal ada satu $D_d \neq 0$ (terdapat efek dari faktor D)

Taraf signifikansi yang digunakan adalah 0,05. Berdasarkan hitung manual dan output minitab, diperoleh hasil sebagai berikut:

1. Untuk faktor A diperoleh Fhitung = 100,05 dan p-value = 0,000
2. Untuk faktor B diperoleh Fhitung = 14,9 dan p-value = 0,000
3. Untuk faktor C diperoleh Fhitung = 0,31 dan p-value = 0,734
4. Untuk faktor D diperoleh Fhitung = 18,06 dan p-value = 0,000

Daerah penolakan yang digunakan adalah Tolak H_0 jika $F_{hitung} > F_{tabel}$ atau p-value < α, dimana $F_{tabel} = F_{(3);(18)}(0{,}05)$. Maka diperoleh keputusan:

1. Untuk faktor A H_0 ditolak karena F_{hitung} = 100,05 > F_{tabel} = 3,16 dan p-value = 0,000 < α= 0,05
2. Untuk faktor B H_0 ditolak karena F_{hitung} = 14,9 > F_{tabel} = 3,16 dan p-value = 0,000 < α= 0,05
3. Untuk faktor C H_0 diterima karena F_{hitung} = 0,31 < F_{tabel} = 3,16 dan p-value = 0,734 > α= 0,05
4. Untuk faktor D H_0 ditolak karena F_{hitung} = 18,06 > F_{tabel} = 3,16 dan p-value = 0,000 < α= 0,05

Sehingga pada taraf signifikansi 5% diperoleh hasil bahwa faktor yang mempengaruhi repon adalah faktor A, B, dan D. Sedangkan faktor C tidak mempengaruhi respon.

Karena terdapat faktor yang tidak signifikan yaitu faktor C, maka dilakukan *Analysis of Variance* kembali tanpa menggunakan faktor C. Model ANOVA yang digunakan adalah model aditif yang tanpa interaksi untuk 3 faktor yaitu:

$$Y_{ijl} = \mu + A_i + B_j + D_l + \varepsilon_{ijl}$$

Sebelum dibuat tabel ANOVA kembali, dilakukan pemeriksaan asumsi residual uji normalitas dan uji homogenitas.

a. Uji Asumsi Normalitas

Hipotesis:

H_0 : Residual data berdistribusi normal

H_1 : Residual data tidak berdistribusi normal

Taraf signifikansi: α = 5%

Statistik uji:

$$D = \sup_{x} |(S(x) - F_0(x)| = 0{,}077 \quad \text{(Lampiran 6)}$$

Daerah penolakan :

H_0ditolak pada taraf α jika D > $D_{(n,1-\alpha)}$ yang terdapat pada tabel *Kolmogorov-Smirnov* atau p-value < α

Kesimpulan:

Berdasarkan output Minitab 14 (Lampiran 6) diperoleh nilai D = 0,077 dan nilai p-value > 0,150. Ho diterima karena D = 0,077 < $D_{(27,0,95)}$= 0,254 atau p-value= (>0,150) > α = 0,05. Sehingga pada taraf signifikansi 5 % diperoleh hasil bahwa residual berdistribusi normal.

b. Uji Asumsi Homogenitas

Hipotesis:

H_0 : $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \cdots = \sigma_a^2$ (variansi residual homogen)

H_1 : paling sedikit sepasang tidak sama (variansi residual tidak homogen)

Taraf signifikansi: α = 5%

Statistik uji:

$$X_0^2 = 2{,}3026\frac{q}{c}$$

Berdasarkan output Minitab 14 (Lampiran 7) diperoleh nilai sebagai berikut:

a. Untuk faktor A, uji Bartlett = 1,61 atau p-value = 0,447
b. Untuk faktor B, uji Bartlett = 0,94 atau p-value = 0,626
c. Untuk faktor D, uji Bartlett = 0,35 atau p-value = 0,840

