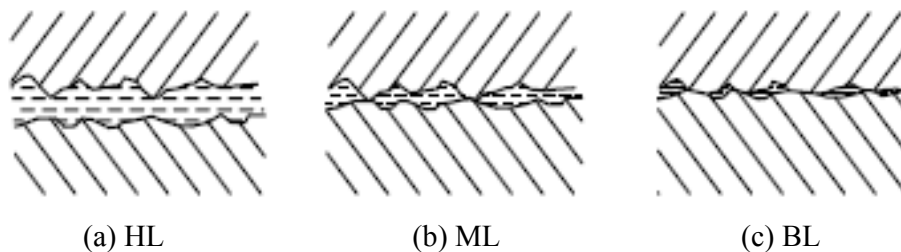


BAB II

KONTAK TERLUBRIKASI (*LUBRICATED CONTACT*)

2.1. Pendahuluan

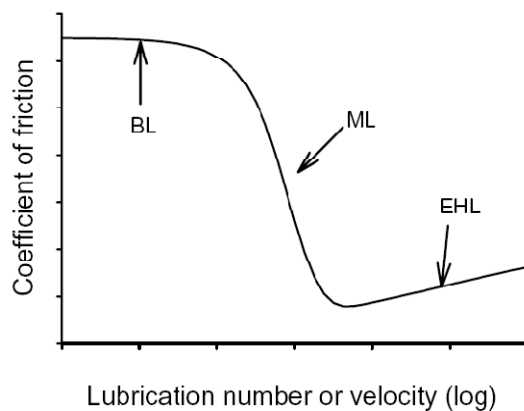
Pelumasan adalah proses untuk mengurangi gesekan antar permukaan yang sedang bergerak relatif satu sama lain. Pelumasan yang memadai memungkinkan kelancaran peralatan untuk beroperasi terus-menerus, dengan hanya menanggung tegangan yang sesuai tanpa berlebihan pada bantalan. Pada tahun 1902 *Stribeck* mempresentasikan papernya tentang pelumasan yang meneliti pengaruh kecepatan interaksi permukaan dan beban koefisien gesek pada *journal bearing* dan *roller bearing*. Dalam papernya *Stribeck* membagi pelumasan menjadi tiga rezim yaitu *boundary lubrication* (BL), *mixed lubrication* (ML), dan *hydrodynamic lubrication* (HL) (*Stribeck*, 1902). Skematis ketiga rezim pelumasan diilustrasikan pada Gambar 2.1 berikut ini:



Gambar 2.1 Rezim Pelumasan (Sloetjes, 2006)

Teori tentang *boundary lubrication* dikenalkan oleh *Hardy* dan *Doubleday* (*Hori*, 2006) yang menemukan secara ekstrim ketebalan film melekat ke permukaan yang mengalami kontak *sliding*. Jika permukaan dipisahkan oleh *fluid film* karena gerakan, mekanisme pelumasan itu disebut *hydrodynamic lubrication* (HL) dan ketika kontak *bodies* mengalami deformasi *elastically* karena tekanan kontak mekanisme pelumasan itu disebut *elasto-hydrodynamic lubrication* (EHL). Pemahaman tentang *hydrodynamic lubrication* dimulai dengan eksperimen klasik dari *Tower* (*Reynolds*, 1886). Pada saat itu diperoleh adanya *fluid film* yang dideteksi dari pengukuran tekanan

dari pelumas, dan *Petrov* (Renolds, 1886) yang menghasilkan suatu kesimpulan yang sama dari pengukuran gesekan. Kegiatan ini diikuti oleh Reynolds yang membuat tulisan analitis yang dia gunakan untuk mereduksi persamaan *Navier-Stokes* yang disatukan dengan persamaan kontinuitas untuk menghasilkan persamaan differensial orde kedua dari tekanan dalam celah sempit dan konvergen antar permukaan bantalan. Tekanan ini memungkinkan sebuah beban untuk ditransmisikan antar permukaan dengan gesekan yang sangat rendah, karena permukaan dipisahkan oleh *fluid film* (Reynolds, 1886). Pada tahun 1970 dikenalkan bahwa antara *hydrodynamic lubrication* dan *boundary lubrication* terdapat kombinasi antara keduanya. Rezim ini biasa dikenal dengan *mixed lubrication*. Pada rezim ini beberapa bagian kontak akan terjadi antar *asperity*.



