***BIAStatistics* (2015)**
Vol. 9, *No.* 1, *hal. 15-23*

ANALISIS DATA KEMISKINAN DI JAWA TENGAH MENGGUNAKAN METODE *MIXED GEOGRAPHICALLY AND TEMPORALLY WEIGHTED REGRESSIONS* (MGTWR)

[1]Hasbi Yasin, [2]Sugito, [3]Alan Prahutama
[1,2,3]Jurusan Statistika, FSM Univesitas Diponegoro
hasbiyasin@undip.ac.id, sugitozafi@undip.ac.id, alanprahutama@undip.ac.id

ABSTRAK

Metode regresi merupakan salah satu metode statistika yang dapat digunakan untuk menganalisis data kemiskinan. Akan tetapi untuk data spasial model regresi biasa menjadi tidak sesuai. Salah satu metode regresi spasial yang digunakan untuk data spasial adalah *Geographically Weighted Regression* (GWR). Akan tetapi jika variabel waktu juga dimasukkan ke dalam model, maka model yang digunakan adalah *Geographically and Temporally Weighted Regression* (GTWR). Pada kenyataannya tidak semua variabel prediktor dalam model GWR mempunyai pengaruh secara spasial. Beberapa variabel prediktor berpengaruh secara global, sedangkan yang lainnya dapat mempertahankan pengaruh spasialnya. Oleh karena itu, model GWR dikembangkan menjadi model *Mixed Geographically Weighted Regression* (MGWR). Model MGWR merupakan gabungan dari model regresi linier global dengan model GWR. Hal ini berlaku juga untuk model GTWR yang dikembangkan menjadi model *Mixed Geographically and Temporally Weighted Regression* (MGTWR). Hasil penelitian menunnjukkan bahwa faktor-faktor yang mempengaruhi Persentase Kemiskinan di Jawa Tengah tahun 2010-2012 secara lokal adalah persentase keluarga prasejahtera. Sedangkan variabel Tingkat Partisipasi Angkatan Kerja, Indeks Pembangunan Manusia, Upah Minimum Regional dan Banyaknya Akte Pemilik Tanah hanya berpengaruh secara global pada semua lokasi pengamatan. Model MGTWR dengan pembobot fungsi kernel *gaussian* lebih layak digunakan untuk menganalisis tingkat kemiskinan di Jawa Tengah karena mempunyai nilai R^2 terbesar.

Kata Kunci : GWR, GTWR, MGWR, MGTWR, Regresi, Statistika Spasial, Kemiskinan.

1. PENDAHULUAN

Penurunan tingkat kemiskinan merupakan tujuan pertama dari *Millenium Development Goals* (MDGs). MDGs merupakan program Perserikatan Bangsa-Bangsa (PBB) untuk melakukan pembanguan dibeberapa aspek sosial, ekonomi di negara-negara berkembang (Hayman, 2007). Kemiskinan selalu menjadi masalah bagi bangsa Indonesia dari tahun ke tahun. Kemiskinan membuat sekelompok anak tidak bisa mengenyam pendidikan yang layak, kesulitan dalam hal kesehatan, serta keterbatasan dalam hal sandang, pangan serta papan. Kemiskinan merupakan keadaan sekelompok orang yang tidak mampu memenuhi kebutuhan minimal standard hidup tertentu. Dilihat dari tingginya proporsi penduduk miskin di Indonesia, Provinsi Jawa Tengah termasuk provinsi dengan jumlah penduduk miskin yang relatif tinggi diantara provinsi yang lain di Indonesia. Jumlah penduduk miskin di Provinsi Jawa Tengah pada September 2012 sebesar 4,863 juta orang atau 14,98% yang berkurang 113,96 ribu orang dibandingkan dengan penduduk miskin pada Maret 2012 yang berjumlah 4,977 juta orang atau 15,34% (BPS, 2013). Oleh karena itu perlu dikaji faktor-faktor yang mempengaruhi tingkat kemiskinan sehingga upaya pemerintah provinsi Jawa Tengah dalam menurunkan tingkat kemiskinan bisa dilakukan secara optimal.

