

**PENENTUAN KOEFISIEN KORELASI KANONIK DAN
INTERPRETASI FUNGSI KANONIK MULTIVARIAT**



SKRIPSI

Oleh :

MUHAMAD FALIQUUL ASBAH

J2E 008 040

**JURUSAN STATISTIKA
FAKULTAS SAINS DAN MATEMATIKA
UNIVERSITAS DIPONEGORO
SEMARANG**

2013

**PENENTUAN KOEFISIEN KORELASI KANONIK DAN INTERPRETASI
FUNGSI KANONIK MULTIVARIAT**

Oleh :

MUHAMAD FALIQL ASBAH

NIM : J2E 008 040

Sebagai Salah Satu Syarat untuk Memperoleh Gelar
Sarjana Sains pada Jurusan Statistika

**JURUSAN STATISTIKA
FAKULTAS SAINS DAN MATEMATIKA
UNIVERSITAS DIPONEGORO
SEMARANG**

2013

HALAMAN PENGESAHAN I

Judul : Penentuan Koefisien Korelasi Kanonik dan Interpretasi Fungsi Kanonik
Multivariat

Nama : Muhamad Faliqul Asbah

NIM : J2E 008 040

Telah diujikan pada sidang Tugas Akhir tanggal 23 Januari 2013 dan dinyatakan
lulus pada tanggal 15 Februari 2013.

Semarang, 15 Februari 2013

Mengetahui,
Ketua Jurusan Statistika
FSM UNDIP

Panitia Penguji Ujian Tugas Akhir
Ketua,

Dra. Hj. Dwi Ispriyanti, M.Si
NIP. 1957 09 14 1986 03 2 001

Triastuti Wuryandari, S.Si, M.Si
NIP. 1971 09 06 1998 03 2 001

HALAMAN PENGESAHAN II

Judul : Penentuan Koefisien Korelasi Kanonik dan Interpretasi Fungsi Kanonik
Multivariat

Nama : Muhamad Faliqul Asbah

NIM : J2E 008 040

Telah diujikan pada sidang Tugas Akhir tanggal 23 Januari 2013.

Semarang, 15 Februari 2013

Pembimbing I

Pembimbing II

Drs. Sudarno, M.Si
NIP. 1964 07 09 1992 01 1 001

Diah Safitri, S.Si., M.Si
NIP. 1975 10 08 2003 12 2 001

KATA PENGANTAR

Puji syukur kehadirat Allah SWT yang telah memberikan segala nikmat dan kasih sayang-Nya kepada kita. Alhamdulillah atas kekuatan dan kesabaran yang disampaikan sehingga penulis dapat menyelesaikan Tugas Akhir yang berjudul: “**Penentuan Koefisien Korelasi Kanonik dan Interpretasi Fungsi Kanonik Multivariat**”. Shalawat serta salam semoga selalu tercurah kepada Nabi Muhammad SAW, keluarga, sahabat, dan umatnya yang terus berjuang hingga akhir zaman.

Penulisan Tugas Akhir ini disusun sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Strata Satu (S1) pada Jurusan Statistika Fakultas Sains dan Matematika Universitas Diponegoro Semarang. Pada kesempatan ini penulis ingin mengucapkan terima kasih kepada :

1. Ibu Dra. Hj. Dwi Ispriyanti, M.Si selaku Ketua Jurusan Statistika Fakultas Sains dan Matematika Universitas Diponegoro.
2. Bapak Drs. Sudarno, M.Si selaku Dosen Pembimbing I atas bimbingan, saran, dan pengarahan sehingga penyusunan skripsi dapat terselesaikan.
3. Ibu Diah Safitri, S.Si., M.Si selaku Dosen Pembimbing II atas saran dan pengarahan sehingga penyusunan skripsi menjadi lebih baik.
4. Bapak dan Ibu dosen Jurusan Statistika atas ilmu dan bimbingan selama penulis menempuh studi di jurusan statistika.
5. Keluarga yang senantiasa mendoakan dan memberikan dukungan baik secara moril maupun materiil.

Penulis menyadari bahwa dalam penulisan Tugas Akhir ini masih jauh dari kesempurnaan. Oleh karena itu penulis mengharap kritik dan saran yang membangun (dapat melalui email ke faliqasbah@gmail.com). Semoga penulisan Tugas Akhir ini dapat bermanfaat bagi semua pihak.