Gambar 2.2 Skema perbedaan rezim pelumasan di kurva Stribeck (Stribeck, 1902)

Pada prinsipnya kurva Stribeck yang terdapat dalam Gambar 2.2 menjelaskan ketiga rezim pelumasan, ketika kecepatan *sliding* tinggi, karena efek *hydrodynamic* dua permukaan terpisah oleh *fluid film* pelumas. Pada situasi ini tekanan fluida pada kontak dapat memisahkan permukaan. Pelumasan ini yang biasa dikenal dengan rezim *hydrodynamic lubrication*. Ketika kecepatan dikurangi, tekanan fluida pada kontak berkurang dan sebagai konsekuensinya *asperities* dari permukaan akan mulai menyentuh satu sama lain dan beban yang dibawa oleh *asperities* akan meningkatkan gesekan. Pada situasi ini gesekan dihasilkan dari tegangan geser yang beraksi antar *asperities*. Kejadian ini merupakan rezim transisi yang disebut dengan *mixed*

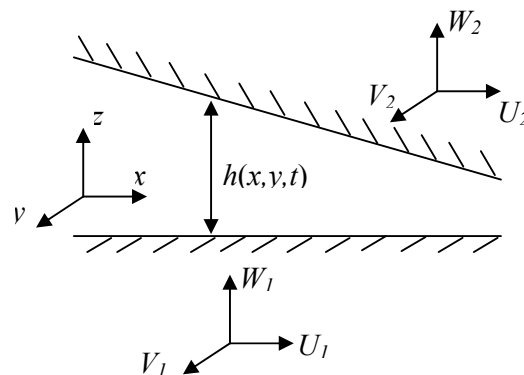
lubrication. Dengan mengurangi kecepatan lebih lanjut, tekanan dari pelumas pada kontak menjadi sama dengan tekanan lingkungan dan hasilnya permukaan kontak akan menyentuh. Beban normal seluruhnya akan dibawa oleh interaksi antar permukaan. Rezim ini disebut dengan *boundary lubrication*.

2.2. Persamaan Reynolds dimodifikasi untuk kondisi slip

Reynolds mengasumsikan pelumas sangat lengket dan ketebalan film pelumas antara permukaan kontak sangat kecil dibandingkan dengan area kontak sehingga teori hidrodinamika dapat diaplikasikan.

2.2.1 Persamaan Reynolds klasik

Persamaan Reynolds merupakan persamaan yang digunakan untuk menentukan tekanan pada *fluid film* ketika dua permukaan bergerak relatif satu sama lain. Untuk penyederhanaan, permukaan bawah diasumsikan sebagai sebuah bidang.



Gambar 2.3 *Fluid film* antara dua permukaan solid (Hori, 2006)

Sumbu x dan y terletak pada permukaan bawah dan sumbu z merupakan tegak lurus dari permukaan bawah. Kecepatan fluida arah x , y , dan z dinotasikan dengan u , v , dan w . Untuk kecepatan permukaan bawah dideskripsikan dengan U_1 , V_1 , dan W_1 . Sedangkan kecepatan permukaan atas dideskripsikan dengan U_2 , V_2 , dan W_2 . Dalam kebanyakan kasus, permukaan atas dan permukaan bawah ditunjukkan sebagai gerak translasi relatif satu sama lain. Pada kasus ini, jika sumbu x merupakan gerakan translasi maka $V_1 = V_2 = 0$ sehingga persamaan dapat disederhanakan. Perbedaan antara 2

permukaan atau ketebalan *fluid film* dinotasikan sebagai $h(x,z,t)$ dengan t adalah waktu. Jika kondisi aliran laminar di dalam penyederhanaan bidang tersebut, maka alirannya biasa dikenal dengan aliran *countte*. Aliran *countte* sangat penting dalam teori *hydrodynamic* dari pelumas yang menggunakan pelumas oli karena hal ini untuk menunjukkan kondisi celah yang sempit dari bantalan (Arora, 1980).

a. Asumsi persamaan Reynolds

Dalam penurunan persamaan Reynolds, asumsi-asumsi yang digunakan adalah:

1. Aliran laminar
2. Gaya gravitasi dan inersia yang beraksi pada fluida dapat diabaikan dengan perbandingan dari gaya viskos.
3. Fluida yang digunakan merupakan fluida inkompresible.
4. Fluida yang digunakan adalah fluida *Newtonian* dengan viskositas konstan.
5. Tekanan fluida tidak berubah sepanjang ketebalan film (arah z).
6. Rata-rata perubahan kecepatan u dan v pada arah x dan y dapat diabaikan dengan dibandingkan dengan rata-rata perubahan arah z .
7. Pada kondisi batas antara fluida dan solid adalah tanpa slip.

