BAB III

PEMODELAN DENGAN METODE VOLUME HINGGA

3.1. Pendahuluan

Pemodelan yang dibangun menggunakan kode komputer digunakan untuk melakukan perhitungan matematis dengan memasukkan varibel-variabel yang telah ditentukan yaitu sebagai berikut:

- a. Ketinggian film input dan output adalah 1 μ m. Sedangkan ketinggian fluida masuk didapatkan sesuai dengan *gap ratio* yang akan ditentukan (*hi* = gap ratio *x ho*).
- b. Panjang kontak sliding di bantalan adalah 20 mm.
- c. Kecepatan permukaan yang bergerak adalah sebesar 1 m/s.
- d. Viskositas fluida 0,001 Pa.s
- e. Tekanan atmosfer
- f. Konstanta slip yang digunakan adalah 0,02 $\frac{m}{Pa.s}$. Nilai ini mengacu pada percobaan yang dilakukan oleh Choo, dkk. (2007). Pada percobaan tersebut didapatkan panjang slip sebesar 20 μ m. Sehingga didapatkan nilai konstanta slip sebagai berikut:

$$\alpha = \frac{b}{\mu} = \frac{20.10^{-6}}{0.001} = 0.02$$

- g. Memvariasikan area slip di bagian inlet d = 0, d = 0,25; d = 0,5; dan d = 0,75.
- h. Semua hasil yang didapat ditunjukkan dengan parameter tak berdimensi yaitu tekanan tak berdimensi. Pengubahan menjadi parameter tak berdimensi dilakukan sebagai berikut:

$$P = \frac{ph_o^2}{\mu U_1 L x} \tag{3.1}$$

$$X = \frac{x}{Lx} \tag{3.2}$$

- i. Panjang slip dan tanpa slip adalah sama yaitu setengah dari panjang kontak, yaitu untuk slip 0,5 dari panjang kontak dan tanpa slip adalah 0,5 dari panjang kontak.
- j. Pergerakan area slip T_s dan area tanpa slip T_a dari Lx = 0 sampai Lx = 1

Beberapa kasus seperti dalam Tabel 3.1 menjadi konsentrasi penelitian yang akan diamati:

Tabel 3.1. Kasus-kasus penelitian

NO	KASUS PENELITIAN
1	Permukaan smooth dengan slip
2	Permukaan <i>smooth</i> dengan slip dan menggunakan kavitasi model <i>half-sommerfeld</i>
3	Kekasaran permukaan bertektur rectangular dengan slip
4	Kekasaran permukaan bertektur <i>rectangular</i> dengan slip dan menggunakan kavitasi model <i>half-sommerfeld</i>
5	Kekasaran permukaan bertektur sinusoidal dengan slip
6	Kekasaran permukaan bertektur sinusoidal dengan slip dan menggunakan kavitasi model <i>half-sommerfeld</i>
7	Single-grooved slider

3.2. Kasus I – Permukaan smooth dengan slip

3.2.1. Diskripsi masalah

Langkah penting untuk membangun persamaan aliran fluida di dalam kontak terlubrikasi yang mana terjadi kontak *sliding* dan salah satu permukaannya terjadi slip adalah memodelkan kontak *sliding* dengan *infinite width slider bearing* yaitu lebar bantalan diasumsikan tak hingga, sehingga gradien kecepatan fluida dan tekanan hanya berpengaruh pada arah x. Dan *slider bearing* dimodelkan dalam *inclined pad bearing* yang sederhana seperti pada Gambar 3.1, dimana dua permukaan membentuk *parallel gap.* Pada *bearing* ini ketebalan film atau ketinggian fluida *h* memisahkan dua permukaan. Ketinggian fluida ini merupakan fungsi linier dari x (Persamaan 3.3). Permukaan atas dilabelkan sebagai permukaan 1 yang merupakan permukaan yang

diam. Sedangkan permukaan bawah dilabelkan dengan permukaan 2 adalah permukaan tanpa slip dan bergerak dengan kecepatan U_I (Wu, 2006).