Semarang, 15 Februari 2013

Penulis

ABSTRAK

Analisis korelasi kanonik merupakan suatu teknik yang berguna untuk mengidentifikasi dan mengukur hubungan linier, yang melibatkan beberapa variabel dependen dan independen. Korelasi kanonik fokus pada korelasi antara kombinasi linier dari suatu himpunan variabel independen dengan kombinasi linier dari himpunan variabel dependen. Pasangan kombinasi liniernya disebut fungsi kanonik, dan korelasinya disebut koefisien korelasi kanonik. Asumsi statistik yang harus dipenuhi adalah: linieritas, normalitas multivariat, homoskedastisitas, dan nonmultikolinieritas. Penggunaan variabel terdiri atas tiga variabel dependen $y_1 =$ Kelembaban relatif harian maksimum, $y_2 =$ Kelembaban relatif harian minimum, dan $y_3 =$ Daerah terpadu di bawah kurva kelembaban harian dan tiga variabel independen $x_1 =$ Suhu udara harian maksimum, $x_2 =$ Suhu udara harian minimum, dan $x_3 =$ Daerah terpadu di bawah kurva suhu udara harian. Hasil analisis korelasi kanonik menunjukkan bahwa terdapat dua korelasi kanonik yang signifikan antara tingkat suhu udara harian dengan tingkat kelembaban harian. Indeks redundansi menunjukkan bahwa tingkat kelembaban harian dapat menjelaskan jumlah keragaman sebesar 69 % dari variabel independen (tingkat suhu udara harian). Sebaliknya, tingkat suhu udara harian dapat menjelaskan jumlah keragaman sebesar 60 % dari variabel dependen (tingkat kelembaban harian). Interpretasi melibatkan pemeriksaan pada fungsi kanonik untuk menentukan kontribusi relatif dari masing-masing variabel asal dalam hubungan kanonik: bobot kanonik, muatan kanonik, dan muatan silang kanonik menunjukkan bahwa urutan variabel yang berkontribusi pada variabel independen adalah x_1 , x_3 , dan x_2 . Kemudian, urutan variabel yang berkontribusi pada variabel dependen adalah y_1 , y_2 , dan y_3 .

Kata Kunci: Koefisien Korelasi Kanonik, Fungsi Kanonik, Indeks Redundansi, Bobot Kanonik, Muatan Kanonik, Muatan Silang Kanonik.

ABSTRACT

Canonical correlation analysis is a useful technique to identify and quantify the linear relationships, involving multiple independent and multiple dependent variable. It focuses on the correlation between a linear combination of the variables in one set independent and a linear combination of the variables in another set dependent. The pairs of linear combinations are called canonical function, and their correlation are called canonical correlation coefficient. The statistical assumptions should be fulfilled are: linearity, multivariate normality, homoscedasticity, and nonmulticollinearity. The use of variable consists of three dependent variable $y_1 = \text{Maximum daily relative humidity}$, $y_2 = \text{Minimum daily relative humidity}$, and $y_3 = \text{Integrated area under daily humidity curve}$ and three independent variable $x_1 = \text{Maximum daily air temperature}$, $x_2 = \text{Minimum daily air temperature}$, and $x_3 = \text{Integrated area under daily air temperature curve}$. For The result of canonical correlation analysis indicate that there are two significant canonical correlation between the daily air temperature level with the daily humidity level. The redundancy index showed that the daily humidity level can explained a total of 69 % of the variance in the daily air temperature level, otherwise the daily air temperature level can explained a total 60 % of the variance in the daily humidity level. Interpretations involves examining the canonical function to determine the relative contribution of each of the original variables in the canonical relationships: canonical weights, canonical loadings, and canonical cross loadings showed that the sequence variables which contribute on the independent variate are x_1 , x_3 , and x_2 . Then, the sequence variables which contribute on the dependent variate are y_1 , y_2 , and y_3 .

Keywords: Canonical Correlation Coefficient, Canonical Function, Redundancy Index, Canonical weights, Canonical Loadings, and Canonical Cross Loadings.

DAFTAR ISI

	Halaman
HALAMAN JUDUL.....	i
HALAMAN PENGESAHAN I	ii
HALAMAN PENGESAHAN II.....	iii
KATA PENGANTAR	iv
ABSTRAK	v
ABSTRACT.....	vi
DAFTAR ISI.....	vii
DAFTAR SIMBOL.....	x
DAFTAR TABEL.....	xi
DAFTAR GAMBAR	xii
DAFTAR LAMPIRAN.....	xiii
BAB I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Tujuan Penulisan	3
BAB II TINJAUAN PUSTAKA.....	4
2.1 Matriks dan Vektor.....	4
2.1.1 Macam-macam Matriks.....	5
2.1.2 Transpose Matriks	6
2.1.3 Determinan Matriks.....	8
2.1.4 Invers Matriks.....	12
2.1.5 Matriks Varian Kovarian.....	14