Metode regresi merupakan metode statistika untuk mengetahui hubungan antara variabel respon dengan variabel prediktor. Salah satu metode regresi yang digunakan untuk data spasial adalah *Geographically Weighted Regression* (GWR). Metode GWR mengakomodasi faktor wilayah dalam estimasi parameter model (Fotheringham *et al.*, 2002). Metode *Geographically and Temporally Weighted Regression* (GTWR) merupakan perkembangan dari metode GWR dengan mempertimbangkan unsur lokasi dan waktu. Keunggulan model GTWR adalah menghasilkan model yang bersifat lokal untuk setiap lokasi dan waktu, sehingga model lebih representative (Huang *et al.*, 2010). Pada kenyataannya tidak semua variabel prediktor dalam model GWR mempunyai pengaruh secara spasial. Beberapa variabel prediktor berpengaruh secara global, sedangkan yang lainnya dapat mempertahankan pengaruh spasialnya. Oleh karena itu, model GWR dikembangkan menjadi model *Mixed Geographically Weighted Regression* (MGWR) (Fotheringham *et al.*, 2002). Model MGWR merupakan gabungan dari model regresi linier global dengan model GWR. Sehingga dengan model MGWR akan dihasilkan estimator parameter yang sebagian bersifat global dan sebagian yang lain bersifat lokal sesuai dengan lokasi pengamatan data. Hal ini berlaku juga untuk model GTWR yang dikembangkan menjadi model *Mixed Geographically and Temporally Weighted Regression* (MGTWR). Berdasarkan uraian tersebut, ingin diteliti mengenai pengaruh lokasi kabupaten/kota serta tahun pengamatan terhadap persentase kemisikian di Jawa Tengah berdasarkan tingkat pertumbuhan ekonomi, tingkat upah, tingkat pendidikan, serta tingkat pengangguran menggunakan metode MGTWR.

2. METODE PENELITIAN

2.1. Model Regresi Linier

Metode regresi linier yang merupakan metode yang memodelkan hubungan antara variabel respon dan variabel prediktor. Model regresi linier untuk *p* variabel prediktor secara umum ditulis sebagai berikut:

$$y_i = \beta_0 + \sum_{k=1}^{p} \beta_k x_{ik} + \varepsilon_i \tag{1}$$

dengan i = 1, 2, ..., n; $\beta_0, \beta_1, ..., \beta_p$ adalah parameter model dan $\varepsilon_1, \varepsilon_2, ..., \varepsilon_n$ adalah error yang diasumsikan identik, independen, dan berdistribusi Normal dengan mean nol dan varians konstan σ^2 atau ($\varepsilon_i \sim IIDN\left(0, \sigma^2\right)$).

Penaksiran parameter regresi dilakukan dengan menggunakan metode *Ordinary Least Squares* (OLS). Pengujian parameter model regresi menggunakan pendekatan distribusi F dan secara parsial menggunakan pendekatan distribusi t (Rencher, 2000).

2.2. Jarak *Spatio-Temporal*

Dalam menghitung jarak *spatio-temporal* digunakan sistem koordinat *ellipsoidal* untuk mengukur kedekatan antara titik regresi dengan titik observasi yang mengelilinginya. Fungsi jarak *spasial-temporal* terdiri dari gabungan fungsi jarak spasial dan fungsi jarak temporal. Dengan fungsi jarak spasial d^S dan fungsi jarak temporal d^T diperoleh persamaan sebagai berikut :

$$(d^{ST})^2 = \lambda (d^S)^2 + \mu (d^T)^2 \tag{2}$$

dimana λ dan μ menyatakan faktor skala penyeimbang efek yang berbeda untuk mengukur jarak spasial dan temporal. Sehingga jarak euclidean menjadi (Huang, *et al.*, 2010):

$$\left(d_{ij}^{ST}\right)^2 = \lambda \left\{ \left(u_i - u_j\right)^2 + \left(v_i - v_j\right)^2 \right\} + \mu \left(t_i - t_j\right)^2 \tag{3}$$

Berdasarkan persamaan tersebut diperoleh :

$$\alpha_{ij} = exp\left\{-\left(\frac{\lambda\left[(u_i-u_j)^2+(v_i-v_j)^2\right]+\mu(t_i-t_j)^2}{h_{ST}^2}\right)\right\}$$
$$= exp\left\{-\left(\frac{\left[(u_i-u_j)^2+(v_i-v_j)^2\right]}{h_S^2}\right)+\frac{(t_i-t_j)^2}{h_T^2}\right\} \text{, dengan } h_S^2 = \frac{h_{ST}^2}{\lambda} \text{ dan } h_T^2 = \frac{h_{ST}^2}{\mu}$$
$$= exp\left\{-\left(\frac{\left(d_{ij}^S\right)^2}{h_S^2}+\frac{\left(d_{ij}^T\right)^2}{h_T^2}\right)\right\} \text{, dengan } \left(d_{ij}^S\right)^2 = \left(u_i-u_j\right)^2+\left(v_i-v_j\right)^2$$
$$= exp\left\{-\frac{\left(d_{ij}^S\right)^2}{h_S^2}\right\} \times exp\left\{-\frac{\left(d_{ij}^T\right)^2}{h_T^2}\right\} \text{, dan } \left(d_{ij}^T\right)^2 = \left(t_i-t_j\right)^2$$
$$= \alpha_{ij}^S \times \alpha_{ij}^T \text{, dengan } \alpha_{ij}^S = exp\left\{-\frac{\left(d_{ij}^S\right)^2}{h_S^2}\right\} \text{ dan } \alpha_{ij}^T = exp\left\{-\frac{\left(d_{ij}^T\right)^2}{h_T^2}\right\}$$