Daerah penolakan yang digunakan adalah H_0 ditolak jika $X_0^2 > X_{\alpha;(a-1)}^2$ atau p-value < α, maka diperoleh keputusan:

a. Untuk faktor A, Ho diterima karena uji Bartlett = 1,61 < $X_{0,05;(2)}^2$= 5,99 atau p-value = 0,447 > α = 0,05
b. Untuk faktor B, Ho diterima karena uji Bartlett = 0,94 < $X_{0,05;(2)}^2$= 5,99 atau p-value = 0,626 > α = 0,05
c. Untuk faktor D, Ho diterima karena uji Bartlett = 0,35 < $X_{0,05;(2)}^2$= 5,99 atau p-value = 0,840 > α = 0,05

Sehingga pada taraf signifikansi 5%, diperoleh hasil bahwa semua faktor memiliki varian residual homogen.

1. **Derajat bebas total, error, dan setiap faktor**

   Jumlah derajat bebas setiap faktor adalah jumlah level dikurangi satu.

   Jumlah derajat bebas total $db_T = N - 1$ = 27 – 1 = 26

   Jumlah derajat bebas A $(db_A) = a - 1$ = 3 – 1 = 2

   Jumlah derajat bebas B $(db_B) = b - 1$ = 3 – 1 = 2

   Jumlah derajat bebas D $(db_D) = d - 1$ = 3 – 1 = 2

   Jumlah derajat bebas error $(db_{error}) = db_T - db_A - db_B - db_D$

   = 26 – 2 – 2 – 2 = 20

2. **Jumlah kuadrat total, error, dan setiap faktor**

   Jumlah kuadrat faktor diperoleh dengan mengurangi kuadrat penjumlahan nilai GRG setiap level dibagi banyaknya level dengan kuadrat penjumlahan nilai GRG dibagi jumlah percobaan.

Jumlah total n percobaan = $Y_{....}$ = 0,922 + 0,853 + 0,753 + ... + 0,487 = 15,716

Jumlah kuadrat total =

$$SS_T = \sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{3}\sum_{k=1}^{3}\sum_{l=1}^{3}(Y_{ijkl} - \overline{Y}_{....})^2$$

$$= \sum {Y_{ijkl}}^2 - \frac{Y_{....}^2}{N}$$

$$= (0{,}922^2 + 0{,}853^2 + 0{,}753^2 + \ldots + 0{,}487^2) - \frac{15{,}716^2}{27}$$

$$= 0{,}657689$$

Jumlah kuadrat A:

Jumlah faktor A level 1 $= \Gamma_1 + \Gamma_2 + \Gamma_3 + \cdots + \Gamma_9 = 6{,}819$

Jumlah faktor A level 2 $= \Gamma_{10} + \Gamma_{11} + \Gamma_{12} + \cdots + \Gamma_{18} = 4{,}903$

Jumlah faktor A level 3 $= \Gamma_{19} + \Gamma_{20} + \Gamma_{21} + \cdots + \Gamma_{27} = 3{,}994$

Jumlah kuadrat A = $SS_A = 3^2 \sum_{i=1}^{3}(\overline{Y_{i...}} - \overline{Y}_{....})^2$

$$= \frac{\sum Y_{i...}^2}{3^2} - \frac{Y_{....}^2}{N}$$

$$= \frac{6{,}819^2 + 4{,}903^2 + 3{,}994^2}{9} - \frac{15{,}716^2}{27}$$

$$= 0{,}462345$$

Jumlah kuadrat B:

Jumlah faktor B level 1 $= \Gamma_1 + \Gamma_2 + \Gamma_3 + \Gamma_{10} + \Gamma_{11} + \Gamma_{12} + \Gamma_{19} + \Gamma_{20} + \Gamma_{21}$