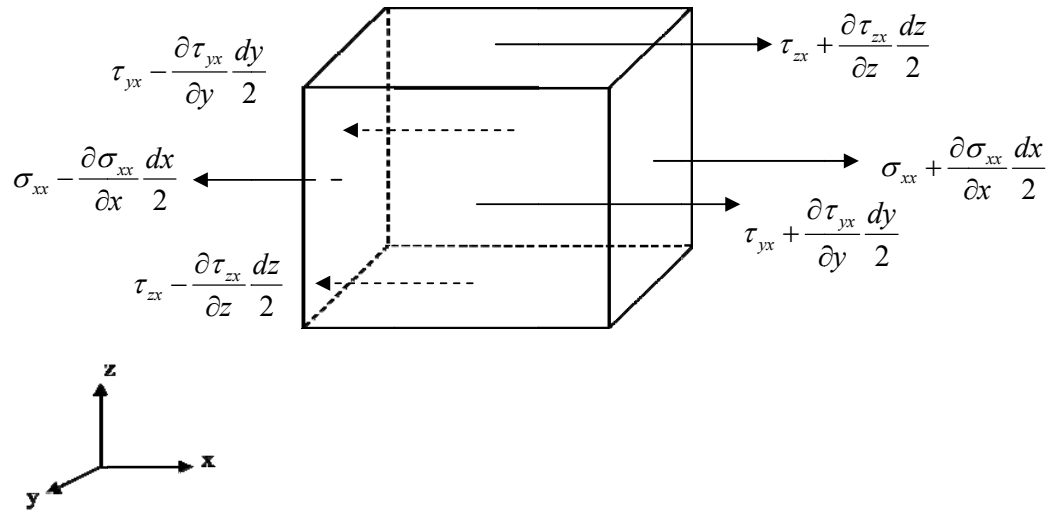
Semua *hydrodynamic lubrication* dapat diungkapkan menggunakan matematika dalam bentuk persamaan yang didapat oleh Reynolds dan biasanya dikenal dengan persamaan Reynolds. Persamaan ini didapat dari penyederhanaan persamaan momentum *Navier-Stokes* dan persamaan kontinuitas. Ada persyaratan utama oleh Reynolds untuk *hydrodynamic lubrication*:

- (1) Dua permukaan harus bergerak relatif satu sama lain dengan kecepatan yang cukup untuk membawa beban.
- (2) Kedua permukaan harus membentuk suatu sudut. Pada permukaan paralel tidak dapat membentuk *lubricating film* untuk mendukung dari beban yang diterapkan (Stachowiak, 2006).

Slider bearing adalah aplikasi *hydrodynamic lubrication*, dibawah kondisi operasi, dalam rezim *hydrodynamic lubrication* dimana deformasi elastis dari permukaan *bearing* sangat kecil dan dapat diabaikan.

b. Kesetimbangan gaya

Kesetimbangan gaya yang beraksi pada elemen volume fluida ditunjukkan seperti Gambar 2.4.



Gambar 2.4 Volume elemen fluida (Hori, 2006)

$$\begin{aligned} & \left(\sigma_{xx} + \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} \frac{dx}{2} \right) dydz + \left(\tau_{yx} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} \frac{dy}{2} \right) dx dz + \left(\tau_{zx} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \frac{dz}{2} \right) dx dy \\ & - \left(\sigma_{xx} - \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} \frac{dx}{2} \right) dydz - \left(\tau_{yx} - \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} \frac{dy}{2} \right) dx dz - \left(\tau_{zx} - \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \frac{dz}{2} \right) dx dy = 0 \end{aligned} \quad (2.1)$$

Dimana σ_{xx} adalah gaya normal yang beraksi pada bidang normal sumbu x . Sedangkan τ_{zx} dan τ_{yx} adalah gaya geser yang beraksi pada bidang y dan z pada arah sumbu x . Persamaan (2.1) dapat disusun kembali menjadi:

$$\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} = 0 \quad (2.2)$$

Tekanan fluida adalah p . Kemudian $p = -\sigma_{xx}$ dan Persamaan (2.2) di atas dapat dituliskan menjadi:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} \quad (2.3)$$

Karena fluida yang digunakan adalah fluida *Newtonian* (asumsi 4), maka hubungan tegangan geser adalah sebagai berikut:

$$\tau_{zx} = \mu \frac{\partial u}{\partial z} \quad \tau_{yx} = \mu \frac{\partial u}{\partial y} \quad (2.4)$$

dimana μ adalah viskositas. Persamaan (2.3) menjadi:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial y} \right) \quad (2.5)$$

Pada asumsi bahwa rata-rata perubahan kecepatan aliran u dalam arah y lebih kecil dibandingkan dengan arah z (asumsi keenam), bagian kedua dari sisi kanan Persamaan (2.5) di atas dapat diabaikan dibandingkan dengan bagian pertama.

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial z} \right) \quad (2.6)$$

Pada asumsi selanjutnya bahwa viskositas adalah konstan (asumsi 4), maka persamaan kesetimbangan gaya dapat ditentukan sebagai berikut:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \mu \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \quad (2.7)$$

Dengan cara yang sama, persamaan dari kesetimbangan arah y adalah:

$$\frac{\partial p}{\partial y} = \mu \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \quad (2.8)$$

c. Kecepatan aliran

Pengintegralan Persamaan (2.7) dan (2.8) sebanyak 2 kali memberikan kecepatan u dan v . Dari asumsi pada kondisi batas antara permukaan solid dan fluida adalah tanpa slip, maka kecepatan aliran sebagai berikut:

$$y = 0, u = U_1 \text{ dan } v = V_1$$

$$y = h, u = U_2 \text{ dan } v = V_2 \quad (2.9)$$

Sehingga kecepatan fluida ditunjukkan sebagai berikut:

$$u = -\frac{1}{2\mu} \frac{\partial p}{\partial x} z(h-z) + \left[\left(1 - \frac{z}{h}\right) U_1 + \frac{z}{h} U_2 \right] \quad (2.10)$$