Dimana h_{ST}^2 merupakan parameter dari *bandwidth spatio-temporal*, h_S^2 adalah parameter *bandwidth* spasial dan h_T^2 merupakan parameter *bandwidth* temporal.

Misalkan τ merupakan parameter rasio dari $\frac{\mu}{\lambda}$ dengan $\lambda \neq 0$ maka diperoleh pesamaan:

$$\frac{\left(d_{ij}^{ST}\right)^2}{\lambda} = \left(u_i-u_j\right)^2+\left(v_i-v_j\right)^2+\tau\left(t_i-t_j\right)^2 \tag{4}$$

Parameter τ berfungsi untuk memperbesar atau memperkecil efek jarak temporal terhadap jarak spasial. Parameter ini didapatkan dari kriteria CV minimum melalui inisialisasi nilai τ awal. Selanjutnya estimasi parameter μ dan λ bisa diperoleh berdasarkan hasil estimasi τ yang menghasilkan CV minimum (Huang *et al.*, 2010).

2.3. Model *Mixed Geographically and Temporally Weighted Regression* (MGTWR)

Adanya pengaruh faktor lokasi pengamatan maka dikembangkan model GWR yang merupakan pengembangan dari model regresi global dimana ide dasarnya diambil dari regresi non parametrik (Mei *et al.* 2006). Model ini merupakan model regesi linier bersifat lokal (*locally linier regression*) yang menghasilkan penaksir parameter model yang bersifat lokal untuk setiap titik atau lokasi dimana data tersebut dikumpulkan. Model GWR dengan p prediktor dapat ditulis sebagai berikut :

$$y_i = \beta_0(u_i, v_i) + \sum_{k=1}^{p} \beta_k(u_i, v_i) x_{ik} + \varepsilon_i \tag{5}$$

dengan :

y_i : Nilai observasi variabel respon ke-*i*

(u_i, v_i) : Menyatakan titik koordinat (*longitude*, *latitude*) lokasi ke-*i*

$\beta_k(u_i, v_i)$: Koefisien regresi ; *k* = 0,1,...,*p*

x_{ik} : Nilai observasi variabel prediktor *k* pada pengamatan ke-*i*

ε_i : *Error* ke-*i*

Estimasi parameter model GWR menggunakan metode *Weighted Least Squares* (WLS) yaitu dengan memberikan pembobot yang berbeda untuk setiap lokasi pengamatan. Sehingga estimator parameter model (5) untuk setiap lokasinya adalah :

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}(u_i, v_i) = \left(\mathbf{X}^T\mathbf{W}(u_i, v_i)\mathbf{X}\right)^{-1}\mathbf{X}^T\mathbf{W}(u_i, v_i)\mathbf{y} \tag{6}$$

Matriks pembobot $\mathbf{W}(u_i, v_i)$ yang digunakan untuk mengestimasi paramater dalam model GWR adalah fungsi kernel yaitu: fungsi jarak *Gaussian* (*Gaussian Distance Function*), fungsi *Exponential* (Lesage, 2001), fungsi *Bisquare*, dan fungsi kernel *Tricube* (Chasco *et al.*, 2007) dengan menggunakan fungsi jarak euclidean. Sedangkan untuk memilih *bandwidth* optimum digunakan metode *Cross Validation* (CV).

