

**REGRESI *ROBUST* MM-ESTIMATOR  
UNTUK PENANGANAN PENCILAN  
PADA REGRESI LINIER BERGANDA**



---

---

SKRIPSI

---

---

**Disusun Oleh :**  
**SHERLY CANDRANINGTYAS**  
**J2E 008 053**

**JURUSAN STATISTIKA  
FAKULTAS SAINS DAN MATEMATIKA  
UNIVERSITAS DIPONEGORO  
SEMARANG  
2013**

**REGRESI *ROBUST* MM-ESTIMATOR  
UNTUK PENANGANAN PENCILAN  
PADA REGRESI LINIER BERGANDA**

**Disusun oleh :**

**SHERLY CANDRANINGTYAS**

**J2E 008 053**

**Sebagai Salah Satu Syarat untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains  
pada Jurusan Statistika**

**JURUSAN STATISTIKA  
FAKULTAS SAINS DAN MATEMATIKA  
UNIVERSITAS DIPONEGORO  
SEMARANG**

**2013**

## HALAMAN PENGESAHAN I

Judul : REGRESI *ROBUST* MM-ESTIMATOR UNTUK PENANGANAN  
PENCILAN PADA REGRESI LINIER BERGANDA

Nama : SHERLY CANDRANINGTYAS

NIM : J2E 008 053

Telah diujikan pada sidang Tugas Akhir tanggal 20 Agustus 2013 dan dinyatakan  
lulus pada tanggal 30 Agustus 2013.

Semarang, September 2013

Mengetahui,

Ketua Jurusan Statistika

ESM UNDIP,



Dra. Hj. Dwi Ispriyanti, M.Si  
NIP. 1957 09 14 1986 03 2 001

Panitia Penguji Ujian Tugas Akhir

Ketua,

A handwritten signature in black ink, belonging to the chairperson of the final exam committee.

Drs. Sudarno, M.Si  
NIP. 1964 07 09 1992 01 1 001

## HALAMAN PENGESAHAN II

Judul : REGRESI *ROBUST* MM-ESTIMATOR UNTUK PENANGANAN  
PENCILAN PADA REGRESI LINIER BERGANDA

Nama : SHERLY CANDRANINGTYAS

NIM : J2E 008 053

Telah diujikan pada sidang Tugas Akhir tanggal 20 Agustus 2013.

Semarang, September 2013

Pembimbing I



Diah Safitri, S.Si, M.Si

NIP. 1975 10 08 2003 12 2 001

Pembimbing II



Dra. Hj. Dwi Ispriyanti, M.Si

NIP. 1957 09 14 1986 03 2 001

## KATA PENGANTAR

Puji syukur penulis panjatkan pada Allah SWT atas rahmat, hidayah, serta karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan penulisan tugas akhir dengan judul **“REGRESI *ROBUST* MM-ESTIMATOR UNTUK PENANGANAN PENCILAN PADA REGRESI LINIER BERGANDA ”**.

Penulis menyadari tanpa bantuan dari berbagai pihak, tugas akhir ini tidak akan dapat diselesaikan. Oleh karena itu, penulis ingin menyampaikan rasa terima kasih kepada:

1. Ibu Dra. Hj. Dwi Ispriyanti, M.Si selaku Ketua Jurusan Statistika Fakultas Sains dan Matematika Universitas Diponegoro dan Dosen Pembimbing II, atas saran dan pengarahannya sehingga penyusunan skripsi menjadi lebih sempurna.
2. Ibu Diah Safitri, S.Si, M.Si selaku Dosen Pembimbing I, atas bimbingan, saran, dan pengarahan sehingga penyusunan skripsi dapat terselesaikan.
3. Seluruh staf pengajar pada Jurusan Statistika, atas segala arahan, bimbingan dan bantuan selama penulis menempuh proses pendidikan sampai saat ini.

Penulis menyadari bahwa penulisan tugas akhir ini masih jauh dari kesempurnaan. Oleh karena itu penulis mengharap kritik dan saran yang sifatnya membangun. Semoga penulisan tugas akhir ini dapat bermanfaat bagi semua pihak.

