

BAB I

PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang

Teori graf merupakan salah satu cabang matematika yang sangat penting karena dapat diterapkan pada berbagai bidang ilmu; seperti fisika, kimia, biologi, ilmu komunikasi, ilmu komputer, maupun bidang ilmu lainnya. Teori graf adalah ilmu yang berkembang sangat pesat bahkan dalam perkembangannya dapat disejajarkan dengan ilmu aljabar yang lebih dahulu berkembang. Pada dasarnya ilmu aljabar berkembang pesat karena ilmu aljabar berhubungan dengan himpunan, operasi, dan sifat struktur-struktur di dalamnya.

Keunikan teori graf adalah kesederhanaan pokok bahasan yang dipelajarinya karena dapat disajikan sebagai titik (*verteks*) dan garis (*edge*). Meskipun pokok bahasan dari topik-topik teori Graf sangat sederhana, tetapi isi di dalamnya tidaklah sesederhana itu. Kerumitan-kerumitan masalah selalu ada dan bahkan sampai saat ini masih ada masalah yang belum terselesaikan.

Secara garis besar, menurut R. J. Wilson dan J. M. Aldous [11] ada empat masalah pokok dalam Teori Graf yaitu:

1. Masalah eksistensi, yaitu masalah yang berhubungan dengan pertanyaan, apakah ada suatu graf? Apakah memungkinkan untuk dibuat atau dibangun suatu graf?.

2. Masalah konstruksi, yaitu masalah yang berhubungan dengan pengonstruksian atau pembentukan. Jika suatu graf ada, apakah mungkin graf tersebut dibuat dan bagaimana membuatnya?
3. Masalah Enumerasi, yaitu masalah yang berhubungan dengan penghitungan atau pencacahan. Berapa banyak graf seperti itu? Bagaimana cara untuk dapat menghitungnya?
4. Masalah Optimisasi, yaitu masalah yang berhubungan dengan keputusan yang terbaik, terdekat, atau terpanjang. Jika ada banyak kemungkinan, bagaimana caranya untuk mendapatkan yang terbaik tersebut.

Sebelumnya telah ada skripsi mengenai Teorema Polya dan Teorema *Burnside*, namun keduanya membahas tentang pewarnaan graf. Pada tulisan yang telah dibuat oleh Nur Cholilah [7], menjelaskan aksi grup pada suatu himpunan dengan orbit yang stabil akan membentuk Teorema *Burnside* yang berguna untuk mencari banyaknya pola suatu kombinasi dari pewarnaan grup permutasi. Sedangkan, Teorema Polya digunakan untuk menghitung banyaknya pola dengan menggunakan indeks sikel dari grup permutasi yang bekerja pada himpunan X . Teorema Polya dengan bobot fungsi digunakan untuk mencari banyaknya warna dari pola-pola yang terbentuk.

Sedangkan skripsi dari Aris Marjuni [2], menjelaskan tentang perluasan Teorama Polya. Teorema Polya I digunakan untuk menghitung banyaknya pola yang mungkin terjadi serta untuk mengetahui bentuk-bentuk polanya. Teorema Polya II digunakan untuk menghitung pola-pola tertentu berdasarkan partisi

bilangan positif n , serta mencari banyaknya warna dari pola-pola yang terbentuk. Teorema Polya 3; digunakan untuk menghitung banyaknya pola berdasarkan deret hitung. Teorema *de Bruijn* digunakan untuk menghitung banyaknya pola melalui grup permutasi G yang bekerja pada D dan yang tidak berubah oleh permutasi k dari elemen-elemen dalam R .

1.2. Permasalahan

Berdasarkan latar belakang di atas, permasalahan yang diangkat dalam tugas akhir ini adalah bagaimana menghitung banyaknya (jumlah) graf sederhana yang tidak isomorfis dengan menggunakan Teorema Polya.

1.3. Pembatasan Masalah

Agar ruang lingkup tulisan ini tidak terlalu luas dan lebih jelas arahnya maka penulis membatasi masalah enumerasi dikhususkan tentang masalah enumerasi yang berhubungan dengan penghitungan jumlah graf sederhana yang tidak isomorfis. Pada permasalahan ini diberikan contoh pada graf sederhana dengan 4 titik.

1.4. Tujuan Penulisan

Sesuai dengan rumusan masalah yang telah dikemukakan, maka tujuan penulisan ini adalah :

1. Membangkitkan indeks sikel polynomial grup.

2. Mengaplikasikan Teorema Polya I dan Teorema Polya II dalam menghitung banyaknya (jumlah) graf sederhana yang tidak isomorfis antara satu dengan yang lainnya.

1.5. Metode Penulisan

Metode yang digunakan oleh penulis dalam menyusun tugas akhir ini adalah studi literatur yang dilakukan dengan mengumpulkan bahan pustaka yang berkaitan dengan graf dan Teorema Polya. Selanjutnya mempelajari definisi–definisi serta teorema-teorema yang mendukung tentang keberadaan Teorema Polya.

1.6. Sistematika Penulisan

Tugas akhir ini dibagi menjadi 4 bab yang dilengkapi dengan abstrak, kata pengantar, daftar isi dan daftar simbol yang mendukung.

Bab I Pendahuluan. Bab ini memuat latar belakang, permasalahan, pembatasan masalah, tujuan penulisan, metode penulisan dan sistematika penulisan.

Bab II Materi Penunjang memuat materi penunjang yang digunakan dalam pembahasan tugas akhir ini. Bab ini berisi materi tentang himpunan, fungsi, grup, grup permutasi, subgroup, aksi grup dan graf.

Bab III Pembahasan, bab ini berisi materi yang merupakan pokok bahasan dalam tugas akhir yaitu Teorema Polya I dan Teorema Polya II. Pada bab ini dijelaskan bagaimana mengaplikasikan Teorema Polya dalam Enumerasi Graf.

Bab IV Penutup, berisikan kesimpulan dari seluruh pembahasan tugas akhir ini. Selain itu, juga dimuat mengenai saran-saran penulis untuk mengembangkan sistem pendukung keputusan dalam tugas akhir ini.