

# MODEL STOKHASTIK ANTRIAN NON POISSON PADA PELAYANAN PERBANKAN

**Sugito<sup>1</sup>, Alan Prahutama<sup>2</sup>, Budi Warsito<sup>3</sup>,  
Moch Abdul Mukid,<sup>4</sup>Nia Puspita Sari<sup>5</sup>**

<sup>1,2,3,4,5</sup> Departemen Statistika Fakultas Sains dan Matematika  
Universitas Diponegoro

Alamat e-mail: [sugitozafi@undip.ac.id](mailto:sugitozafi@undip.ac.id) , [alanprahutama@gmail.com](mailto:alanprahutama@gmail.com)

## ABSTRAK

Suatu proses secara umum terpisahkan menjadi dua jenis yaitu proses deterministik dan proses stokhastik. Pada proses stokastik bisa digolongkan menjadi 4 macam yaitu proses stokhastik dengan waktu diskrit dan ruang state diskrit, proses stokastik dengan waktu diskrit dan ruang state kontinu, proses stokastik dengan waktu kontinu dan ruang state kontinu serta proses stokastik dengan waktu kontinu dan ruang state diskrit. Proses stokhastik dengan ruang state diskrit dan waktu kontinu merupakan model matematik yang banyak dijumpai dalam kehidupan sehari-hari. Secara matematik bentuk proses stokhastik yang seperti ini di antaranya adalah proses poisson. Dalam tulisan ini akan dibahas proses poisson antrian yaitu secara spesifik proses stokhastik antrian non poisson. Proses stokhastik antrian non poisson adalah merupakan model antrian  $(a,b,c)/(d,e,f)$  dimana notasi  $a$  dan  $b$  nya tidak berdistribusi poisson ataupun tidak berdistribusi eksponensial. Secara spesifik pada tulisan ini model antrian non poissonnya adalah model antrian  $(M/G/c) : (GD/\infty/\infty)$  dan Model antrian  $(G/G/c) : (GD/\infty/\infty)$ . Untuk aplikasi model antrian non poisson ini diterapkan pada antrian teller di suatu bank di jawa barat. Sehingga diperoleh dua model antrian non poisson yaitu model antrian  $(M/G/3) : (GD/\infty/\infty)$  dan model  $(G/G/c) : (GD/\infty/\infty)$ .

Kata Kunci : Stokhastik, Antrian, Non Poisson, Teller

## PENDAHULUAN

Pada proses stokastik terdapat dua parameter yaitu parameter ruang state dan parameter waktu. Hal ini menyebabkan proses stokastik bisa digolongkan menjadi 4 macam yaitu proses stokhastik dengan waktu diskrit dan ruang state diskrit, proses stokastik dengan waktu diskrit dan ruang state kontinu, proses stokastik dengan waktu kontinu dan ruang state kontinu serta proses stokastik dengan waktu kontinu dan ruang state diskrit. Proses poisson merupakan proses stokastik dengan ruang state diskrit dan waktu kontinu[7].

Antrian merupakan suatu proses stokastik poisson. Antrian non poisson adalah model antrian dimana notasi  $a$  atau notasi  $b$  nya tidak berdistribusi poisson atau tidak berdistribusi

eksponensial [4]. Pada antrian non poisson jika notasi  $a$  nya adalah jumlah kedatangan maka bentuk distribusinya non poisson dan jika notasi  $a$  nya adalah waktu antar kedatangan maka bentuk distribusinya adalah non eksponensial. Demikian juga untuk notasi  $b$  jika notasi  $b$  nya adalah jumlah pelayanan maka bentuk distribusinya adalah non poisson dan jika notasi  $b$  nya adalah waktu antar kedatangan maka bentuk distribusinya adalah non eksponensial.