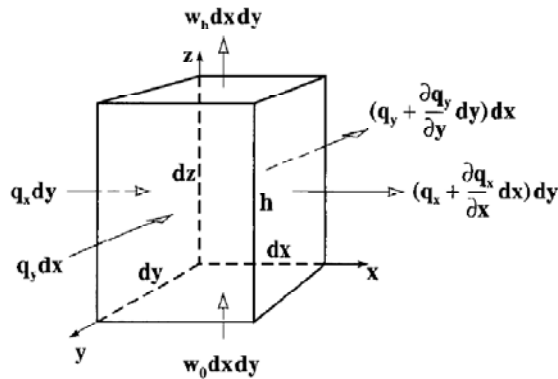
$$v = -\frac{1}{2\mu} \frac{\partial p}{\partial y} z(h-z) + \left[\left(1 - \frac{z}{h}\right) V_1 + \frac{z}{h} V_2 \right] \quad (2.11)$$

Perhitungan ini diasumsikan bahwa tekanan konstan terjadi sepanjang arah z (asumsi 5). Pada Persamaan (2.10) untuk kecepatan u , pada sisi kanan untuk setengah yang terakhir (dalam kurung) menunjukkan kecepatan fluida karena pergerakan dari kecepatan permukaan solid dalam arah x . Setengah yang lain menunjukkan kecepatan aliran karena perbedaan tekanan (Hori, 2006).

d. Persamaan kontinuitas

Sebuah elemen dari pelumas dipertimbangkan seperti Gambar 2.5. Pelumas mengalir memasuki sebuah elemen secara horizontal dengan debit aliran sebesar q_x dan q_y . Pelumas keluar dengan debit aliran $q_x + \frac{\partial q_x}{\partial x} dx$ dan $q_y + \frac{\partial q_y}{\partial y} dy$ per unit panjang dan lebar. Dalam arah vertikal pelumas memasuki sebuah elemen dengan debit aliran

$w_0 dx dy$ dan keluar dari elemen dengan debit aliran $w_h dx dy$, dimana w_0 merupakan kecepatan aliran pada permukaan bawah ke arah sumbu z sedangkan w_h adalah kecepatan aliran pada permukaan atas ke arah sumbu z .



Gambar 2.5 Kontinuitas aliran sebuah elemen (Stachowiak, 2006)

Prinsip dari persamaan kontinuitas adalah flux yang masuk harus sama dengan flux yang keluar dari sebuah *control volume* dengan kondisi *steady*. Jika densitas pelumas adalah konstan (asumsi 3), maka persamaan kontinuitas menjadi:

$$q_x dy + q_y dx + w_0 dx dy = \left(q_x + \frac{\partial q_x}{\partial x} dx \right) dy + \left(q_y + \frac{\partial q_y}{\partial y} dy \right) dx + w_h dx dy \quad (2.12)$$

Persamaan (2.12) setelah disederhanakan menjadi:

$$\frac{\partial q_x}{\partial x} dx dy + \frac{\partial q_y}{\partial y} dy dx + (w_0 - w_h) dx dy = 0 \quad (2.13)$$

Karena $dx dy \neq 0$ Persamaan (2.13) dapat ditulis sebagai berikut:

$$\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + (w_0 - w_h) = 0 \quad (2.14)$$

Persamaan (2.14) di atas merupakan persamaan kontinuitas dari sebuah elemen. Debit aliran per unit panjang q_x dan q_y dapat ditemukan dari pengintegralan dari profil kecepatan pelumas sepanjang ketebalan film.

$$q_x = \int_0^h u dz \quad (2.15)$$

$$q_y = \int_0^h v dz \quad (2.16)$$

Substitusi u dari Persamaan (2.10). Debit aliran menjadi:

$$q_x = -\frac{h^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial x} + (U_1 + U_2) \frac{h}{2} \quad (2.17)$$

$$q_y = -\frac{h^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial y} + (V_1 + V_2) \frac{h}{2} \quad (2.18)$$

Dari Persamaan (2.17) dan (2.18) di atas disubstitusikan ke Persamaan kontinuitas (2.14):

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(-\frac{h^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial x} + (U_1 + U_2) \frac{h}{2} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(-\frac{h^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial y} + (V_1 + V_2) \frac{h}{2} \right) + (w_h - w_0) = 0 \quad (2.19)$$

Setelah disederhanakan persamaan Reynolds pada 2 dimensi adalah:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{h^3}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{h^3}{\mu} \frac{\partial p}{\partial y} \right) = 6 \left[(U_1 + U_2) \frac{dh}{dx} + (V_1 + V_2) \frac{dh}{dy} + 2(w_h - w_0) \right] \quad (2.20)$$