Semarang, September 2013

Penulis

## ABSTRAK

Model regresi linier berganda digunakan untuk mempelajari hubungan antara sebuah variabel tak bebas dan lebih dari satu variabel bebas. Metode estimasi yang paling sering digunakan untuk menganalisis regresi adalah metode kuadrat terkecil. Metode kuadrat terkecil untuk model regresi linier dikenal sangat sensitif terhadap pencilan. Regresi *robust* adalah metode yang penting untuk menganalisis data yang terkontaminasi oleh pencilan. Tugas akhir ini akan membahas regresi *robust* MM-*estimator*. Estimasi ini merupakan gabungan metode estimasi yang mempunyai nilai *breakdown* yang tinggi (LTS-*estimator* atau S-*estimator*) dan M-*estimator*. Langkah-langkah metode MM-*estimator* secara umum ada tiga langkah: estimasi parameter awal regresi dihitung dengan metode LTS-*estimator*, residual dan skala *robust* dengan menggunakan M-*estimator*, dan estimasi parameter akhir dengan metode M-*estimator*. Tujuan penulisan tugas akhir ini adalah mendeteksi pencilan dengan menggunakan DFFITS dan menentukan persamaan regresi linier berganda yang mengandung pencilan dengan menggunakan metode regresi *robust* MM-*estimator*. Data yang digunakan adalah data bangkitan dari *software* Minitab 14.0. Berdasarkan hasil analisis dapat disimpulkan bahwa data ke-21, 27, 34 merupakan pencilan dan persamaan regresi linier berganda dengan menggunakan estimasi regresi *robust* MM-*estimator* adalah  $\hat{y} = 3.97 + 0.392 x_1 - 0.810 x_2 - 0.263 x_3 + 0.968 x_4$ .

**Kata Kunci** : Regresi Linier Berganda, Metode Kuadrat Terkecil, Pencilan, Regresi *Robust* LTS-*Estimator*, Regresi *Robust* M-*Estimator*, Regresi *Robust* MM-*Estimator*

## ABSTRACT

The multiple linear regression model is used to study the relationship between a dependent variable and more than one independent variables. Estimation method which is the most frequently be used to analyze regression is Ordinary Least Squares (OLS). OLS for linear regression models is known to be very sensitive to outliers. Robust regression is an important method for analyzing data contaminated by outliers. This paper will discuss the robust regression MM-estimator. This estimation is a combined estimation method which has a high breakdown value (LTS-estimator or S-estimator) and M-estimator. Generally, there are three steps for MM-estimator: estimation of regression parameters initial using LTS-estimators, residual and robust scale using M-estimator, and the final estimation parameter using M-estimator. The purpose of writing this paper are to detect outliers using DFFITS and determine the multiple linear regression equations containing outliers using robust regression MM-estimator. The data used is the generated data from software Minitab 14.0. Based on the analysis results can be concluded that data 21<sup>st</sup>, 27<sup>th</sup>, 34<sup>th</sup> are outliers and equation of multiple linear regression using robust regression MM-estimators is  $\hat{y} = 3.97 + 0.392 x_1 - 0.810 x_2 - 0.263 x_3 + 0.968 x_4$ .

**Keywords :** Multiple Linear Regression, Ordinary Least Square (OLS), Outliers, Robust Regression LTS-Estimator, Robust Regression M-Estimator, Robust Regression MM-Estimator

## DAFTAR ISI

	<b>Halaman</b>
<b>HALAMAN JUDUL</b> .....	i
<b>HALAMAN PENGESAHAN I</b> .....	ii
<b>HALAMAN PENGESAHAN II</b> .....	iii
<b>KATA PENGANTAR</b> .....	iv
<b>ABSTRAK</b> .....	v
<b>ABSTRACT</b> .....	vi
<b>DAFTAR ISI</b> .....	vii
<b>DAFTAR TABEL</b> .....	ix
<b>DAFTAR LAMPIRAN</b> .....	x
<b>BAB I PENDAHULUAN</b>	
1.1 Latar Belakang .....	1
1.2 Tujuan .....	3
<b>BAB II TINJAUAN PUSTAKA</b>	
2.1 Regresi Linier Berganda .....	4
2.2 Metode Kuadrat Terkecil Untuk Regresi Linier Berganda .....	5
2.3 Uji Asumsi Regresi Linier Berganda .....	8
2.3.1 Uji Normalitas .....	8
2.3.2 Uji Multikolinieritas .....	9
2.3.3 Uji Heteroskedastisitas .....	10
2.3.4 Uji Autokorelasi .....	11