2.1.6	Vektor	17
2.1.7	Vektor Rata-rata	17
2.1.8	Koefisien Korelasi	19
2.2	Analisis Korelasi Kanonik	20
2.2.1	Korelasi Kanonik	20
2.2.2	Penentuan Penduga Koefisien Korelasi Kanonik dan Fungsi Kanonik	20
2.3	Asumsi Korelasi Kanonik	25
2.3.1	Linieritas	25
2.3.2	Variabel Independen dan Dependen Berdistribusi Normal Multivariat	25
2.3.3	Homoskedastisitas	26
2.3.4	Nonmultikolinieritas	27
2.4	Uji Signifikansi Korelasi Kanonik	28
2.4.1	Uji Korelasi Kanonik secara Keseluruhan	28
2.4.2	Uji secara Sebagian	29
2.5	Analisis Redundansi	30
2.6	Interpretasi Fungsi Kanonik	31
2.6.1	Bobot Kanonik	30
2.6.2	Muatan Kanonik	31
2.6.3	Muatan silang Kanonik	32
BAB III METODOLOGI PENELITIAN		34
3.1	Variabel Penelitian	34
3.2	Jenis dan Sumber Data	34

3.3	Software yang Digunakan	34
3.4	Langkah Analisis Data	35
BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN		38
4.1	Uji Asumsi Korelasi Kanonik	38
4.1.1	Linieritas.....	38
4.1.2	Variabel Independen dan Dependen Berdistribusi Normal Multivariat	39
4.1.3	Homoskedastisitas	44
4.1.4	Nonmultikolinieritas.....	46
4.2	Penentuan Koefisien Korelasi Kanonik dan Fungsi Kanonik.....	47
4.3	Uji Signifikansi Korelasi Kanonik	53
4.3.1	Uji Korelasi Kanonik secara Keseluruhan	53
4.3.2	Uji secara Sebagian	54
4.4	Analisis Redundansi	57
4.5	Interpretasi Fungsi Kanonik	60
4.5.1	Bobot Kanonik	60
4.5.2	Muatan Kanonik	61
4.5.3	Muatan Silang Kanonik.....	62
BAB V KESIMPULAN		64
DAFTAR PUSTAKA		66
LAMPIRAN		68

DAFTAR SIMBOL

	: Matriks Varian-Kovarian
Y	: Matriks Variabel Dependen
X	: Matriks Variabel Independen
<i>n</i>	: Banyak Pengamatan
<i>p</i>	: Banyak Variabel Dependen
<i>q</i>	: Banyak Variabel Independen
Λ	: <i>Lambda</i> , Koefisien Wilk's Lambda
d_j^2	: Jarak <i>Mahalanobis</i>
r_c	: Koefisien Korelasi Kanonik
λ	: Nilai Eigen
U	: Variabel Kanonik untuk Variabel Dependen
V	: Variabel Kanonik untuk Variabel Independen
S	: Matriks Varian Kovarian Sampel
R	: Matriks Partisi R
RI	: Indeks Redundansi
R_{xV}	: Muatan Kanonik Himpunan Variabel Independen
R_{yU}	: Muatan Kanonik Himpunan Variabel Dependen
R_{xU}	: Muatan Silang Kanonik Himpunan Variabel Independen
R_{yV}	: Muatan Silang Kanonik Himpunan Variabel Dependen

DAFTAR TABEL

	Halaman
Tabel 1 Linieritas	39
Tabel 2 Nilai Jarak Mahalanobis dan Kuantil Chi-Square Variabel Independen.....	40
Tabel 3 Nilai Jarak Mahalanobis dan Kuantil Chi-Square Variabel Dependen	42
Tabel 4 Nonmultikolinieritas	47
Tabel 5 Koefisien Korelasi Kanonik	49
Tabel 6 Uji Signifikansi Multivariat.....	54
Tabel 7 Uji Signifikansi secara Sebagian	57
Tabel 8 Indeks Redundansi Fungsi Kanonik Pertama.....	58
Tabel 9 Indeks Redundansi Fungsi Kanonik Kedua.....	59
Tabel 10 Bobot, Muatan, Muatan Silang Fungsi Kanonik Pertama.....	63
Tabel 11 Bobot, Muatan, Muatan Silang Fungsi Kanonik Kedua.....	63

DAFTAR GAMBAR

	Halaman
Gambar 1 Diagram Alir Analisis Data	37
Gambar 2 Grafik Chi-Square Asumsi Normal Multivariat pada Variabel Independen	41
Gambar 3 Grafik Chi-Square Asumsi Normal Multivariat pada Variabel Dependen	43
Gambar 4 Scatterplot antara y_1 terhadap x_1, x_2, x_3	44
Gambar 5 Scatterplot antara y_2 terhadap x_1, x_2, x_3	45
Gambar 6 Scatterplot antara y_3 terhadap x_1, x_2, x_3	45