Gambar 3.1 Skematik infinite width slider bearing dengan mixed slip surface

Suatu kontak terlubrikasi heterogen dari slip/tanpa slip atau *mixed slip surface* diaplikasikan pada permukaan 1 yang merupakan permukaan diam. Pada sisi inlet mempunyai ketinggian film sebesar h_i dan pada sisi outlet ketinggian film adalah h_o . Pada permukaan tersebut keadaan yang direkayasa adalah aliran fluida mengalami slip kemudian keluar pada daerah tanpa slip terhadap permukaan 1. Slip terjadi sepanjang area *Ls* dan selanjutnya meninggalkan area slip untuk memasuki area tanpa slip sepanjang area *Lx* setelah digunakan oleh area slip. Dengan asumsi bahwa tidak ada tekanan pada kondisi batas (x = 0 dan x = Lx).

Untuk kasus *smooth* dengan slip ini dimodelkan dengan *Navier slip condition*, sehingga dapat dikatakan bahwa kecepatan slip berbanding lurus dengan tegangan geser pada permukaan batas *fluid-solid*. Untuk kecepatan arah x kondisi batas sebagai berikut:

$$z = 0, \qquad u = U_1 \tag{3.4}$$

$$z = h$$
, $u = -\alpha \mu \frac{\partial u}{\partial z}$ (3.5)

Konstanta α disebut sebagai koefisien slip dan bernilai selalu positif. Jika koefisien slip sama dengan nol maka kondisi batas di atas menjadi kasus tanpa slip.

Dengan mengaplikasikan persamaan kesetimbangan gaya sebelumnya yaitu Persamaan (2.7) sebagai berikut ini:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \tag{3.6}$$

Langkah pertama adalah mengintegralkan Persamaan (3.6) di atas sebanyak dua kali terhadap *z* untuk mendapatkan persamaan kecepatan.

$$u = \frac{1}{2\mu} \frac{\partial p}{\partial x} z^2 + C_1 z + U_1 \tag{3.7}$$

$$u(z=0) = U_1 = C_2 \tag{3.8}$$

$$u(z=h) = -\alpha \mu \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{1}{2\mu} \frac{\partial p}{\partial x} h^2 + C_1 h + U_1$$
(3.9)

$$C_1 h = \frac{1}{2\mu} \frac{\partial p}{\partial x} h^2 - \alpha \mu \frac{\partial u}{\partial z} + U_1$$
(3.10)

sedangkan untuk komponen $\frac{\partial u}{\partial z} = \frac{1}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x} h + C_1$ sehingga persamaannya menjadi:

$$C_{1} = -\frac{h}{2\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \left(1 + \frac{\alpha \mu}{h + \alpha \mu} \right) - \frac{U_{1}}{h + \alpha \mu}$$
(3.11)

Dengan memasukkan koefisien ke dalam persamaan kecepatan:

$$u = \frac{1}{2\mu} \frac{\partial p}{\partial x} z^2 + \left(-\frac{h}{2\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \left(1 + \frac{\alpha\mu}{h + \alpha\mu} \right) - \frac{U_1}{h + \alpha\mu} \right) z + U_1$$
(3.12)

Kecepatan ini digunakan untuk menghitung debit aliran yaitu sebagai berikut:

$$\frac{\partial q_x}{\partial x} = 0 \tag{3.13}$$

$$q_x = \int_{0}^{h} u dz = \frac{\partial p}{\partial x} \left(1 + \frac{3\alpha\mu}{h + \alpha\mu} \right) + \frac{U_1 h}{2} \left(1 + \frac{\alpha\mu}{h + \alpha\mu} \right)$$
(3.14)

Ketika dimasukkan ke dalam persamaan kontinuitas, persamaan Reynolds yang telah dimodifikasi didapatkan:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{h^3}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \left(1 + \frac{3\alpha\mu}{h + \alpha\mu} \right) \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left(6U_1 h \left(1 + \frac{\alpha\mu}{h + \alpha\mu} \right) \right)$$
(3.15)

Persamaan Reynolds modifikasi, Persamaan (3.15) ini merupakan persamaan umum untuk sistem *fluid lubrication* pada *infinite width slider bearing*.