$= 5{,}830$

Jumlah faktor B level 2 $= \Gamma_4 + \Gamma_5 + \Gamma_6 + \Gamma_{13} + \Gamma_{14} + \Gamma_{15} + \Gamma_{22} + \Gamma_{23} + \Gamma_{24}$

$= 5{,}162$

Jumlah faktor B level 3 $= \Gamma_7 + \Gamma_8 + \Gamma_9 + \Gamma_{16} + \Gamma_{17} + \Gamma_{18} + \Gamma_{25} + \Gamma_{26} + \Gamma_{27}$

$= 4{,}724$

Jumlah kuadrat B = $SS_B = 3^2 \sum_{j=1}^{3}(\overline{Y}_{.j..} - \overline{Y}_{....})^2$

$$= \frac{\sum Y_{.j..}^2}{3^2} - \frac{Y_{....}^2}{N}$$

$$= \frac{5{,}830^{\ 2} + 5{,}162^2 + 4{,}724^2}{9} - \frac{15{,}716^2}{27}$$

$= 0{,}068863$

Jumlah kuadrat D:

Jumlah faktor D level 1 $= \Gamma_1 + \Gamma_6 + \Gamma_8 + \Gamma_{10} + \Gamma_{15} + \Gamma_{17} + \Gamma_{19} + \Gamma_{24} + \Gamma_{26}$

$= 5{,}848$

Jumlah faktor D level 2 $= \Gamma_2 + \Gamma_4 + \Gamma_9 + \Gamma_{11} + \Gamma_{13} + \Gamma_{18} + \Gamma_{20} + \Gamma_{22} + \Gamma_{27}$

$= 5{,}244$

Jumlah faktor D level 3 $= \Gamma_3 + \Gamma_5 + \Gamma_7 + \Gamma_{12} + \Gamma_{14} + \Gamma_{16} + \Gamma_{21} + \Gamma_{23} + \Gamma_{25}$

$= 4{,}623$

Jumlah kuadrat D = $SS_D = 3^2 \sum_{l=1}^{3} (\overline{Y_{...l}} - \overline{Y_{....}})^2$

$$= \frac{\sum Y_{...l}^2}{3^2} - \frac{Y_{....}^2}{N}$$

$$= \frac{5{,}848^{\ 2} + 5{,}244^2 + 4{,}623^2}{9} - \frac{15{,}716^2}{27}$$

$= 0{,}083438$

Jumlah kuadrat *error* $= SS_{error} = SS_T - SS_A - SS_B - SS_D$

$= 0{,}657689 - 0{,}462345 - 0{,}068863 - 0{,}083438$

$= 0{,}04304$

3. **Rata-rata kuadrat error dan setiap faktor**

Rata-rata kuadrat diperoleh dengan membagi nilai jumlah kuadrat dengan derajat bebasnya.

Jumlah rata-rata kuadrat A = $MS_A = \frac{SS_A}{db_A} = \frac{0{,}462345}{2} = 0{,}231172$

Jumlah rata-rata kuadrat B = $MS_B = \frac{SS_B}{db_B} = \frac{0,068863}{2} = 0,034432$

Jumlah rata-rata kuadrat D = $MS_D = \frac{SS_D}{db_D} = \frac{0,083438}{2} = 0,041719$

Jumlah rata-rata kuadrat error = $MS_{error} = \frac{SS_{error}}{db_{error}} = \frac{0,04304}{20} = 0,002152$

4. Nilai F-hitung setiap faktor

Nilai F-hitung diperoleh dengan membagi nilai rata-rata kuadrat faktor dengan rata-rata kuadrat *error*.

