

**ANALISIS KESTABILAN MODEL
PENYEBARAN PENYAKIT TUBERCULOSIS**



SKRIPSI

Oleh :

Lisa Prihutami

J2A 002 035

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS DIPONEGORO**

SEMARANG

2009

**ANALISIS KESTABILAN MODEL
PENYEBARAN PENYAKIT TUBERCULOSIS**

Lisa Prihutami

J2A 002 035

Skripsi

Diajukan sebagai syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains / Sarjana Komputer
pada
Program Studi Matematika

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS DIPONEGORO
SEMARANG
2009**

ABSTRAK

Model penyebaran penyakit tuberculosis(TB) disusun menggunakan pendekatan *compartmental* dan menghasilkan persamaan model yang menggambarkan penyebaran penyakit TB pada kelas *susceptible*, *latent infectious* dan *active infectious*. Model penyebaran penyakit TB dapat diselesaikan secara numerik dan disimulasikan menggunakan laju kecepatan penyebaran penyakit TB yang berbeda pada kondisi awal penyakit TB mulai menyebar. Kesetimbangan untuk kondisi *disease free* adalah stabil, kesetimbangan endemik dapat menjadi stabil, tidak stabil atau sadel bergantung kombinasi nilai parameter yang digunakan.

Kata kunci : model, tuberculosis(TB), populasi, kesetimbangan

ABSTRACT

A model to depict tuberculosis(TB) disease was presented and compartmentalized as *susceptible, latent infectious* dan *active infectious*. The model were solved numerically while different instances of the disease transmission were simulated. The disease free and endemic equilibrium of the system were established and analyzed for stability

Keyword : model, tuberculosis(TB),population,equilibrium

BAB I

PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang

Dalam perkembangan zaman saat ini yang terus maju, diperlukan suatu analisis yang dapat diterima secara ilmiah terhadap setiap peristiwa yang terjadi dalam kehidupan manusia. Peristiwa-peristiwa yang ada dapat dianalisis menggunakan berbagai macam sudut pandang, misalnya suatu peristiwa dipandang dari sudut pandang ekonomi, sosial budaya, sudut pandang politik dan sebagainya. Salah satunya, peristiwa yang ada dapat dipandang dalam bentuk model matematika. Artinya peristiwa tersebut dapat dirumuskan dalam bentuk persamaan atau fungsi matematika.

Model matematika memiliki aplikasi cukup penting dalam berbagai bidang ilmu. Dengan menggunakan beberapa asumsi, permasalahan yang ada dalam lingkungan kehidupan dapat ditransformasikan dalam model matematika. Dari model matematika yang ada selanjutnya dapat dianalisis perilaku-perilaku yang ada didalamnya.

Salah satu kejadian yang terjadi dalam kehidupan manusia dan dapat ditransformasikan dalam model matematika adalah kejadian epidemi. Kejadian epidemi adalah kejadian penyebaran atau mewabahnya penyakit dalam suatu wilayah. Secara khusus dalam karya tulis ini akan membahas model matematika untuk kejadian epidemi penyakit *Tuberculosis* atau disingkat TB.

Tuberkulosis adalah salah satu masalah kesehatan yang harus dihadapi masyarakat dunia. Setiap tahunnya TB menyebabkan kematian 3 juta penduduk

dunia dan diperkirakan sepertiga penduduk dunia telah terinfeksi kuman TB, yang dapat berkembang menjadi penyakit TB di masa mendatang. Selain itu jumlah kematian dan infeksi TB yang sangat besar, penambahan kasus baru TB amat signifikan, mencapai sembilan juta kasus baru setiap tahun. Tanpa penanganan dan pengendalian dalam jangka waktu 20 tahun TB akan membunuh 35 juta orang. Melihat kondisi tersebut, Badan Kesehatan Dunia(WHO) menyatakan bahwa TB sebagai kedaruratan global sejak tahun 1993 . Menurut WHO dari jumlah perkiraan yaitu sepertiga penduduk dunia yang telah terinfeksi, 9 juta pasien TB baru dan 3 juta kematian akibat TB di seluruh dunia, 95% kasus TB dan 98% kematian akibat TB di dunia terjadi pada negara-negara berkembang

Indonesia merupakan salah satu negara berkembang yang menjadi endemis TB. TB merupakan masalah utama kesehatan masyarakat di Indonesia(Departemen Kesehatan Republik Indonesia, 2008). Jumlah pasien TB di Indonesia merupakan ke-3 terbanyak di dunia setelah India dan Cina dengan jumlah pasien sekita 10% dari total jumlah pasien di dunia.

Vaksin yang dianggap efektif untuk mengatasi penyakit TB adalah vaksin *Bacillus Calmette Guerin*(BCG) yang biasanya diberikan pada bayi. Namun kemanjuran dari vaksin BCG ini tidak lebih dari 80% sehingga penyakit TB masih saja menjadi permasalahan kesehatan yang sulit diatasi.

Penyakit TB adalah penyakit menular yang disebabkan oleh bakteri *Mycobacterium Tuberculosis*. Bakteri ini berbentuk batang dan bersifat tahan asam sehingga dikenal juga sebagai Batang Tahan Asam (BTA). Bakteri ini pertama kali ditemukan oleh Robert Koch pada tanggal 24 Maret 1882, sehingga

untuk mengenang jasanya bakteri tersebut diberi nama baksil Koch. Penyakit TB pada paru-paru disebut juga sebagai *Koch Pulmonum*.