2.2.2 Penyederhanaan persamaan Reynolds

Untuk tujuan aplikasi *engineering*, penyederhanaan dapat dilakukan sebelum digunakan. Beberapa penyederhanaan yang biasa dilakukan adalah:

a. *Unidirectional velocity*

Ini selalu memungkinkan untuk dipilih bahwa salah satu kecepatan sama dengan nol, contohnya $V = 0$. Pada sumbu x dapat dianggap sebagai arah dari gerak relatif dua permukaan. Sehingga persamaan Reynolds menjadi:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{h^3}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{h^3}{\mu} \frac{\partial p}{\partial y} \right) = 6 \left[(U_1 + U_2) \frac{dh}{dx} + 2(w_h - w_0) \right] \quad (2.21)$$

b. *Steady film thickness*

Asumsi bahwa tidak ada aliran keatas searah sumbu z sepanjang film ($w_h - w_0 = 0$). Asumsi ini diperlukan bahwa jarak antara dua permukaan berlangsung konstan selama operasi. Karena tidak ada aliran vertikal, Persamaan (2.21) di atas menjadi:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{h^3}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{h^3}{\mu} \frac{\partial p}{\partial y} \right) = 6 \left[(U_1 + U_2) \frac{dh}{dx} \right] \quad (2.22)$$

c. *Isoviscous*

Untuk kebanyakan aplikasi *engineering*, diasumsikan bahwa viskositas dari pelumas dianggap konstan sepanjang film, $\mu = \text{konstan}$. Pendekatan ini berdasarkan literatur *isoviscous*, model dimana efek thermal dalam *hydrodynamic film* diabaikan. Asumsi bahwa $\mu = \text{konstan}$, maka Persamaan (2.22) di atas dapat disederhanakan menjadi:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial y} \right) = 6\mu \left[(U_1 + U_2) \frac{dh}{dx} \right] \quad (2.23)$$

Persamaan (2.23) di atas merupakan persamaan tekanan yang diperoleh berdasarkan asumsi Reynolds dan disebut dengan persamaan Reynolds (Stachowiak, 2006).

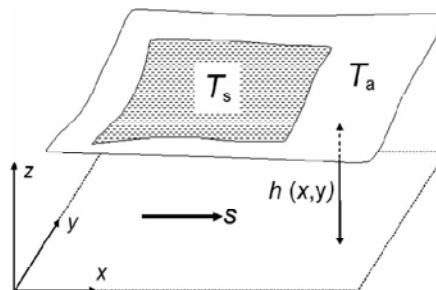
Pendekatan yang biasa dilakukan untuk menyimpulkan persamaan Reynolds dari sistem *full Stokes* dengan mengasumsikan asumsi klasik, diperoleh persamaan stasioner Reynolds sebagai berikut:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left((1+3K)h^3 \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left((1+3K)h^3 \frac{\partial p}{\partial y} \right) = 6\mu \frac{\partial}{\partial x} ((1+K)hs) \quad (2.24)$$

dimana koefisien slip tak berdimensi $K(x,y)$ didefinisikan dengan:

$$\begin{cases} K(x,y) = 0 & \text{di } T_a \\ K(x,y) = \frac{\alpha\mu}{(h(x,y) + \alpha\mu)} & \text{di } T_s \end{cases} \quad (2.25)$$

Dimana T_a adalah area tanpa slip dan T_s adalah area slip. Ilustrasi persamaan 2.24 yang merupakan persamaan kontak pelumasan tersebut digambarkan dengan *plane* bergerak dalam arah x dan di atasnya adalah permukaan yang stasioner seperti terlihat dalam Gambar 2.6. Pada bagian atas permukaan adalah T_s , diasumsikan berlaku syarat batas yang mengatur bahwa dinding slip sebanding dengan tegangan geser yang dilambangkan dengan konstanta α . Pada kedua bagian yang lain yaitu permukaan atas T_a dan pada permukaan yang lebih rendah, terjadi kondisi tanpa slip (Bayada, 2009).

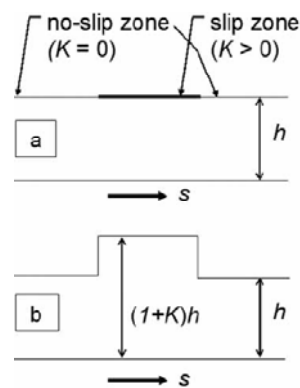


Gambar 2.6 Daerah slip dan tanpa slip pada permukaan diam sistem perangkat pelumasan (Bayada, 2009)

Jika *slip length* secara signifikan lebih kecil dari ketebalan film, maka dapat dikatakan kalau nilai K kecil, dan $(1 + 3K)$ dapat digantikan dengan suatu pendekatan $(1 + K)^3$ sehingga persamaan (2.24) menjadi persamaan berikut ini:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(((1+K)h)^3 \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(((1+K)h)^3 \frac{\partial p}{\partial y} \right) = 6\mu \frac{\partial}{\partial x} ((1+K)hs) \quad (2.26)$$

Persamaan tersebut digunakan untuk mengatur tekanan seperti pada *Rayleigh step bearing* pada kondisi tanpa slip di mana gap h di T_a dan $(1+K)h$ di T_s seperti yang terlihat dalam Gambar 2.7.