F-hitung$_A = \frac{MS_A}{MS_{error}} = \frac{0,231172}{0,002152} = 107,41$

F-hitung$_B = \frac{MS_B}{MS_{error}} = \frac{0,034432}{0,002152} = 16,00$

F-hitung$_D = \frac{MS_D}{MS_{error}} = \frac{0,041719}{0,002152} = 19,38$

Tabel 11. ANOVA setelah faktor C dihilangkan

Sumber keragaman	Derajat bebas	Jumlah kuadrat	Rataan kuadrat	Fhitung	*p-value*
A	2	0,462345	0,231172	107,41	0,000
B	2	0,068863	0,034432	16,00	0,000
D	2	0,083438	0,041719	19,38	0,000
Error	20	0,043304	0,002152		
Total	26	0,657689			

5. Uji F

Uji F digunakan untuk mengetahui apakah terdapat pengaruh dari faktor terhadap respon.

Hipotesis:

1. $H_0 = A_1 = A_2 = A_3 = 0$ (tidak terdapat efek dari faktor A)

   $H_1 =$ Minimal ada satu $A_a \neq 0$ (terdapat efek dari faktor A)

2. $H_0 = B_1 = B_2 = B_3 = 0$ (tidak terdapat efek dari faktor B)

   $H_1 =$ Minimal ada satu $B_b \neq 0$ (terdapat efek dari faktor B)

3. $H_0 = D_1 = D_2 = D_3 = 0$ (tidak terdapat efek dari faktor D)

   $H_1 =$ Minimal ada satu $D_d \neq 0$ (terdapat efek dari faktor D)

Taraf signifikansi yang digunakan adalah 0,05. Berdasarkan hitung manual dan output minitab, diperoleh hasil sebagai berikut:

1. Untuk faktor A diperoleh Fhitung = 107,41 dan p-value = 0,000
2. Untuk faktor B diperoleh Fhitung = 16,00 dan p-value = 0,000
3. Untuk faktor D diperoleh Fhitung = 19,38 dan p-value = 0,000

Daerah penolakan yang digunakan adalah Tolak H_0 jika $F_{hitung} > F_{tabel}$ atau p-value < α, dimana $F_{tabel} = F_{(2);(20)}(0{,}05)$. Maka diperoleh keputusan:

1. Untuk faktor A H_0 ditolak karena F_{hitung} = 107,41 > F_{tabel} = 3,49 dan p-value = 0,000 < α= 0,05
2. Untuk faktor B H_0 ditolak karena F_{hitung} = 16,00 > F_{tabel} = 3,49 dan p-value = 0,000 < α= 0,05
3. Untuk faktor D H_0 ditolak karena F_{hitung} = 19,38 > F_{tabel} = 3,49 dan p-value = 0,000 < α= 0,05

Sehingga pada taraf signifikansi 5% diperoleh hasil bahwa faktor A, B, dan D mempengaruhi repon.

6. Jumlah kuadrat asli setiap faktor

Jumlah kuadrat asli diperoleh dengan mengurangi jumlah kuadrat setiap faktor dengan perkalian rata-rata kuadrat *error* dikali derajat bebas faktor.

Jumlah kuadrat asli A $= SS'_A = SS_A - (MS_{error} x\ db_A)$

$= 0{,}462345 - (0{,}002310\ x\ 2) = 0{,}457725$

Jumlah kuadrat asli B $= SS'_B = SS_B - (MS_{error} x\ db_B)$

$= 0{,}068863 - (0{,}002310\ x\ 2) = 0{,}064243$

Jumlah kuadrat asli D $= SS'_D = SS_D - (MS_{error} x\ db_D)$

$= 0{,}083438 - (0{,}002310\ x\ 2) = 0{,}078818$

7. **Persentase kontribusi untuk error dan setiap respon**

Persentase kontribusi mengindikasikan kekuatan relatif dari sebuah faktor terhadap respon.

$$P_A = \frac{SS'_A}{SS_T} x\ 100\% = \frac{0{,}457725}{0{,}657689} = 0{,}695960\ x\ 100\% = 69{,}596\%$$

$$P_B = \frac{SS'_B}{SS_T} x\ 100\% = \frac{0{,}064243}{0{,}657689} = 0{,}097680\ x\ 100\% = 9{,}768\%$$

$$P_D = \frac{SS'_D}{SS_T} x\ 100\% = \frac{0{,}078818}{0{,}657689} = 0{,}119841\ x\ 100\% = 11{,}9841\%$$