Jika pengaruh model tidak hanya dipengaruhi oleh lokasi, tetapi juga adanya faktor waktu pengamatan maka model yang sesuai adalah model GTWR yang menggabungkan pengaruh lokasi dan waktu ke dalam model regresi. Model GTWR dengan p prediktor pada lokasi (u_i, v_i) dan waktu t_i dapat dituliskan sebagai berikut:

$$y_i = \beta_0(u_i, v_i, t_i) + \sum_{k=1}^{p} \beta_k(u_i, v_i, t_i) x_{ik} + \varepsilon_i \tag{7}$$

Dengan estimator parameter model (7) untuk setiap lokasi dan waktunya adalah :

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}(u_i, v_i, t_i) = \left(\mathbf{X}^T \mathbf{W}(u_i, v_i, t_i)\mathbf{X}\right)^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{W}(u_i, v_i, t_i)\mathbf{y} \tag{8}$$

Dengan $\mathbf{W}(u_i, v_i, t_i)$ adalah matriks pembobot *spatio-temporal* pada koordinat (u_i, v_i) dan waktu t_i yang disusun berdasarkan *bandwith spatio-temporal* optimum dengan metode *Cross Validation* (CV).

Pada kenyataannya tidak semua variabel prediktor dalam model GWR maupun GTWR mempunyai pengaruh secara spasial dan temporal. Beberapa variabel prediktor berpengaruh secara global, sedangkan yang lainnya dapat mempertahankan pengaruh spasialnya. Oleh karena itu, model GWR dikembangkan menjadi model *Mixed Geographically Weighted Regression* (MGWR) (Fotheringham *et al.*, 2002). Hal ini berlaku juga untuk model GTWR yang dikembangkan menjadi model *Mixed Geographically and Temporally Weighted Regression* (MGTWR).

Model MGTWR dengan *p* variabel prediktor dan *q* variabel prediktor diantaranya bersifat lokal, dengan mengasumsikan bahwa intersep model bersifat lokal dapat dituliskan sebagai berikut:

$$y_i = \beta_0(u_i, v_i, t_i) + \sum_{k=1}^{q} \beta_k(u_i, v_i, t_i) x_{ik} + \sum_{k=q+1}^{p} \beta_k x_{ik} + \varepsilon_i,\ i = 1, 2, \cdots, n \tag{9}$$

Estimasi parameter pada model MGTWR dapat dilakukan dengan metode WLS seperti halnya pada model GWR (Purhadi dan Yasin, 2012). Dalam bentuk matriks persamaan tersebut dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}_l \boldsymbol{\beta}_l(u_i, v_i, t_i) + \mathbf{X}_g \boldsymbol{\beta}_g + \boldsymbol{\varepsilon}$$

dengan:

$\mathbf{X}_g$: matriks variabel prediktor global

$\mathbf{X}_l$: matriks variabel prediktor lokal

$\boldsymbol{\beta}_g$: vektor parameter variabel prediktor global

$\boldsymbol{\beta}_l(u_i, v_i, t_i)$: vektor parameter variabel prediktor lokal titik pengamatan ke-i

$$\mathbf{X}_l = \begin{pmatrix} 1 & x_{11} & \cdots & x_{1q} \\ 1 & x_{21} & \cdots & x_{2q} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_{n1} & \cdots & x_{nq} \end{pmatrix},\ \mathbf{X}_g = \begin{pmatrix} x_{1,(q+1)} & x_{1,(q+2)} & \cdots & x_{1p} \\ x_{2,(q+1)} & x_{2,(q+2)} & \cdots & x_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{n,(q+1)} & x_{n,(q+2)} & \cdots & x_{np} \end{pmatrix},\ \mathbf{y} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix}$$

dan,

$$\boldsymbol{\beta}_l(u_i, v_i, t_i) = \begin{pmatrix} \beta_0(u_i, v_i, t_i) \\ \beta_1(u_i, v_i, t_i) \\ \vdots \\ \beta_q(u_i, v_i, t_i) \end{pmatrix},\ \boldsymbol{\beta}_g = \begin{pmatrix} \beta_{q+1} \\ \beta_{q+2} \\ \vdots \\ \beta_p \end{pmatrix},\ i = 1, 2, \cdots, n$$

Pertama kali tuliskan model MGTWR dalam bentuk GTWR berikut:

$$\tilde{\mathbf{y}} = \mathbf{y} - \mathbf{X}_g \boldsymbol{\beta}_g = \mathbf{X}_l \boldsymbol{\beta}_l \left(u_i, v_i, t_i\right) + \boldsymbol{\varepsilon} \tag{10}$$

Sehingga estimator parameter model GTWR yang pertama adalah:

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}_l \left(u_i, v_i, t_i\right) = \left[\mathbf{X}_l{}^T \mathbf{W}\left(u_i, v_i, t_i\right) \mathbf{X}_l\right]^{-1} \mathbf{X}_l{}^T \mathbf{W}\left(u_i, v_i, t_i\right) \tilde{\mathbf{y}} \tag{11}$$