3.2.2. Diskretisasi persamaan umum

Sebuah formulasi *control volum*e digunakan dalam diskretisasi persamaan umum. Untuk kasus *infinite width slider bearing*, *control volume* diasumsikan sebagai kasus 1 Dimensi. Karena gradien P terhadap arah y dan z sama dengan nol, dengan kata lain variabel tidak bergantung terhadap arah y dan z. Dalam hal ini, panjang grid tiap *control volume* adalah seragam, yaitu sepanjang Δx . *Control volume* digambarkan sebagai berikut:



Gambar 3.2 Control volume nodal P pada infinite width slider bearing (Versteg, 1995)

Persamaan umum sesuai dengan Persamaan (3.15) diintegralkan seluruh *control volume*.

$$\int_{CV} \frac{\partial}{\partial x} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial x} \left(1 + \frac{3\alpha\mu}{h + \alpha\mu} \right) \right) dV = \int_{CV} \frac{\partial}{\partial x} \left(6U_1 \mu h \left(1 + \frac{\alpha\mu}{h + \alpha\mu} \right) \right) dV$$
(3.16)

$$\int_{w}^{e} \frac{\partial}{\partial x} \left(K \frac{\partial p}{\partial x} \right) dx = \int_{w}^{e} 6U_{1} \mu \frac{\partial}{\partial x} (C) dx$$
(3.17)

Dimana K dan C adalah variabel untuk menyederhanakan Persamaan (3.17) dan didefinisikan sebagai berikut:

$$K = h^3 \left(1 + \frac{3\alpha\mu}{h + \alpha\mu} \right) \tag{3.18}$$

$$C = h \left(1 + \frac{\alpha \mu}{h + \alpha \mu} \right) \tag{3.19}$$

Sehingga integral persamaan umum menjadi:

$$\left(K\frac{\partial p}{\partial x}\right)_{e} - \left(K\frac{\partial p}{\partial x}\right)_{w} = 6U_{1}\mu\left[\left(C\right)_{e} - \left(C\right)_{w}\right]$$
(3.20)

$$K_{e} \frac{p_{E} - p_{P}}{\Delta x} - K_{w} \frac{p_{P} - p_{W}}{\Delta x} = 3U_{1} \mu \Big[(C)_{E} - (C)_{W} \Big]$$
(3.21)

$$\left(K_{e}+K_{w}\right)\frac{p_{P}}{\Delta x}=K_{e}\frac{p_{E}}{\Delta x}+K_{w}\frac{p_{W}}{\Delta x}+3U_{1}\mu\left[\left(C\right)_{W}-\left(C\right)_{E}\right]$$
(3.22)

$$a_P p_P = a_E p_E + a_W p_W + S_c \tag{3.23}$$

$$a_E = \frac{K_E}{\Delta x} \qquad \qquad K_E = \frac{2K_E K_P}{K_E + K_P}$$
(3.24)

$$a_{W} = \frac{K_{W}}{\Delta x} \qquad \qquad K_{W} = \frac{2K_{W}K_{P}}{K_{W} + K_{P}}$$
(3.25)

$$a_P = a_E + a_W \tag{3.26}$$

$$S_{c} = 3U_{1}\mu \Big[(C)_{W} - (C)_{E} \Big]$$
(3.27)

Karena nilai *K* merupakan fungsi dari *x*, maka untuk menjaga kontinuitas nilai *K* dari batas permukaan *control volume* dievaluasi berdasarkan *harmonic mean* (Pantankar, 1980). Persamaan 3.23 tersebut merupakan persamaan diskretisasi yang dapat dipakai pada tiap *control volume* untuk kasus *infinite width slider bea*ring.

3.3. Kasus II – Permukaan *smooth* dengan slip dan menggunakan kavitasi model *half-sommerfeld*

Konfiguransi dari skematik *infinite width slider bearing* dengan *mixed slip surface* yang telah dibangun pada kasus pertama, dibangun kembali pada kasus yang kedua. Dalam kasus kedua ini dilakukan rekayasa penambahan terjadinya kavitasi pada permukaan *smooth* dengan slip yang mengalami kontak terlubrikasi. Model kavitasi yang digunakan adalah model *half-sommerfeld* yang mengandung penyelesaian persamaan *Reynolds* dengan batasanya. Hanya saja pada model *half-sommerfeld* ini mengganti tekanan yang bernilai negatif dengan nol untuk menunjukan terjadinya kavitasi. Hal ini merupakan asumsi bahwa pada saat kontak terlubrikasi jika tekanannya nol maka saat itu terjadi kavitasi. Untuk menunjukan penggantian tekanan yang bernilai negatif dapat memanfaatkan persamaan berikuti ini:

Jika
$$P \le 0$$
 maka $P = 0$ (3.28)

Untuk merekayasa terjadinya kavitasi pada kontak terlubrikasi ini menggunakan kontak heterogen slip/tanpa slip yang divariasikan pada permukaan 1 yang diam seperti pada kasus pertama. Sedangkan permukaan bawah dilabelkan dengan permukaan 2 adalah permukaan tanpa slip dan bergerak dengan kecepatan U_I seperti yang terlihat pada Gambar 3.1. Variabel-variabel yang digunakan untuk membuat pemodelan pada kasus yang kedua ini sama dengan kasus pertama. Area slip T_S divariasikan yaitu pada

lokasi d = 0; d = 0,25; d = 0,5 dan d = 0,75, sehingga dalam kasus yang kedua ini mempunyai kesamaan kondisi dengan kasus pertama.

3.4. Kasus III – Kekasaran permukaan bertekstur rectangular dengan slip

Rekayasa pemberian kekasaran permukaan berupa permukaan bertekstur grooved shape yang berbentuk rectangular. Permukaan kontak dimodelkan dengan infinite width slider bearing. Ketebalan fluida masuk sama dengan ketebalan fluida keluar, sehingga slider bearing dimodelkan dengan parallel pad bearing. Ilustrasi dari kekasaran permukaan bertektur rectangular dapat dilihat pada Gambar 3.3, dengan kedalaman dimple $h_D = 1 \,\mu m$, panjang dimple $l_D = 100 \,\mu m$ dan panjang cell $l_c = 200 \,\mu m$.



Gambar 3.3 Bentuk satu cell kekasaran permukaan

Bilangan Reynolds yang digunakan sebesar 1, *dimple aspect ratio* λ sebesar 10, densitas tekstur ρ_T yang dijaga konstan sebesar 0.5 dan *S* dijaga konstan sebesar 1.0. Jarak penempatan area slip T_S pada permukaan 1 yang merupakan permukaan yang diam divariasikan yaitu pada d = 0; d = 0.25; d = 0.5 dan d = 0.75. Variabel-variabel yang digunakan untuk membuat pemodelan pada kasus yang ketiga ini sama dengan kasus pertama dan kedua.

3.5. Kasus IV – Kekasaran permukaan bertekstur *rectangular* dengan slip dan menggunakan kavitasi model *half-sommerfeld*

Konfiguransi dari skematik *infinite width slider bearing* dengan *mixed slip surface* yang telah dibangun pada kasus ketiga, dibangun kembali pada kasus yang keempat. Dalam kasus keempat ini dilakukan rekayasa penambahan terjadinya kavitasi pada permukaan kasar bertekstur *rectangular* dengan slip yang mengalami kontak terlubrikasi. Model kavitasi yang digunakan adalah model *half-sommerfeld* yang mengandung penyelesaian persamaan Reynolds dengan batasanya. Hanya saja pada model *half-sommerfeld* ini mengganti tekanan yang bernilai negatif dengan nol untuk menunjukan terjadinya kavitasi.

3.6. Kasus V – Kekasaran permukaan bertekstur sinusoidal dengan slip

Kekasaran permukaan diaplikasikan pada permukaan 1 yang diam sedangkan untuk permukaan 2 yang halus bergerak dengan kecepatan U_I . Rekayasa pemberian kekasaran permukaan berupa permukaan bertekstur *grooved shape* berbentuk sinusoidal dengan persamaan:

$$y = a\sin(2\pi x/\lambda) \tag{3.29}$$

Dimana y dan x adalah koordinat masing-masing arah y dan arah x, a adalah amplitude gelombang sinusoidal yang menunjukkan tinggi rendahnya interval gelombang sinusoidal, λ adalah panjang gelombang sinusoidal.