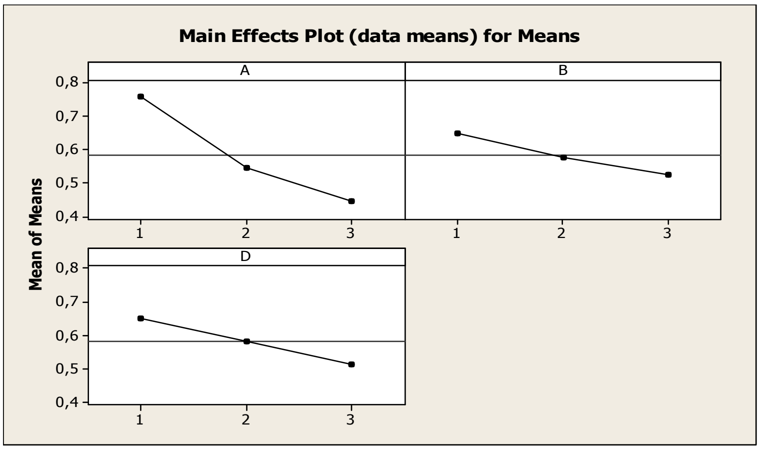
$P_{error} = 100 - P_A - P_B - P_D$

$= 100 - 69{,}596 - 9{,}768 - 11{,}984$

$= 8{,}6519\%$

4.6 Penentuan Kondisi Optimal

Kondisi optimum dapat diperoleh dengan memilih nilai rata-rata GRG dari level yang memberikan nilai terbesar untuk setiap respon. Menurut Roy (2010) pada hasil optimum hanya digunakan faktor yang signifikan, maka faktor C tidak dimasukkan dalam proses perhitungan karena tidak memiliki pengaruh terhadap respon. Untuk menentukan kondisi optimum dapat ditentukan menggunakan output Minitab 14 seperti ditunjukkan pada Gambar 2.



Gambar 2. Plot efek setiap faktor

Berdasarkan Gambar 2 terlihat bahwa pada faktor A level 1 memiliki kedudukan paling tinggi dibandingkan level 2 dan 3. Hasil yang sama juga diperoleh dari faktor B dan D. Sehingga kombinasi level $A_1B_1D_1$ merupakan kondisi optimum untuk kualitas proses freis komposit GFRP.

Proses perhitungan manual dalam penentuan nilai optimum setiap faktor adalah sebagai berikut:

Faktor A:

$$\text{Level 1} = \frac{\Gamma_1 + \Gamma_2 + \Gamma_3 + \cdots + \Gamma_9}{9} = \frac{0{,}992 + 0{,}853 + 0{,}753 + \cdots + 0{,}703}{9} = 0{,}7577$$

$$\text{Level 2} = \frac{\Gamma_{10} + \Gamma_{11} + \Gamma_{12} + \cdots + \Gamma_{18}}{9} = \frac{0{,}743 + 0{,}630 + 0{,}561 + \cdots + 0{,}427}{9} = 0{,}5447$$

$$\text{Level 3} = \frac{\Gamma_{19} + \Gamma_{20} + \Gamma_{21} + \cdots + \Gamma_{27}}{9} = \frac{0{,}514 + 0{,}467 + 0{,}388 + \cdots + 0{,}487}{9} = 0{,}4438$$