Misalkan $\mathbf{x}_{li}^T = \left(1, x_{i1}, x_{i2}, \cdots, x_{iq}\right)$ adalah elemen baris ke-*i* dari matriks $\mathbf{X}_l$. Maka nilai prediksi untuk $\tilde{y}$ pada $\left(u_i, v_i, t_i\right)$ untuk seluruh pengamatan dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\hat{\tilde{\mathbf{y}}} = \left(\hat{\tilde{y}}_1, \hat{\tilde{y}}_2, \cdots, \hat{\tilde{y}}_n\right)^T = \mathbf{S}_l \tilde{\mathbf{y}}$$

dengan

$$\mathbf{S}_l = \begin{pmatrix} \mathbf{x}_{l1}^T \left(\mathbf{X}_l{}^T \mathbf{W}\left(u_1, v_1, t_1\right) \mathbf{X}_l\right)^{-1} \mathbf{X}_l{}^T \mathbf{W}\left(u_1, v_1, t_1\right) \\ \mathbf{x}_{l2}^T \left(\mathbf{X}_l{}^T \mathbf{W}\left(u_2, v_2, t_2\right) \mathbf{X}_l\right)^{-1} \mathbf{X}_l{}^T \mathbf{W}\left(u_2, v_2, t_2\right) \\ \vdots \\ \mathbf{x}_{ln}^T \left(\mathbf{X}_l{}^T \mathbf{W}\left(u_n, v_n, t_n\right) \mathbf{X}_l\right)^{-1} \mathbf{X}_l{}^T \mathbf{W}\left(u_n, v_n, t_n\right) \end{pmatrix} \tag{12}$$

Kemudian, substitusikan element dari $\hat{\boldsymbol{\beta}}_l \left(u_i, v_i, t_i\right)$ ke dalam model MGWR pada persamaan (10) sehingga diperoleh:

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}_g = \left[\mathbf{X}_g^T \left(\mathbf{I} - \mathbf{S}_l\right)^T \left(\mathbf{I} - \mathbf{S}_l\right) \mathbf{X}_g\right]^{-1} \mathbf{X}_g^T \left(\mathbf{I} - \mathbf{S}_l\right)^T \left(\mathbf{I} - \mathbf{S}_l\right) \mathbf{y}$$

dengan $\mathbf{S}_g = \mathbf{X}_g \left(\mathbf{X}_g^T \mathbf{X}_g\right)^{-1} \mathbf{X}_g^T$ (13)

Dengan mensubstitusikan $\hat{\boldsymbol{\beta}}_g$ ke persamaan (11) maka didapatkan estimasi untuk koefisien lokal pada lokasi $\left(u_i, v_i, t_i\right)$ adalah:

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}_l \left(u_i, v_i, t_i\right) = \left[\mathbf{X}_l{}^T \mathbf{W}\left(u_i, v_i, t_i\right) \mathbf{X}_l\right]^{-1} \mathbf{X}_l{}^T \mathbf{W}\left(u_i, v_i, t_i\right) \left(\mathbf{y} - \mathbf{X}_g \hat{\boldsymbol{\beta}}_g\right) \tag{14}$$

Oleh karena itu, nilai *fitted-value* dari respon untuk n lokasi pengamatan adalah:

$$\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{S}\mathbf{y}$$

dengan

$$\mathbf{S} = \mathbf{S}_l + \left(\mathbf{I} - \mathbf{S}_l\right) \mathbf{X}_g \left[\mathbf{X}_g^T \left(\mathbf{I} - \mathbf{S}_l\right)^T \left(\mathbf{I} - \mathbf{S}_l\right) \mathbf{X}_g\right]^{-1} \mathbf{X}_g^T \left(\mathbf{I} - \mathbf{S}_l\right)^T \left(\mathbf{I} - \mathbf{S}_l\right). \tag{15}$$

Estimator $\hat{\boldsymbol{\beta}}_g$ dan $\hat{\boldsymbol{\beta}}_l \left(u_i, v_i, t_i\right)$ merupakan estimator tak bias untuk $\boldsymbol{\beta}_g$ dan $\boldsymbol{\beta}_l \left(u_i, v_i, t_i\right)$

Uji hipotesis yang dilakukan adalah pengujian kesesuaian model regresi global dan MGTWR untuk menguji signifikansi dari faktor geografis dan waktu pengamatan. Bentuk hipotesisnya adalah :

H_0 : $\beta_k \left(u_i, v_i, t_i\right) = \beta_k \quad k = 0, 1, 2, \cdots, q,$ dan $i = 1, 2, \cdots, n$

(Model MGTWR tidak berbeda dengan Model Regresi Global)