Gambar 2.7 Persamaan antara (a) slip/tanpa slip dengan (b) *step bearing* (Bayada, 2009)

2.3. Distribusi tekanan kontak heterogen slip/tanpa slip *slider bearing*

Area slip yang terletak *upstream* dari area tanpa slip pada permukaan yang stationer menyebabkan efek *wedge* dalam kontak terlubrikasi, seperti geometri konvergen yang juga menghasilkan efek *wedge*. Di sisi lain, area slip yang terletak di *downstream* dari area tanpa slip yang cenderung mengurangi tekanan seperti geometri divergen menyebabkan hilangnya efek *wedge* sehingga menurunkan tekanan hidrodinamik. Pada kenyataannya area slip/tanpa slip akan selalu bergerak sepanjang kontak seperti dalam *rolling bearing*. Oleh karena itu dalam papernya Bayada dan Meurisse (2009) memodelkan *inclined pad bearing* dengan cara merencanakan kontak heterogen slip/tanpa slip dan memvariasikan posisi penempatan area slip yaitu pada $d =$

0, $d = 0,25$, $d = 0,5$ dan $d = 0,75$. d adalah jarak area slip. Adapun kasus yang dibangun oleh Bayada dan Meurisse (2009) adalah sebagai berikut:

2.3.1 Kasus inlet fluida adalah area slip

Variasi lokasi slip/tanpa slip dinotasikan sebagai berikut ini:

- Area tanpa slip adalah $[a,b] = T_a$
- Panjang tanpa slip adalah $L_a = b-a$
- Area slip adalah T_s
- Panjang slip adalah $L_s = 1 - L_a$
- Tekanan adalah P
- Laju aliran tak berdimensi adalah Q_{HS}



Gambar 2.8 Variasi lokasi untuk inlet fluida adalah area slip yang memasuki area tanpa slip; $L_a = L_s = 0,5$; $d = 0$; $d = 0,75$

$$\left\{ \begin{array}{l} P(X) = \frac{(1+K-Q_{HS})}{(1+3K)} X \quad \text{pada } [0, a] \end{array} \right. \quad (2.27)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} P(X) = (1-Q_{HS})(X-a) + \frac{(1+K-Q_{HS})}{(1+3K)} a \quad \text{pada } T_a = [a, b] \end{array} \right. \quad (2.28)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} P(X) = \frac{(1+K-Q_{HS})}{(1+3K)} (X-1) \quad \text{pada } [b, 1] \end{array} \right. \quad (2.29)$$

$$\text{dimana } Q_{HS} = 1 + \frac{KL_s}{1+3KL_a} \quad (2.30)$$

2.3.2 Kasus inlet fluida adalah area tanpa slip

Variasi lokasi slip/tanpa slip dinotasikan sebagai berikut ini:

- Area slip adalah $[e,f] = T_s$
- Panjang slip adalah $L_s = f - e = 1 - L_a$



Gambar 2.9 Variasi lokasi untuk inlet fluida adalah area tanpa slip yang memasuki area slip; $L_a = L_s = 0,5$; $d = 0,25$; $d = 0,5$

Penyelesaian analitiknya adalah sebagai berikut:

$$\begin{cases} P(X) = (1 - Q_{HS})X & di[0, e] \end{cases} \quad (2.31)$$

$$\begin{cases} P(X) = \frac{(1 + K - Q_{HS})}{(1 + 3K)}(X - f) + (1 - Q_{HS})(f - 1) & di[e, f] \end{cases} \quad (2.32)$$

$$\begin{cases} P(X) = (1 - Q_{HS})(X - 1) & di[f, 1] \end{cases} \quad (2.33)$$

dimana

$$Q_{HS} = 1 + \frac{KL_s}{1 + 3KL_a} \quad (2.34)$$

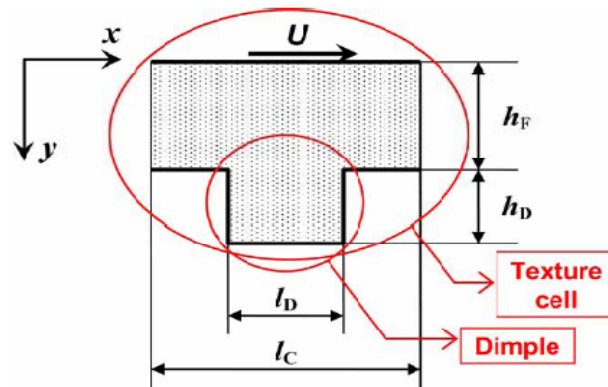
2.4. Kekasaran permukaan

Salah satu karakteristik permukaan yang penting dalam menentukan kelakuan *boundary slip* adalah permukaan bertekstur. Permukaan bertekstur memainkan peranan penting dalam *boundary slip*. Permukaan bertekstur diprediksi dapat meningkatkan dan menurunkan derajat *boundary slip*. Pemberian tekstur permukaan pada permukaan yang mengalami kontak secara eksperimen telah menunjukkan keuntungan yang bermanfaat.