2.3.5	Uji Linieritas .....	13
2.3.5	Uji $E(e_i) = 0$ .....	14
2.4	Uji Goodness Of Fit .....	14
2.5	Uji Kecocokan Model (Uji-F) .....	15
2.6	Pencilan (Outlier) .....	15
2.6.1	Pengujian Pencilan dengan Uji <i>DFFITs</i> .....	16
2.7	Fungsi Obyektif .....	17
2.8	Regresi <i>Robust</i> .....	20
2.8.1	<i>Robust M-Estimator</i> .....	21
2.8.2	<i>Robust LTS (Least Trimmed Square)-Estimator</i> .....	24
2.8.3	<i>Robust MM-Estimator</i> .....	25
 <b>BAB III METODOLOGI PENELITIAN</b>		
3.1	Sumber Data .....	27
3.2	Variabel Penelitian .....	27
3.3	Metode Analisis Data .....	27
 <b>BAB IV PEMBAHASAN</b>		
4.1	Uji Kecocokan Model (Uji-F) .....	31
4.2	Pendeteksian Pencilan .....	32
4.3	Perhitungan Estimasi Parameter dengan <i>MM-Estimator</i> .....	32
 <b>BAB V KESIMPULAN</b> .....		
<b>54</b>		
 <b>DAFTAR PUSTAKA</b> .....		
<b>55</b>		

## DAFTAR TABEL

	<b>Halaman</b>
Tabel 1. Pengambilan Keputusan Uji Durbin Watson .....	12
Tabel 2. Fungsi Obyektif dan Fungsi Pembobot untuk Estimasi Kuadrat Terkecil, Huber, dan Tukey Bisquare .....	19
Tabel 3. Regresi <i>robust LTS-estimator</i> .....	33
Tabel 4. Iterasi pertama regresi <i>robust LTS-estimator</i> .....	35
Tabel 5. Iterasi kedua regresi <i>robust LTS-estimator</i> .....	37
Tabel 6. Iterasi ketiga regresi <i>robust LTS-estimator</i> .....	40
Tabel 7. Iterasi keempat regresi <i>robust LTS-estimator</i> .....	42
Tabel 8. Hasil Parameter Regresi <i>Robust LTS-Estimator</i> .....	44
Tabel 9. Iterasi pertama regresi <i>robust M-estimator</i> .....	45
Tabel 10. Iterasi kedua regresi <i>robust M-estimator</i> .....	47
Tabel 11. Iterasi keduapuluhenam regresi <i>robust M-estimator</i> .....	49
Tabel 12. Iterasi keduapuluhtujuh regresi <i>robust M-estimator</i> .....	51
Tabel 13. Hasil Parameter Regresi <i>Robust MM-Estimator</i> .....	53

## DAFTAR LAMPIRAN

	<b>Halaman</b>
Lampiran 1. Data.....	59
Lampiran 2. Output Regresi Linier Berganda Dengan Metode Kuadrat Terkecil .....	61
Lampiran 3. Pendeteksian Pencilan.....	62
Lampiran 4. Output Regresi <i>Robust</i> MM- <i>Estimator</i> Untuk Regresi Linier Berganda.....	63

## BAB I

### PENDAHULUAN

#### 1.1 Latar Belakang

Menurut Greene (1951), model regresi linier berganda digunakan untuk mempelajari hubungan antara sebuah variabel tak bebas dan lebih dari satu variabel bebas. Bentuk model regresi linier berganda dengan  $k$  variabel bebas adalah:  $y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \dots + \beta_k x_{ik} + \varepsilon_i$ ,  $y_i$  adalah variabel tak bebas pada pengamatan ke- $i$ ,  $x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{ik}$  adalah nilai variabel bebas pada pengamatan ke- $i$  dan parameter ke- $k$ ,  $\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_k$  adalah parameter regresi, dan  $\varepsilon_i$  adalah error pada pengamatan ke- $i$  (Montgomery and Peck, 1992).