Lx Permukaan 1

Permukaan 2

 U_I

Gambar 3.4 Pemodelan kekasaran permukaan bertekstur sinusoidal

Persamaan pemodelan gelombang sinusoidal tersebut diambil dari persamaan pemodelan yang telah dilakukan oleh *Phuoc Huynh* (2005) yang meneliti *slider bearing* dengan berbagai kondisi kerutan.

Permukaan kontak terlubrikasi dimodelkan dengan *infinite width slider bearing*. Permukaan kasar bertekstur sinusoidal yang diberikan pada permukaan yang diam direkayasa dengan mengalami slip. Ketebalan fluida masuk sama dengan ketebalan fluida keluar, sehingga *slider bearing* dimodelkan dengan *parallel pad bearing*, seperti Gambar 3.4. Pada permukaan atas merupakan permukaan diam dan permukaannya dibuat kasar sepanjang *Lr*. Penurunan persamaan mengikuti kasus ketiga, sedangkan besarnya amplitudo sama dengan ketebalan *dimple* pada kasus ketiga. Untuk panjang gelombang besarnya adalah dua kali panjang *dimple* sebagai asumsi bahwa naik turunnya *dimple* sama dengan panjang gelombang sinusoidal.

3.7. Kasus VI – Kekasaran permukaan bertekstur sinusoidal dengan slip dan menggunakan kavitasi model *half-sommerfeld*

Konfiguransi dari skematik *infinite width slider bearing* dengan *mixed slip surface* yang telah dibangun pada kasus kelima, dibangun kembali pada kasus yang keenam. Dalam kasus keenam ini dilakukan rekayasa penambahan terjadinya kavitasi pada permukaan kasar bertekstur sinusoidal dengan slip yang mengalami kontak terlubrikasi. Model kavitasi yang digunakan adalah model *half-sommerfeld* yang mengandung penyelesaian persamaan Reynolds dengan batasanya.

3.8. Kasus VII – Single-Grooved Slider

Konfiguransi dari skematik *infinite width slider bearing* yang telah dibangun pada kasus pertama, dibangun kembali pada kasus yang ketujuh. Permukaan 1 yang merupakan permukaan yang diam dan mengalami kontak heterogen slip/tanpa slip. Sedangkan permukaan 2 bergerak dengan kecepatan U. Geometri *single-grooved* dalam kondisi *full film* dengan dengan x_s adalah panjang area slip 0,5 dari L atau panjang bantalan/*pad* yaitu sepanjang 10 mm dan x_g adalah panjang *grooved* 0,25 dari panjang bantalan/*pad* yaitu sepanjang 5 mm, untuk yang 5 mm sisa panjang bantalan

dikondisikan *smooth* dan mempunyai sifat tanpa slip, sedangkan untuk kedalaman dari *grooved* adalah 5 μm

Dalam kasus *single-grooved* ini dilakukan rekayasa variasi koefisien slip tak berdimensi (A) yaitu A = 0,01; A = 0,1, dan A = 1.



Gambar 3.5 Geometri single-grooved slider bearing

3.9. Menentukan grid

Proses transformasi persamaan diferensial menjadi operasi matematika yang lebih sederhana memerlukan proses diskritisasi. Pada proses diskritisasi persamaan diferensial parsial harus diterjemahkan menjadi analogi numerisnya sehingga dapat dikalkulasi oleh komputer. Secara visual, diskritisasi ditampilkan dalam bentuk grid yang memiliki luas atau volume yang terhingga. Grid memiliki titik-titik dalam ruang yang ditempati fluida dimana tiap titik-titik nodal tersebut mempunyai *control volume*.

3.9.1. Permukaan smooth

Kasus permukaan *smooth* dengan geometri *parallel gap* mempunyai ketinggian *fluid film* yang sama dan mengakibatkan banyaknya grid yang diaplikasikan pada *fluid film* tidak berpengaruh secara signifikan pada distribusi tekanan yang dihasilkan. Hal ini telah dicoba dengan mengaplikasikan 100 grid dan divariasikan sampai 1000 grid. Oleh sebab itu ditentukan 1000 grid untuk mendiskritisasi *fluid film* untuk *slider bearing* dengan permukaan *smooth*.