Pada umumnya ada dua kemungkinan pemodelan pada permukaan bertekstur, yaitu:

- (1) Pemodelan berdasarkan persamaan Reynolds. Model ini secara umum diaplikasikan pada bantalan atau *seal* dengan permukaan bertekstur secara keseluruhan maupun permukaan bertekstur sebagian.
- (2) Pemodelan berdasarkan persamaan *Navier-Stokes*. Model ini digunakan ketika persamaan Reynolds pada kasus tertentu tidak valid untuk pemodelan kontak yang bertekstur. Hal ini disebabkan karena pengaruh gaya inersia dari kontak permukaan bertekstur sepenuhnya atau bertekstur sebagian.

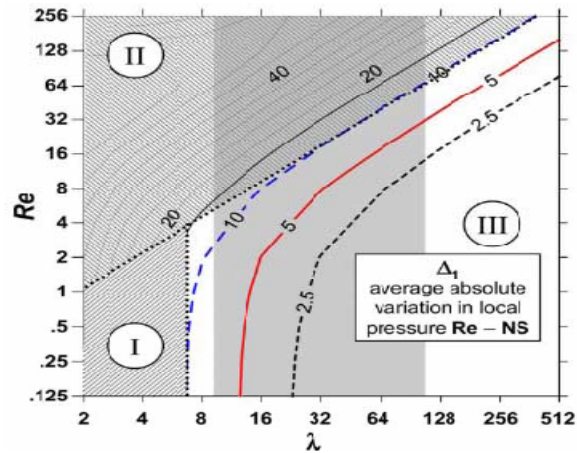
Validitas persamaan Reynolds ditentukan oleh beberapa parameter dari geometri tekstur permukaan. Gambar 2.10 menjelaskan secara dasar bentuk dan geometri dari permukaan yang bertekstur.



Gambar 2.10 Bentuk *single texture* pada permukaan bertekstur (Ferziger, 2002)

Ada beberapa parameter yang digunakan dalam menentukan validitas persamaan Reynolds ρ_T didefinisikan sebagai perbandingan antara panjang *dimple* l_D dan panjang permukaan bertekstur l_C , panjang *dimple* relatif S didefinisikan sebagai perbandingan antara kedalaman *dimple* h_D dengan ketebalan film h_F , dan parameter terakhir adalah *dimple aspect ratio* λ didefinisikan sebagai perbandingan antara panjang *dimple* l_D dengan kedalaman *dimple* h_D .

Dobrica dan *Fillon* (2008) mempelajari tentang validitas persamaan Reynolds dengan menggunakan ρ_T yang dijaga konstan sebesar 0.5 dan panjang *dimple* relatif S juga dijaga konstan sebesar 1.0. Nilai tersebut dipilih karena sering digunakan dalam teori pembelajaran tentang permukaan yang bertekstur. Akurasi dari persamaan Reynolds dievaluasi menggunakan perbedaan relatif antara model persamaan Reynolds dengan model persamaan *Navier-Stokes*. Persamaan Reynolds valid ketika perbedaan relatif yang dihasilkan kurang dari 10 persen. Perbedaan relatif sebagai fungsi bilangan Re dan λ ditunjukkan pada Gambar 2.11.



Gambar 2.11 Berbagai region validitas Reynolds terhadap persamaan Navier-Stokes (Dobrica, 2008)

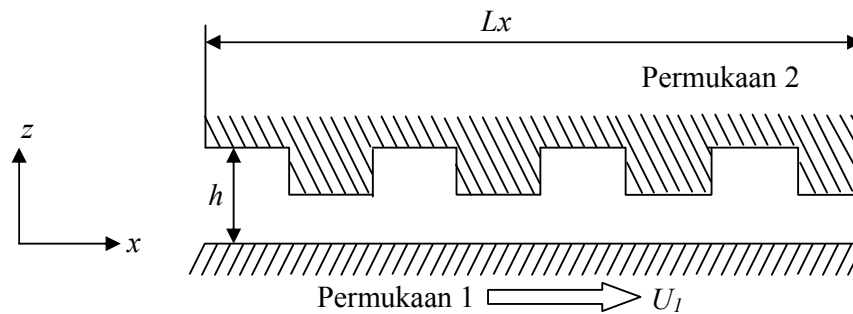
Beberapa hal yang dapat dicatat dari domain validasi persamaan Reynolds adalah sangat kecil yaitu variasi dari $Re \leq 3$ pada $\lambda = 10$ sampai $Re \leq 60$ pada $\lambda = 100$. Bagaimanapun juga kondisi ini dapat terjadi di banyak aplikasi minyak pelumasan dimana kecepatan *runner* dan ketebalan filmnya kecil yaitu $U < 10\text{m/s}$ untuk $h_f < 10\mu\text{m}$ dan $\lambda = 10$. Dari Gambar 2.11 menjelaskan adanya 3 region yang menjelaskan tentang karakteristik validitas persamaan Reynolds, sebagai berikut:

- (1) Region I, persamaan Reynolds tidak dapat diaplikasikan karena perbandingan ketebalan film dengan fitur panjangnya sangat kecil. Dan efek inersia kecil maka persamaan stokes tepat pada daerah ini.
- (2) Region II, dimana efek inersia sangat berpengaruh dan dibutuhkan dalam perhitungan.
- (3) Region III, dimana efek inersia sangat kecil. Sehingga persamaan Reynolds valid digunakan pada daerah ini.