H_1 : Minimal ada satu $\beta_k \left(u_i, v_i, t_i\right) \neq \beta_k$

(Model MGTWR berbeda dengan Model Regresi Global)

Pengujian kesesuaian model regresi global dan MGTWR menggunakan perbandingan nilai selisih jumlah kuadrat residual model regresi global dan model MGTWR. Sehingga statistik ujinya adalah (Leung *et al.*, 2000):

$$F(1)=\frac{\mathbf{y}^T\left[(\mathbf{I}-\mathbf{H})-(\mathbf{I}-\mathbf{S})^T(\mathbf{I}-\mathbf{S})\right]\mathbf{y}/v_1}{\mathbf{y}^T(\mathbf{I}-\mathbf{S})^T(\mathbf{I}-\mathbf{S})\mathbf{y}/u_1} \tag{16}$$

Tolak H$_0$ jika $F(1)\geq F_{\alpha,df_1,df_2}$ dengan $df_1=\left(v_1^2/v_2\right)$, $df_2=\left(u_1^2/u_2\right)$, $v_i=tr\left(\left[(\mathbf{I}-\mathbf{H})-(\mathbf{I}-\mathbf{S})^T(\mathbf{I}-\mathbf{S})\right]^i\right)$, $i=1,2$, $u_i=tr\left(\left[(\mathbf{I}-\mathbf{S})^T(\mathbf{I}-\mathbf{S})\right]^i\right)$, $i=1,2$ dan $\mathbf{H}=\mathbf{X}\left(\mathbf{X}^T\mathbf{X}\right)^{-1}\mathbf{X}^T$.

Pengujian parameter model dilakukan dengan menguji parameter secara parsial. Pengujian ini untuk mengetahui parameter mana saja yang signifikan mempengaruhi variabel responnya. Untuk menguji signifikansi suatu variabel global $x_k\ (q+1\leq k\leq p)$ digunakan hipotesis sebagai berikut:

H$_0$: $\beta_k=0$ (variabel global x_k tidak signifikan)

H$_1$: $\beta_k\neq 0$ (variabel global x_k signifikan)

Statistik uji yang digunakan adalah:

$$T_g=\frac{\hat{\beta}_k}{\hat{\sigma}\sqrt{g_{kk}}} \tag{17}$$

dengan g_{kk} adalah elemen diagonal ke-*k* dari matrik $\mathbf{GG}^T$ dan

$$\mathbf{G}=\left[\mathbf{X}_g^T(\mathbf{I}-\mathbf{S}_l)^T(\mathbf{I}-\mathbf{S}_l)\mathbf{X}_g\right]^{-1}\mathbf{X}_g^T(\mathbf{I}-\mathbf{S}_l)^T(\mathbf{I}-\mathbf{S}_l),\ \hat{\sigma}^2=\frac{\mathbf{y}^T(\mathbf{I}-\mathbf{S})^T(\mathbf{I}-\mathbf{S})\mathbf{y}}{tr\left((\mathbf{I}-\mathbf{S})^T(\mathbf{I}-\mathbf{S})\right)}.$$

Tolak H$_0$ jika $\left|T_{g\_hit}\right|>t_{\alpha/2,df}$, dimana $df=\left[u_1^2/u_2\right]$.

Untuk menguji signifikansi suatu variabel lokal $x_k\ (1\leq k\leq q)$ digunakan hipotesis sebagai berikut:

H$_0$: $\beta_k(u_i,v_i,t_i)=0$ (variabel lokal x_k pada lokasi ke-i tidak signifikan)

H$_1$: $\beta_k(u_i,v_i,t_i)\neq 0$ (variabel lokal x_k pada lokasi ke-i signifikan)

Statistik uji yang digunakan adalah:

$$T_l=\frac{\hat{\beta}_k(u_i,v_i,t_i)}{\hat{\sigma}\sqrt{m_{kk}}} \tag{18}$$

dengan m_{kk} adalah elemen diagonal ke-*k* dari matrik $\mathbf{MM}^T$

dan $\mathbf{M}=\left[\mathbf{X}_l^T\mathbf{W}(u_i,v_i,t_i)\mathbf{X}_l\right]^{-1}\mathbf{X}_l^T\mathbf{W}(u_i,v_i,t_i)\left(\mathbf{I}-\mathbf{X}_g\mathbf{G}\right)$

Tolak H$_0$ jika $\left|T_{l\_hit}\right|>t_{\alpha/2,df}$, dimana $df=\left[u_1^2/u_2\right]$.