Antrian atau dalam bahasa Inggris disebut dengan *queueing* atau *waiting line* sering terjadi dalam kehidupan sehari-hari. Umumnya, semua orang pernah menunggu dalam suatu garis tunggu pada sebuah fasilitas pelayanan sebelum mendapatkan layanan yang

dibutuhkan. Antrian terjadi karena jumlah pelanggan yang datang melebihi jumlah fasilitas pelayanan yang disediakan, sehingga pelanggan yang datang tidak bisa segera dilayani karena kesibukan pelayan. Fenomena menunggu adalah hasil langsung dari keacakan dalam operasi sarana pelayanan [1]. Secara umum, kedatangan pelanggan dan waktu pelayanan tidak diketahui sebelumnya, karena jika dapat diketahui, pengoperasian sarana tersebut dapat dijadwalkan sedemikian rupa sehingga akan sepenuhnya menghilangkan keharusan untuk menunggu [9]. Proses antrian adalah suatu proses yang berhubungan dengan kedatangan seorang pelanggan dalam suatu fasilitas pelayanan, kemudian menunggu dalam antrian jika semua pelayan sibuk, dan akhirnya meninggalkan pelayanan tersebut setelah selesai dilayani. Sistem antrian adalah himpunan pelanggan, pelayan, dan aturan yang mengatur kedatangan dan proses pelayanan [2].

Salah satu tempat yang tidak terlepas dari masalah antrian adalah bank. Saat ini bank merupakan salah satu pelaku terpenting dalam perekonomian sebuah negara. Masyarakat umum maupun kalangan industri sangat membutuhkan jasa bank untuk memperlancar aktivitasnya. Bank secara sederhana dapat diartikan sebagai lembaga keuangan yang kegiatan usahanya adalah menghimpun dana dari masyarakat dan menyalurkan kembali dana tersebut ke masyarakat serta memberikan jasa-jasa bank lainnya [6].

Pada [5], tujuan dari teori antrian adalah untuk meneliti kegiatan dari fasilitas pelayanan dalam rangkaian kondisi random dari suatu sistem antrian. Pengukuran ditinjau dari dua bagian yaitu berapa lama pelanggan menunggu dan berapa persen tingkat kesibukan pelayanan. Pada [8], tujuan dasar dari model-model antrian adalah untuk

meminimumkan total dua biaya, yaitu biaya langsung penyediaan fasilitas pelayanan dan biaya tidak langsung yang timbul karena para individu harus menunggu untuk dilayani. Bila suatu sistem mempunyai fasilitas pelayanan lebih dari jumlah optimal, ini berarti membutuhkan investasi modal yang berlebihan, tetapi bila jumlahnya kurang dari optimal hasilnya adalah tertundanya pelayanan.

Dalam meningkatkan jumlah nasabah selain melakukan promosi dengan menciptakan produk baru yang lebih menarik, kepuasan nasabah dalam hal kemudahan dan kecepatan pelayanan juga harus diperhatikan. Bank harus bisa memikirkan bagaimana memberikan pelayanan yang efisien agar dapat memuaskan nasabahnya. Memenuhi kepuasan nasabah terhadap pelayanan ini tidak lepas dari peran *teller* bank yang berinteraksi langsung dengan nasabah saat melakukan transaksi. *Teller* bertanggung jawab dalam memberikan layanan perbankan kepada nasabah berupa transaksi tunai maupun non tunai. Peranan *teller* sangat penting terhadap reputasi bank, karena sebagian besar nasabah mengunjungi *teller* untuk melakukan transaksi. Saat jumlah nasabah yang datang melebihi jumlah *teller* yang tersedia maka nasabah harus menunggu dalam antrian sebelum dapat dilayani. Lamanya waktu menunggu dalam antrian dapat mempengaruhi kepuasan nasabah terhadap pelayanan bank tersebut. Nasabah yang datang ke suatu bank menginginkan pelayanan *teller* yang cepat dan tidak harus menunggu lama dalam antrian sebelum melakukan transaksi. Panjangnya antrian dan lamanya waktu tunggu menyebabkan nasabah menjadi bosan dan mengganggu waktu mereka terbuang percuma saat mengantri, sementara diluar sana mungkin mereka bisa melakukan sesuatu yang lebih bermanfaat daripada hanya

sekedar mengantri. Nasabah mungkin akan membatalkan transaksi di bank tersebut dan memilih melakukan transaksi di bank lain yang memberikan pelayanan lebih memuaskan. Oleh karena itu, penentuan model antrian sangat penting dalam rangka meningkatkan kualitas pelayanan bagi nasabah sehingga dapat meningkatkan kepuasan nasabah terhadap bank tersebut.