Menurut Montgomery and Peck (1992), metode estimasi yang digunakan untuk menganalisis regresi adalah metode kuadrat terkecil. Metode kuadrat terkecil mempunyai asumsi-asumsi tertentu. Asumsi tersebut yaitu memiliki parameter-parameter yang bersifat linier, error mempunyai nilai rata-rata sebesar nol, homoskedastisitas, tidak terjadi autokorelasi, tidak terjadi multikolinieritas, dan error berdistribusi normal (Gujarati, 2007).

Menurut Willems and Aelst (2005), metode kuadrat terkecil untuk model regresi linier dikenal sangat sensitif terhadap pencilan pada data. Pencilan merupakan suatu keganjilan dan menandakan suatu titik data yang sama sekali tidak sama dengan data yang lain. Oleh karena itu, suatu pencilan patut diperiksa

secara seksama, sehingga alasan dibalik keganjilan itu dapat diketahui (Draper and Smith, 1992).

Berbagai kaidah telah diajukan untuk menolak pencilan (memutuskan untuk menghilangkan data yang ada pencilannya, setelah itu data dianalisis ulang tanpa pencilan). Penolakan pencilan yang begitu saja bukanlah langkah yang bijaksana. Adakalanya pencilan dapat memberikan informasi yang tidak bisa diberikan oleh titik data lainnya, misalnya karena pencilan timbul dari kombinasi keadaan yang tidak biasa yang mungkin saja sangat penting dan perlu diselidiki lebih jauh. Sebagai kaidah umum, pencilan baru ditolak jika setelah ditelusuri ternyata merupakan akibat dari kesalahan-kesalahan seperti memasukkan ukuran atau analisis yang salah, ketidaktepatan pencatatan data, dan terjadi kerusakan alat pengukuran. Bila ternyata bukan akibat dari kesalahan-kesalahan semacam itu, penyelidikan yang seksama harus dilakukan (Draper and Smith, 1992).

Regresi *robust* adalah metode yang penting untuk menganalisis data yang terkontaminasi oleh pencilan . Regresi robust terdiri dari 5 metode estimasi, antara lain: *M-estimator*, *Least Median Square (LMS)-estimator*, *Least Trimmed Square (LTS)-estimator*, *S-estimator*, dan *MM-estimator*. Metode estimasi MM dikenalkan oleh Yohai pada tahun 1987. Estimasi ini merupakan gabungan metode estimasi yang mempunyai nilai *breakdown* yang tinggi (*LTS-estimator* atau *S-estimator*) dan *M-estimator* (Chen, 2002).

Langkah metode *MM-estimator* secara umum ada tiga langkah. Pertama, estimasi regresi awal dihitung dengan metode *LTS-estimator*. Tahap kedua,

menghitung residual berdasarkan estimasi regresi dan skala *robust* dengan menggunakan *M-estimator*. Terakhir, menghitung estimasi parameter akhir dengan metode *M-estimator* (Yohai, 1987).

Analisis regresi *robust* yang pernah ditulis sebelumnya antara lain: Elen Dwi Pradewi (2012) memodelkan regresi linier berganda “ketahanan pangan di Jawa Tengah tahun 2007” menggunakan regresi *robust* estimasi M-IRLS dengan fungsi pembobot Huber dan Tukey Bisquare, dan Ory Ade Maulana (2012) menggunakan regresi *robust Least Trimmed Square* dengan algoritma *Fast-LTS* dan *C-Steps* untuk mengatasi pencilan pada regresi linier.

Pada penulisan tugas akhir ini, yang dibahas adalah mengenai estimasi parameter regresi linier berganda yang mengandung pencilan, tanpa menghilangkan pencilan dengan menggunakan metode regresi *robust MM-estimator*.

## 1.2 Tujuan

Adapun tujuan dari penulisan tugas akhir ini adalah

1. Mendeteksi pencilan pada data bangkitan yang digunakan dalam tugas akhir ini dengan menggunakan *DFFITs*.
2. Menentukan persamaan regresi linier berganda yang mengandung pencilan dengan menggunakan metode regresi *robust MM-estimator*.