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

Pada bab ini akan diuraikan hasil-hasil dari penelitian. Langkah awal adalah melakukan deskriptif data kemiskinan di Jawa Tengah tahun 2010-2012. Hasilnya dapat dilihat pada Tabel 1.

Tabel 1. Statistik Deskriptif Data Kemiskinan di Jawa Tengah 2010-2012

	Tahun 2010				Tahun 2011				Tahun 2012			
Variabel	**Mean**	**Min**	**Max**	**Std. dev**	**Mean**	**Min**	**Max**	**Std. dev**	**Mean**	**Min**	**Max**	**Std. dev**
Tingkat Kemiskinan	15.46	5.12	24.58	4.81	15.58	5.68	24.21	4.88	14.42	5.13	22.5	4.55
TPAK	70.09	64.43	77.57	3.45	70.72	67.71	72.35	0.98	71.74	63.51	79.47	4.16
IPM	72.04	67.09	77.49	2.29	72.47	68.20	77.86	2.19	73.39	69.37	78.60	2.19
UMR	7.37	6.62	9.39	0.55	7.85	7.17	7.75	0.53	8.38	7.65	9.92	0.53
Pemilik Tanah	2.89	0.47	12.11	2.67	2.86	0.59	9.61	2.17	2.86	0.56	9.59	1.99
Keluarga Prasejahtera	28.35	9.76	64.64	12.13	27.12	9.44	62.95	11.71	26.66	1.24	60.54	14.47

Sumber: Hasil Pengolahan Data

3.1. Model MGTWR Persentase Rumah Tangga Miskin

Penentuan variabel yang bersifat lokal dan global dilakukan dengan menggunakan hasil pengolahan pada model GTWR. Kemudian hal utama yang perlu dilakukan untuk mendapatkan matriks jarak *spatio-temporal* yaitu dengan mengestimasi parameter τ. Hasil komputasi diperoleh nilai *bandwidth* spasial sebesar 0,6618 dan estimasi parameter τ sebesar 1,999 pada CV minimum sebesar 4,7371. Selanjutnya estimasi parameter μ dan λ bisa diperoleh berdasarkan hasil estimasi τ yang menghasilkan CV minimum sehingga diperoleh nilai μ dan λ berturut-turut adalah 0,3542 dan 0,1771. Setelah didapatkan nilai μ dan λ maka diperoleh nilai *bandwidth spatio-temporal* (h_{ST}) sebesar 0,2785 yang dapat digunakan untuk menghasilkan matriks pembobot. Pengujian kesesuaian model MGTWR dilakukan dengan hipotesis berikut:

H_0 : $\beta_k(u_i, v_i, t_i) = \beta_k \quad k = 0,1,2,\cdots,5,\ \text{dan}\, i = 1,2,\cdots,35$

(Model MGTWR tidak berbeda dengan Model Regresi OLS)

H_1 : Minimal ada satu $\beta_k(u_i, v_i, t_i) \neq \beta_k$

(Model MGTWR berbeda nyata dengan Model Regresi OLS)

Tabel 2 menunjukkan bahwa nilai statistik uji F sebesar 2,7437 dengan p-value sebesar 0,0002. Dengan menggunakan tingkat signifikansi (α) sebesar 5% maka dapat disimpulkan bahwa model MGTWR berbeda signifikan dengan model regresi global, sehingga model MGTWR lebih layak untuk menggambarkan pemodelan data tingkat kemiskinan di Jawa Tengah. Artinya unsur waktu sangat berpengaruh dalam pemodelan ini, sehingga tidak hanya lokasi yang berpengaruh, tetapi juga waktu pengamatan sangat berpengaruh terhadap model yang terbentuk.

Tabel 2. Uji Kesesuaian Model MGTWR

Sumber Error	Jumlah Kuadrat	Derajat Bebas	Rata-rata kuadrat	F	p-value
Improvement	1340,0207	77,8456	17,2138	2,7437	0,0002
MGTWR	243,4190	46,6047	5,2231		
Regresi	1583,4397	99,0000			

Berdasarkan Tabel 3 diperoleh informasi bahwa dengan menggunakan tingkat signifikansi (α) sebesar 5% maka dapat disimpulkan bahwa variabel prediktor global yang berpengaruh signifikan terhadap tingkat kemiskinan di Jawa Tengah adalah Indeks Pembangunan Manusia (IPM) (Z_3) karena mempunyai nilai p-value yang kurang dari 0.05.