### METODE PENELITIAN

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data primer yang diambil dari penelitian selama seminggu di suatu bank di Jawa Barat pada pertengahan tahun 2016. Adapun langkah-langkah yang dilakukan pada penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Penentuan *steady state*
2. Uji distribusi jumlah kedatangan
3. Uji distribusi jumlah pelayanan
4. Uji distribusi waktu kedatangan
5. Uji distribusi waktu kedatangan
6. Penentuan model antrian non poisson
7. Penentuan ukuran kinerja sistem model (M/G/3)
8. Penentuan ukuran kinerja sistem model (G/G/3)

### HASIL PENELITIAN

Penentuan *steady state* pada data jumlah kedatangan, jumlah pelayanan, waktu kedatangan dan waktu pelayanan:

**Tabel 1.** Perhitungan Steady State setiap variabel

Variabel	c	$\lambda$	$\mu$
jumlah jumlah	3	11.8143	10.3375
jumlah waktu	3	11.8143	4.7961
waktu jumlah	3	11.9825	10.3375
waktu waktu	3	11.9825	4.7961

Diketahui jumlah teller pada bank 3 sehingga  $c=3$ , maka kondisi *steady state*

dipenuhi sebab  $\rho = \frac{\lambda\mu}{3} < 1$ .

### 1. Uji Kecocokan Distribusi

*Goodness of Fit test* (uji kecocokan distribusi) didasari oleh pengukuran jumlah deviasi antar fungsi kepadatan empiris dan teoritis. Uji yang dapat digunakan antara lain adalah Uji *Kolmogorov-Smirnov*. Uji ini dapat digunakan untuk menentukan seberapa baik sebuah sampel random data menjajagi distribusi teoritis tertentu, yang dimaksud di sini adalah distribusi Poisson dan distribusi Eksponensial.

Pengujian *Kolmogorov-Smirnov* didefinisikan sebagai :

Uji hipotesa :

$H_0$  :  $F(x) = F_0(x)$  untuk semua nilai x (Data berdistribusi A)

$H_1$  :  $F(x) \neq F_0(x)$  untuk sekurang - kurangnya sebuah nilai x (Data tidak berdistribusi A)

Statistik Uji pada uji *Kolmogorov-Smirnov* adalah

$$D = \sup_x |S(x) - F_0(x)|$$

Di mana :

D : nilai maksimum untuk semua x dari nilai mutlak beda  $S(x) - F_0(x)$  pada uji dua sisi.

$S(x)$  : fungsi distribusi kumulatif yang dihitung dari sampel.

$F_0(x)$  : fungsi distribusi kumulatif dari distribusi A.

A : distribusi yang diasumsikan.

Daerah kritis dari Uji *Kolmogorov-Smirnov* adalah Tolak  $H_0$  jika  $D > D_\alpha^*$

atau jika nilai sig. < nilai sig.  $\alpha$ .

dimana  $D_\alpha^*$  adalah nilai kritis yang diperoleh dari Tabel "Kuantil-kuantil statistik uji *Kolmogorov-Smirnov* [3].

Hasil pengujian distribusi yang

didapatkan sebagai berikut:

Tabel 2. Uji Kecocokan distribusi setiap variabel

Variabel	Nilai K-Smirnov	p-value	Keputusan	Kesimpulan
Jumlah kedatangan dalam interval waktu 30 menit	0.381	0.999	Ho diterima	Berdistribusi Poisson
Jumlah pelayanan dalam interval waktu 30 menit	0.7931	0.556	Ho diterima	Berdistribusi Poisson
waktu kedatangan	9.14	0.00	HO ditolak	Tidak berdistribusi eksponensial
Waktu pelayanan	9.1	0.00	HO ditolak	Tidak berdistribusi eksponensial

Berdasarkan tabel 2 tentang uji kecocokan distribusi setiap variabel terlihat bahwa jumlah kedatangan dan pelayanan dalam interval waktu 30 menit berdistribusi Poisson. Sedangkan Waktu kedatangan dan waktu pelayanan tidak berdistribusi eksponensial, sehingga dimodelkan dengan distribusi general.

