

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Struktur aljabar adalah himpunan tak kosong yang dilengkapi dengan satu atau lebih operasi biner dan memenuhi aksioma-aksioma tertentu. Grup adalah struktur aljabar yang terdiri dari satu operasi biner dan memenuhi aksioma-aksioma tertentu. Pemetaan dari grup ke grup disebut dengan homomorfisma grup jika memenuhi aksioma homomorfisma grup. Homomorfisma dari grup ke grup itu sendiri disebut dengan endomorfisma.

Struktur aljabar yang lebih kompleks dari grup adalah ring. Ring merupakan himpunan tak kosong yang dilengkapi dengan dua operasi biner dan memenuhi aksioma-aksioma tertentu. Pemetaan dari ring ke ring disebut dengan homomorfisma ring jika memenuhi aksioma homomorfisma ring. Homomorfisma yang bijektif disebut dengan isomorfisma.

Salah satu struktur aljabar yang akan dibahas pada tugas akhir ini adalah ring regular. Pada tahun 1936 konsep ring regular dikemukakan oleh John Von Neumann. Oleh karena itu, ring regular ini sering disebut dengan ring regular Von Neumann. Ring regular merupakan ring yang memenuhi syarat untuk setiap $x \in R$ terdapat $y \in R$ sehingga $x = xyx$ [7]. Setelah diperkenalkannya ring regular, muncul beberapa konsep baru mengenai ring regular. Salah satunya adalah penyisipan ring regular pada ring regular yang memuat elemen satuan. Konsep ini

dikemukakan oleh L. Fuchs dan I. Halperin pada tahun 1963 [4]. Penelitian yang serupa juga dilakukan oleh Nenosuke Funayama pada tahun 1965 [5].

Dalam perluasan dari ring regular ini terdapat dua tinjauan utama. Tinjauan pertama yaitu endomorfisma R^+ yang merupakan endomorfisma grup R dengan operasi penjumlahan yang memenuhi kondisi

$$(x + y)\rho = (x)\rho + (y)\rho \text{ dan } (xy)\rho = ((x)\rho)y = x((y)\rho) \text{ untuk setiap } x, y \in R$$

dan $\rho \in \tilde{R}$ dimana \tilde{R} adalah koleksi semua endomorfisma R^+ . Tinjauan kedua yaitu perluasan dari ring regular. Ring A dikatakan dapat disisipkan pada ring B atau dengan kata lain ring B adalah perluasan dari ring A jika terdapat C yang merupakan subring dari B sedemikian hingga A isomorfis dengan C .

1.2 Perumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, permasalahan yang akan dibahas pada tugas akhir ini adalah bagaimanakah konsep perluasan dari ring regular.

1.3 Pembatasan Masalah

Dalam tugas akhir ini hanya akan dibahas mengenai konsep endomorfisma R^+ dan konsep perluasan dari ring regular beserta sifat-sifat yang berlaku di dalamnya.

1.4 Tujuan

Tujuan penulisan tugas akhir ini adalah untuk memberikan pemahaman mengenai konsep endomorfisma R^+ dan konsep perluasan dari ring regular beserta sifat-sifat yang berlaku di dalamnya.

1.5 Metode Penulisan

Metode yang digunakan penulis dalam penyusunan tugas akhir ini adalah metode studi literatur yang dilakukan dengan mengumpulkan pustaka-pustaka yang berkaitan dengan endomorfisma R^+ dan konsep perluasan dari ring regular.

1.6 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan pada tugas akhir ini terbagi menjadi empat bab. Bab I Pendahuluan berisi latar belakang, perumusan masalah, pembatasan masalah, tujuan, metode penulisan, dan sistematika penulisan. Bab II Teori Penunjang memuat materi-materi penunjang yang digunakan dalam pembahasan. Bab ini meliputi himpunan, pemetaan, operasi biner, grup, dan ring. Bab III memuat pembahasan dalam mempelajari pengertian endomorfisma R^+ dan konsep perluasan dari ring regular. Bab IV Penutup berisi mengenai kesimpulan dari keseluruhan pembahasan.