Penyebaran penyakit TB adalah melalui udara terkontaminasi *Mycobacterium Tuberculosis* yang terhirup kemudian masuk kedalam paru – paru, menyerang dinding saluran pernafasan dengan membentuk rongga yang berisi nanah dan bakteri TB. Apabila penderita TB batuk atau bersin akan ikut mengeluarkan bakteri TB ke udara. Apabila terhirup oleh orang yang rentan penyakit TB, orang tersebut akan dapat terinfeksi bakteri TB.

Infeksi TB dibedakan menjadi dua macam yaitu, terinfeksi secara latent dan terinfeksi secara aktif. Terinfeksi secara latent adalah kondisi dimana didalam tubuh penderita terdapat bakteri TB yang bersifat *dormant*(tidur), tidak menimbulkan penyakit TB dalam tubuh penderita, namun dalam kurun waktu tertentu bakteri yang bersifat *dormant* tadi dapat bangun dan menjadi aktif. Orang yang terinfeksi secara latent disebut penderita latent TB. Penderita latent TB tidak menularkan bakteri TB kepada orang yang rentan terhadap penyakit TB. Terinfeksi secara aktif adalah kondisi dimana tubuh penderita bakteri TB bersifat aktif berkembangbiak dan menimbulkan gejala penyakit TB. Orang yang terinfeksi secara aktif disebut penderita aktif TB. Penderita aktif TB dapat menularkan penyakit TB kepada orang yang rentan terhadap penyakit TB.

Penderita latent TB dan penderita aktif TB dapat sembuh, namun mereka tidak bersifat imun atau kebal. Dalam jangka waktu tertentu penderita TB yang sudah sembuh dapat terinfeksi kembali dan menjadi penderita TB.

Dari rangkaian kejadian terinfeksi orang oleh bakteri TB dapat digambarkan bahwa dalam suatu populasi terbagi-bagi menjadi suatu sub-sub

populasi. Yaitu sub populasi *susceptible* adalah sub populasi yang rentan terhadap penyakit TB, sub populasi *latent infectious* adalah sub populasi penderita latent TB, sub populasi *active infectious* adalah sub populasi penderita penyakit TB dan *recovered* adalah sub populasi sembuh dari latent TB dan aktif TB.

Model matematika yang akan disusun adalah model yang menggambarkan pergerakan dari sub-sub populasi tersebut. Model yang disusun menggambarkan perilaku dari tiap-tiap sub populasi, sehingga dapat diambil suatu tindakan berdasar model matematika untuk dapat mengendalikan penyebaran penyakit dalam populasi.

1.2. Rumusan Masalah

Dalam karya tugas akhir ini, permasalahan yang akan dibahas adalah berupa penyusunan model matematika penyebaran penyakit TB yang menggunakan pendekatan *compartmental* atau pembagian kelas dan menganalisis kesetimbangan model pada kondisi populasi tidak terdapat penyakit (*free disease*) dan endemik.

1.3. Batasan Masalah

Mengingat bahwa permasalahan penyusunan model matematika penyebaran penyakit TB sangat kompleks, maka perlu dilakukan pembatasan atas ruang lingkup permasalahan. Beberapa pembatasan permasalahan yang perlu diperhatikan adalah sebagai berikut:

- a. Model matematika penyebaran penyakit TB yang disusun hanya berlaku pada populasi yang berada dalam satu wilayah dengan tidak memperhatikan luas wilayah, jenis kelamin dan umur dari orang-orang dalam populasi tersebut
- b. Model matematika yang disusun adalah model matematika yang disusun berdasarkan berbagai macam parameter, yaitu parameter-parameter yang menyatakan kondisi dari populasi. Karya tulis ini hanya sampai tahapan menyusun model berdasarkan parameter, sementara perolehan nilai dari parameter tidak dibahas dalam karya tulis ini.
- c. Ukuran populasi selama proses penyebaran penyakit TB berubah terhadap waktu.

1.4. Tujuan Penulisan

Berdasarkan permasalahan diatas, maka dapat dirumuskan tujuan penulisan karya tulis ini adalah sebagai berikut:

- a. Mengetahui model matematika penyebaran penyakit TB, perilaku pada sub populasi *susceptible*, *latent infectious*, *active infectious*.
- b. Mendapatkan suatu analisis kestabilan dari model yang disusun

1.5. Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan dalam tugas akhir ini terbagi menjadi 4 bab, yaitu pendahuluan, teori penunjang, pembahasan dan penutup.

Bab I adalah Pendahuluan yang berisi latar belakang permasalahan yang diangkat, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan penulisan yang ingin dicapai dan sistematika penulisan.

Bab II adalah Materi Penunjang yang berisi tentang teori dasar dan teori yang mendukung dalam pembahasan tugas akhir ini yang meliputi pemodelan matematika, persamaan differensial, nilai eigen, matriks jacobian dan materi penunjang mengenai penyakit TB.

Bab III adalah Pembahasan yang berisi tentang pembahasan model penyebaran penyakit TB yang meliputi model penyebaran pada kelas *susceptible* *latent infectious* dan *active infectious* simplifikasi model ,analisis kesetimbangan dan studi kasus.

Bab IV adalah Penutup yang berisi tentang kesimpulan hasil pembahasan dan saran.