## 2. Penentuan model antrian dan ukuran kinerja sistem

### 2.1. Model Antrian (M/G/c) : (GD/∞/∞)

Menurut Gross, D and Harris, C. M, untuk model (M/G/c) : (GD/∞/∞), hasil utama yang bisa diperoleh adalah probabilitas dari waktu tunggu dalam sistem, yaitu;  $L_s = \lambda W_s$ . Sedangkan untuk waktu tunggu dalam antrian model (M/G/c) didapat dari probabilitas waktu tunggu persamaan model (M/G/1),

$$P_n = \pi_n = \frac{1}{n!} \int_0^\infty (\lambda t)^n e^{-\lambda t} dW_s(t)$$

$n \geq 0$ , yaitu

$$\begin{aligned} \pi_n^q &= \Pr\{n \text{ dalam antrian setelah keberangkatan}\} \\ &= \frac{1}{n!} \int_0^\infty (\lambda t)^n e^{-\lambda t} dW_q(t) \end{aligned}$$

dengan panjang antrian rata-rata pada titik waktu kedatangan, yaitu  $L_q$  adalah

$$L_q = \sum_{n=1}^{\infty} n \pi_n^q = \int_0^\infty \lambda t dW_q(t) = \lambda W_q$$

Dari Ross, S. M (1997),  $W_q$  dapat dicari dengan;

$$W_q = \frac{\lambda^c E[t^2] (E[t])^{c-1}}{2(c-1)! (c - \lambda E[t])^2 B}$$

$$B = \left[ \sum_{n=0}^{c-1} \frac{(\lambda E[t])^n}{n!} + \frac{(\lambda E[t])^c}{(c-1)! (c - \lambda E[t])} \right]$$

di mana:

$W_q$  = waktu menunggu yang diperkirakan dalam antrian.

### 2.2. Model jumlah kedatangan dan waktu (M/G/3)

Tabel 3. Hasil analisis distribusi jumlah kedatangan

Deskripsi Data	Nilai
Number of servers	3
Rata-Rata	0.2085
Std. Deviasi	0.2106
Distribusi waktu kedatangan (30 menit)	Exponential
Nilai parameter ( $\lambda$ )	0.0846
Kapasitas Antrian	M
Populasi pelanggan	M

Tabel 3 menunjukkan hasil analisis distribusi jumlah kedatangan yang didekati dengan distribusi eksponensial. Parameter yang didapatkan bernilai 0.0846 dengan rata-rata 0.2085 dan standard deviasi 0.2106. Sedangkan tabel 4 menunjukkan hasil analisis sistem antrian dengan model M/G/3.

Tabel 4. Hasil analisis sistem antrian M/G/3

Sistem antrian M/G/3	Nilai
Rata-Rata waktu kedatangan pelanggan	11.8143
Rata-rata pelayanan tiap server selama 3 menit	4.7961
Rata-rata Efektivitas kedatangan tiap 30 menit	11.8143
Rata-rata Efektivitas pelayanan tiap 30 menit	11.8143
Rata-rata jumlah pelanggan dalam sistem	5.6254
Rata-rata jumlah pelanggan dalam antrian	3.1621
Rata-rata jumlah pelanggan dalam antrian yang sibuk dilayani	4.6374
Rata-rata waktu pelanggan menghabiskan didalam sistem	0.4762 menit
Rata-rata waktu pelanggan menghabiskan didalam antrian	0.2677 menit
Rata-rata waktu pelanggan menghabiskan di antrian untuk sibuk dilayani	0.3925 menit
Peluang semua layanan penuh	0.0489
Peluang kedatangan pelanggan untuk menunggu	0.682

### 2.3. Model waktu kedatangan dan waktu pelayanan model (G/G/3)

MODEL ANTRIAN (G/G/c) : (GD/∞/∞)

Model antrian (G/G/c) : (GD/∞/∞) adalah model antrian dengan data kedatangan pelanggan berdistribusi umum (*general*) dan data waktu pelayanan juga berdistribusi umum (*general*), dengan jumlah pelayanan sebanyak c pelayan. Menurut Gross, D and Harris, C. M, disiplin antrian yang digunakan adalah umum yaitu FIFO (pertama datang, pertama dilayani) dengan kapasitas maksimal adalah tak hingga dan sumber pemanggilan pelanggan adalah tak hingga.