DAFTAR LAMPIRAN

	Halaman
Lampiran 1 Data Tingkat Suhu Udara Harian dan Kelembaban Harian	69
Lampiran 2 Program Korelasi Kanonik dengan SAS ver 9.0	70
Lampiran 3 Program Korelasi Kanonik dengan SPSS 16.0.....	75
Lampiran 4 Uji Asumsi Linieritas dengan SPSS 16.0.....	79
Lampiran 5 Uji Asumsi Normalitas Multivariat dengan R 2.15.2.....	81
Lampiran 6 Uji Asumsi Nonmultikolinieritas dengan SPSS 16.0.....	85
Lampiran 7 Koefisien Korelasi Kanonik dengan Matlab 7.1	88
Lampiran 8 Nilai Kritis Wilks λ , $\alpha = 0.05$	89
Lampiran 9 Nilai Persentasi Distribusi χ^2	92
Lampiran 10 Nilai Kritis Distribusi F	93

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Korelasi merupakan teknik analisis yang termasuk dalam salah satu teknik pengukuran asosiasi (*measures of association*). Pengukuran asosiasi merupakan istilah umum yang mengarah pada sekelompok teknik dalam statistik yang digunakan untuk mengukur kekuatan hubungan linier antara dua variabel atau di antara beberapa variabel. Salah satu aspek analisis asosiasi adalah untuk memutuskan apakah data sampel yang teramati menyediakan bukti yang cukup untuk menyimpulkan bahwa variabel-variabel dalam populasi asal sampel saling berkaitan atau berhubungan (Daniel, 1978).

Pada beberapa masalah penelitian statistika multivariat, ketertarikan peneliti kadang tidak hanya pada pembentukan model regresi linier antara variabel dependen dengan variabel independen saja, tetapi sebaliknya peneliti tertarik pada hubungan linier dan keterikatan antara dua himpunan variabel, himpunan variabel dependen dengan himpunan variabel independen. Analisis korelasi kanonik adalah jawaban dan penggunaan pada jenis masalah penelitian statistika multivariat seperti ini (Hair *et al.*, 2010).

Analisis korelasi kanonik merupakan teknik statistika multivariat yang dikembangkan oleh Hotelling (1936), metode ini dikembangkan untuk mengidentifikasi dan mengukur tingkat keeratan hubungan linier antara dua himpunan variabel, himpunan variabel dependen $y' = (y_1, y_2, \dots, y_p)$ dan himpunan variabel independen $x = (x_1, x_2, \dots, x_q)$ yang diukur pada unit

sampling yang sama. Korelasi kanonik berfokus pada korelasi maksimum antara kombinasi linear himpunan variabel $y = (y_1, y_2, \dots, y_p)$ dengan kombinasi linear himpunan variabel $x = (x_1, x_2, \dots, x_q)$ (Rencher, 2002).

Penerapan analisis korelasi kanonik telah meningkat sejalan dengan *software* (perangkat lunak) statistik yang telah banyak tersedia. Analisis korelasi kanonik diterapkan di berbagai disiplin ilmu, salah satunya di bidang geografi. Pada suatu studi penelitian mengenai tingkat suhu udara harian dengan tingkat kelembaban harian suatu wilayah pada buku *Methods of Multivariate Analysis* penulis Alvin C. Rencher, analisis korelasi kanonik digunakan untuk mengidentifikasi dan mengukur tingkat keeratan hubungan linier antara himpunan variabel dependen: $y_1 =$ Kelembaban relatif harian maksimum, $y_2 =$ Kelembaban relatif harian minimum, dan $y_3 =$ Daerah terpadu di bawah kurva kelembaban harian dengan himpunan variabel independen: $x_1 =$ Suhu udara harian maksimum, $x_2 =$ Suhu udara harian minimum, dan $x_3 =$ Daerah terpadu di bawah kurva suhu udara harian, dimana salah satu variabel independennya adalah *fixed*, yang berarti ukuran dan observasi di bawah pengawasan peneliti.

Berdasarkan hal tersebut, penulisan skripsi ini fokus pada permasalahan bagaimana mendapatkan nilai penduga koefisien korelasi kanonik antara kombinasi linear dari himpunan variabel dependen dengan himpunan variabel independen, mendapatkan fungsi kanonik kemudian menguji signifikansi korelasi kanonik secara keseluruhan dan sebagian, menjelaskan besarnya jumlah keragaman pada tiap variabel, dan bagaimana melakukan interpretasi fungsi kanonik, interpretasi dilakukan dengan tiga koefisien: bobot kanonik, muatan kanonik, dan muatan silang kanonik.

1.2 Tujuan Penulisan

Tujuan dari penulisan tugas akhir ini adalah :

1. Menguji asumsi-asumsi korelasi kanonik
2. Mendapatkan nilai penduga koefisien korelasi kanonik dan fungsi kanonik
3. Menguji signifikansi korelasi kanonik
4. Melakukan interpretasi fungsi kanonik