Faktor B:

$$\text{Level 1} = \frac{\Gamma_1 + \Gamma_2 + \Gamma_3 + \Gamma_{10} + \Gamma_{11} + \Gamma_{12} + \Gamma_{19} + \Gamma_{20} + \Gamma_{21}}{9} = 0{,}6477$$

$$\text{Level 2} = \frac{\Gamma_4 + \Gamma_5 + \Gamma_6 + \Gamma_{13} + \Gamma_{14} + \Gamma_{15} + \Gamma_{22} + \Gamma_{23} + \Gamma_{24}}{9} = 0{,}5732$$

$$\text{Level 3} = \frac{\Gamma_7 + \Gamma_8 + \Gamma_9 + \Gamma_{16} + \Gamma_{17} + \Gamma_{18} + \Gamma_{25} + \Gamma_{26} + \Gamma_{27}}{9} = 0{,}5249$$

Faktor D:

Level 1 $= \frac{\Gamma_1 + \Gamma_6 + \Gamma_8 + \Gamma_{10} + \Gamma_{15} + \Gamma_{17} + \Gamma_{19} + \Gamma_{24} + \Gamma_{26}}{9} = 06498$

Level 2 $= \frac{\Gamma_2 + \Gamma_4 + \Gamma_9 + \Gamma_{11} + \Gamma_{13} + \Gamma_{18} + \Gamma_{20} + \Gamma_{22} + \Gamma_{27}}{9} = 0{,}5827$

Level 3 $= \frac{\Gamma_3 + \Gamma_5 + \Gamma_7 + \Gamma_{12} + \Gamma_{14} + \Gamma_{16} + \Gamma_{21} + \Gamma_{23} + \Gamma_{25}}{9} = 0{,}5137$

Tabel 12. Hasil Optimum Setiap Faktor

Level	A	B	D
1	0,7577	0,6477	0,6498
2	0,5447	0,5735	0,5827
3	0,4438	0,5249	0,5137
Delta	0,3139	0,1228	0,1362
Rank	1	3	2

Hasil perhitungan manual pada Tabel 12 menunjukkan hasil yang sama dimana faktor A level 1, faktor B level 1, dan faktor D level 1 memiliki nilai tertinggi dibandingkan level 2 dan 3. Hasil yang paling berpengaruh secara berturut-turut yaitu faktor A, D, dan B. Hal tersebut dapat dilihat dari selisih nilai maksimum dan minimum pada masing-masing faktor. Sehingga kombinasi level optimum yang diperoleh adalah $A_1B_1D_1$. Kondisi optimum untuk setiap faktor adalah:

1. Sudut orientasi serat (A) : 15^0
2. Sudut helix (B) : 25^0
3. *Feed rate* (D) : 0,04 mm/rev

BAB V

KESIMPULAN

Adapun kesimpulan dari penulisan tugas akhir ini adalah sebagai berikut:

1. Metode Taguchi dengan pendekatan *Grey Relational Analysis* dan *Principal Component Analysis* dapat digunakan untuk optimalisasi kasus multirespon dari proses Freis komposit GFRP. Metode Taguchi bertujuan untuk memperbaiki kualitas produk serta dapat menekan biaya dan sumberdaya seminimal mungkin yang umumnya memiliki satu respon, sedangkan pendekatan *Grey Relational Analysis* dan *Principal Component Analysis* digunakan dalam optimasi untuk mengubah beberapa respon menjadi satu respon saja sehingga rancangan percobaan menjadi lebih efektif dan efisien.
2. Pada studi kasus proses freis komposit GFRP dengan penerapan metode Taguchi untuk kasus multirespon menggunakan pendekatan *Grey Relational Analysis* dan *Principal Component Analysis* diperoleh kombinasi optimal yaitu faktor sudut orientasi serat pada level 15^0, faktor sudut helix pada level 25^0, dan faktor *feed rate* pada level 0,04 mm/rev.
3. Persentase kontribusi untuk masing-masing faktor terhadap respon yaitu faktor sudut orientasi serat sebesar 69,596%, faktor sudut helix sebesar 9,768%, dan faktor *feed rate* sebesar 11,9841%.