Ukuran-ukuran kinerja pada model (G/G/c) : (GD/∞/∞) mengikuti ukuran-ukuran kinerja pada model (M/M/c) : (GD/∞/∞), kecuali untuk Jumlah

pelanggan yang diperkirakan dalam antrian ( $L_q$ ) dapat dihitung dengan rumus:

$$L_q = L_q(M / M / c) * \frac{\mu^2 V(t) + V(t') \lambda^2}{2}$$

di mana V(t) : varian dari waktu pelayanan

V(t') : varian dari waktu antar kedatangan

Tabel 5. Analisis waktu kedatangan dan waktu pelayanan

Deskripsi Data	Nilai
Number of servers	3
<b>Distribusi Waktu pelayanan</b>	<b>General</b>
Rata-Rata	0.10425
Std. Deviasi	0.10532
<b>Distribusi waktu kedatangan (30 menit)</b>	<b>General</b>
Rata-Rata	0.04173
Standard Deviasi	0.04017
Kapasitas Antrian	M
Populasi pelanggan	M

Tabel 5 menunjukkan distribusi waktu kedatangan dan waktu pelayanan. Karena distribusi waktu pelayanan dan waktu kedatangan tidak sesuai dengan distribusi eksponensial, sehingga didekati dengan distribusi yang sifatnya general dengan rata-rata dan standard deviasi untuk waktu pelayanan sebesar 0.1045 dan 0.10532. Sedangkan untuk rata-rata dan standard deviasi waktu kedatangan sebesar 0.04173 dan 0.04017.

Tabel 6. Analisis Model antrian G/G/3 untuk waktu kedatangan dan waktu pelayanan

Sistem antrian G/G/3	Nilai
Rata-Rata waktu kedatangan pelanggan	23.965
Rata-rata pelayanan tiap server selama 3 menit	9.5921
Rata-rata Efektivitas kedatangan tiap 30 menit	23.965
Rata-rata Efektivitas pelayanan tiap 30 menit	23.965
Utilitas sistem	83.2803
Rata-rata jumlah pelanggan dalam sistem	5.9
Rata-rata jumlah pelanggan dalam antrian	3.4016
Rata-rata jumlah pelanggan dalam antrian yang sibuk dilayani	4.85
Rata-rata waktu pelanggan menghabiskan didalam sistem	0.2462 jam
Rata-rata waktu pelanggan menghabiskan didalam antrian	0.1419 jam
Rata-rata waktu pelanggan menghabiskan di antrian untuk sibuk dilayani	0.2024 jam
Peluang semua layanan penuh	0.0451
Peluang kedatangan pelanggan untuk menunggu	0.7

### KESIMPULAN

Berdasarkan hasil analisis yang dilakukan disimpulkan bahwa sistem antrian pelayanan di perbankan sudah memenuhi standard yang sesuai. Waktu pelayanan dan waktu kedatangan

berjalan dengan optimal sehingga tidak perlu menambah banyaknya server. Pelayanan dengan 3 server sudah dirasa cukup optimal.

### DAFTAR PUSTAKA

- [1] Aminudin. 2005. *Prinsip-Prinsip Riset Operasi*. Jakarta: Erlangga.
- [2] Bronson, R. 1991. *Teori Dan Soal-Soal Operations Research*. Jakarta: Erlangga.
- [3] Daniel, W. W. 1989. *Statistika Nonparametrik Terapan*. Jakarta: Gramedia.
- [4] Gross, D. dan Harris, C.M. 1998. *Fundamental of Queueing Theory Third Edition*. John Wiley and Son, INC. New York.
- [5] Kakiay, T. J. 2004. *Dasar Teori Antrian untuk Kehidupan Nyata*. Yogyakarta: Andi.
- [6] Kasmir. 2002. *Manajemen Perbankan*. Jakarta: PT Raja Grafindo Persada.
- [7] Praptono. 1986. *Pengantar Proses Stokastik I*. Jakarta: Karunika.
- [8] Subagyo, P., Marwan A., dan Handoko T. H. 1984. *Dasar-Dasar Operation Research*. BPFE. Yogyakarta.
- [9] Taha, H.A. 1996. *Riset Operasi: Jilid 2*. Jakarta: Binarupa Aksara.