Tabel 3. Uji Parsial Variabel Global Model MGTWR

	Parameter Global		
Variabel	**beta**	**t**	**p-value**
Z_2	0,1034	0,2176	0,4143
Z_3	-1,9380	-3,0500	0,0019*
Z_4	-1,0926	-1,5190	0,0678
Z_5	0,0191	0,0480	0,4809

Ket: *) signifikan pada $\alpha = 5\%$

Pengujian parameter lokal secara parsial dilakukan pada setiap lokasi dan waktu pengamatan. Sedangkan ringkasan statistik dari parameter lokal yang dihasilkan adalah sebagai berikut:

Tabel 4. Ringkasan Statistik Parameter Lokal Model MGTWR

Parameter	**Min**	**Max**	**Mean**	**Range**	**Standar Deviasi**
β_0	0,8826	21,0843	14,9239	20,2017	2,7530
β_1	-15,9858	11,2083	0,7716	27,1941	3,5152

3.2. Perbandingan Model

Perbandingan model regresi global, model GTWR dan model MGTWR dengan menggunakan pembobot *gaussian* dilakukan untuk mengetahui model mana yang lebih baik diterapkan untuk menggambarkan fenomena tingkat kemiskinan di Jawa Tengah dari tahun 2010-2012. Kriteria kebaikan model yang digunakan adalah dengan membandingkan nilai MSE dan R^2 dari ketiga model tersebut. Model terbaik adalah model dengan nilai MSE terkecil dan R^2 terbesar. Berdasarkan Tabel 5 diperoleh bahwa model MGTWR dengan menggunakan pembobot fungsi kernel *Gaussian* lebih baik digunakan untuk pemodelan tingkat kemiskinan di Jawa Tengah tahun karena mempunyai nilai R^2 terbesar dengan MSE yang terkecil.

Tabel 5. Perbandingan Kebaikan Model

Model	**MSE**	**R^2**
Regresi Global	12,1989	48,08%
GTWR	9,8974	80,55%
MGTWR*)	7,3182	89,53%

Ket : *) Model Terbaik

4. KESIMPULAN

Berdasarkan model MGTWR dengan pembobot fungsi kernel *Gaussian*, faktor-faktor yang mempengaruhi Tingkat kemiskinan di Jawa Tengah tahun 2010-2012 secara lokal adalah persentase keluarga prasejahtera. Sedangkan variabel Tingkat Partisipasi

Angkatan Kerja, Indeks Pembangunan Manusia, Upah Minimum Regional dan banyaknya aket Pemilik Tanah hanya berpengaruh secara global pada semua lokasi pengamatan. Model MGTWR dengan menggunakan pembobot fungsi kernel *gaussian* pada data kemiskinan di Jawa Tengah mempunyai nilai R^2 terbesar dengan MSE yang terkecil jika dibandingkan dengan model regresi linier maupun model GTWR.

5. DAFTAR PUSTAKA

BPS. 2013. *Jawa Tengah Dalam Angka Tahun 2013*. Badan Pusat Statistika, Semarang.

Chasco, C., Garcia, I., & Vicens, J., 2007, *Modeling Spastial Variations in Household Disposible Income with Geographically Weighted Regression*, Munich Personal RePEc Arkhive (MPRA) Working Papper No. 1682.

Fotheringham, A.S., Brunsdon, C., & Charlton, M. 2002, *Geographically Weighted Regression*, Jhon Wiley & Sons, Chichester, UK.

Hayman, R., 2007, Are the MDG's Enough? Donor Perspective and Recipient, *International Journal of Educational Development*, Vol. 27 No.4 pp. 371-382

Huang, B., Wu, B., and Barry, M. 2010, Geographically and Temporally Weighted Regression for Modeling Spatio-Temporal Variation in House Prices, *International Journal of Geographical Information Science* Vol. 24, No. 3, pp. 383-401.

LeSage, J.P., 2001, *A Family of Geographically Weighted Regression*, Departement of Economics University of Toledo.

Leung, Y., Mei, C.L., & Zhang, W.X. (2000), Statistic Tests for Spatial Non-Stationarity Based on the Geographically Weighted Regression Model, *Environment and Planning* A, 32 9-32.

Mei, C.L., Wang, N., & Zhang, W.X., (2006), "Testing the importance of the explanatory variables in a mixed geographically weighted regression model", *Environment and Planning A*, vol. 38, hal. 587-598.

Purhadi & Yasin, H., 2012. Mixed Geographically Weighted Regression Model (Case Study: the Percentage of Poor Households in Mojokerto 2008). *European Journal of Scientific Research*, Vol. 69, issue 2, page.188-196.

Rencher, A.C. (2000), *Linear Model in Statistics*, John Wiley&Sons Inc,Singapore.