3.9.2. Permukaan bertekstur *rectangular*

Kasus permukaan bertekstur *rectangular* dengan geometri *parallel gap* mempunyai ketinggian *fluid film* yang berbeda sepanjang bantalan. Untuk itu diperlukan jumlah grid yang sesuai agar dapat mewakili ketebalan *fluid film* sepanjang bantalan. Oleh sebab itu diaplikasikan berbagai jumlah grid sampai menghasilkan distribusi tekanan maksimal dan penambahan jumlah grid tersebut tidak lagi mengakibatkan perubahan distribusi tekanan yang signifikan.



Gambar 3.6 Distribusi tekanan dengan variasi grid untuk permukaan rectangular

Pada Gambar 3.6 menunjukan bahwa dengan mengaplikasikan jumlah grid 1000, didapatkan distribusi tekanan maksimum 0,11, sedangkan dengan menambahkan aplikasi jumlah grid 2000, terjadi peningkatan distribusi tekanan maksimum mencapai 0,125. Pada saat penambahan aplikasi jumlah grid 3000 dan grid 4000, distribusi tekanan maksimum tidak terjadi perubahan yang signifikan dan dapat dianggap tidak terjadi perubahan. Dengan demikian untuk penelitian *infinite width slider bearing* selanjutnya, pada permukaan bertekstur *rectangular* akan diaplikasikan jumlah grid 2000.

3.9.3. Permukaan bertekstur sinusoidal

Kasus permukaan bertekstur sinusoidal dengan geometri *parallel gap* mempunyai ketinggian *fluid film* yang berbeda sepanjang bantalan. Untuk itu diperlukan jumlah grid yang sesuai agar dapat mewakili ketebalan *fluid film* sepanjang bantalan. Oleh sebab itu diaplikasikan berbagai jumlah grid sampai menghasilkan distribusi tekanan maksimal dan tidak mengakibatkan perubahan distribusi tekanan yang signifikan.



Gambar 3.7 Distribusi tekanan dengan variasi grid untuk permukaan sinusoidal

Pada Gambar 3.7 menunjukan bahwa dengan mengaplikasikan jumlah grid 100, didapatkan distribusi tekanan maksimum 0,18, kemudian dengan menambahkan aplikasi jumlah grid 200, distribusi tekanan maksimum tidak terjadi perubahan yang signifikan bahkan dapat dikatakan distribusi tekanannya tetap. Pada saat penambahan aplikasi jumlah grid 300 dan grid 500, terjadi peningkatan distribusi tekanan maksimum dimana pada kedua grid tersebut mempunyai nilai yang sama sebesar 0,19. Kemudian dilakukan penambahan aplikasi jumlah grid 1000 dan terjadi perubahan yang kecil dimana distribusi tekanan menjadi 0,2. Pada saat jumlah grid ditingkatkan menjadi 5000, tidak terjadi perubahan distribusi tekanan yang signifikan sehingga untuk penelitian *infinite*

width slider bearing selanjutnya, pada permukaan bertekstur sinusoidal akan diaplikasikan jumlah grid 1000.

3.9.4. Permukaan *single-groove*

Kasus permukaan *single-groove* dengan geometri *parallel gap* mempunyai ketinggian *fluid film* yang berbeda pada bagian *groove*. Untuk itu diperlukan jumlah grid yang sesuai agar dapat mewakili ketebalan *fluid film* pada bagian *groove* bantalan. Oleh sebab itu diaplikasikan berbagai jumlah grid sampai menghasilkan distribusi tekanan maksimal dan tidak mengakibatkan perubahan distribusi tekanan yang signifikan.



Gambar 3.8 Distribusi tekanan dengan variasi grid untuk permukaan single-groove

Pada Gambar 3.8 menunjukan bahwa dengan mengaplikasikan jumlah grid 100, didapatkan distribusi tekanan maksimum pada bagiam *groove* 0,31 sampai 0.34, kemudian dengan menambahkan aplikasi jumlah grid dari grid 200, grid 300, grid 500, grid 1000 dan grid 5000, distribusi tekanan maksimum yang terjadi tidak terdapat perubahan yang signifikan bahkan dapat dikatakan distribusi tekanannya tetap, sehingga

untuk penelitian *infinite width slider bearing* selanjutnya, pada permukaan *single-groove* akan diaplikasikan jumlah grid 1000.