Pada kasus permukaan bertekstur dipilih region III dimana persamaan Reynolds masih valid jika digunakan. Pemodelan kasus ini, permukaan kontak dimodelkan dengan dua dimensi. Permukaan bertekstur diberikan pada permukaan yang diam dan mengalami slip. Ketebalan fluida masuk sama dengan ketebalan fluida keluar, sehingga *slider bearing* dimodelkan dengan model paralel.

2.4.1 Kekasaran permukaan bertekstur *rectangular*

Slider bearing dimodelkan dengan *parallel pad bearing*, seperti Gambar 2.12 berikut:



Gambar 2.12 Pemodelan permukaan bertekstur *rectangular*

Pada permukaan atas merupakan permukaan diam dan permukaannya dibuat bertekstur *rectangular* sepanjang Lr . Selain dibuat bertekstur, permukaan juga dipertimbangkan terjadinya slip. Dengan mengikuti penurunan persamaan pada kasus I dan batasan yang menjadikan persamaan Reynolds tersebut masih valid digunakan. Untuk itu bilangan Reynolds yang digunakan sebesar 1, *dimple aspect ratio* λ sebesar 10, densitas tekstur ρ_T yang dijaga konstan sebesar 0.5 dan panjang *dimple* relatif S juga dijaga konstan sebesar 1 (Dobrica, 2008).

2.4.2 Kekasaran permukaan bertekstur sinusoidal

Pengaruh kerutan permukaan terhadap performen *slider bearings* telah banyak menarik perhatian para peneliti. Berbagai kerutan sinusoidal dengan arah sinusoidal tegak lurus dengan arah *sliding* atau menabrak secara parallel dengan arah sinusoidal telah banyak divariasikan untuk penelitian. Hal ini dapat terjadi sebagai hasil dari kesalahan manufaktur atau beberapa ketidak seragaman pola yang wajar yang disebabkan oleh erosi lokal dan pengerutan. Keadaan ini selalu ada dan diketahui secara luas semenjak kerutan permukaan diperkenalkan sebagai hasil dari karakteristik bantalan dan memungkinkan beberapa tekstur kerutan akan memberikan keuntungan jika diaplikasikan.

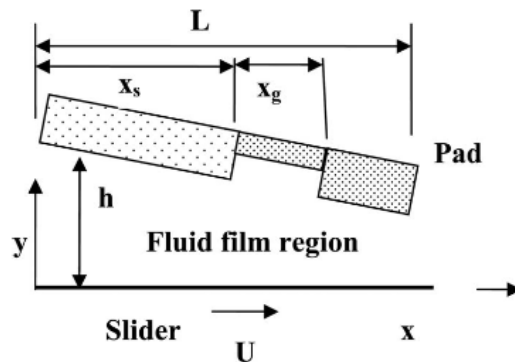
Salah satu model kerutan sinusoidal adalah seperti yang dibuat oleh *Phuoc Huynh* (2005) dengan persamaan sinusoidal sebagai berikut:

$$y = a \sin(2\pi x / \lambda) \quad (2.35)$$

Dimana x dan y adalah koordinat arah x dan y , a adalah amplitude sinusoidal dan λ adalah panjang gelombang.

2.4.3 *Single-grooved slider bearing*

Aplikasi dari *single-grooved* pada permukaan yang diam diperkenalkan oleh *Rao* (2010) dalam papernya, adapun ilustrasi dari *single-grooved slider bearing* adalah sebagai berikut ini:



Gambar 2.13 Geometri *single-grooved slider bearing* dengan partial slip (Rao, 2010)

Geometri tersebut dalam kondisi *full film* dengan dengan x_s adalah panjang area slip, x_g adalah panjang *grooved*, L adalah panjang bantalan/*pad* dan h adalah ketinggian dari film. Permukaan diam mengalami kontak heterogen slip/tanpa slip.

2.5. Teori Dasar Metode Volume Hingga

Computational Fluid Dynamic (CFD) merupakan metode analisa numerik dengan memanfaatkan komputer untuk menghasilkan informasi prediksi pola aliran fluida pada kondisi waktu dan ruang tertentu. Dengan menggunakan CFD, prediksi aliran fluida di berbagai system dapat dilakukan dengan lebih efektif dan efisien

dibandingkan bila design tersebut langsung diaplikasikan dengan metode eksperimen. CFD mencakup berbagai disiplin ilmu termasuk matematika, ilmu komputer fisika, dan teknik. Untuk membuat CFD dibutuhkan suatu pemahaman tentang dinamika fluida. Karena kompleksnya permasalahan aliran fluida, maka untuk memahami pergerakan fluida terlebih dahulu harus memahami sifat-sifat aliran fluida tersebut.

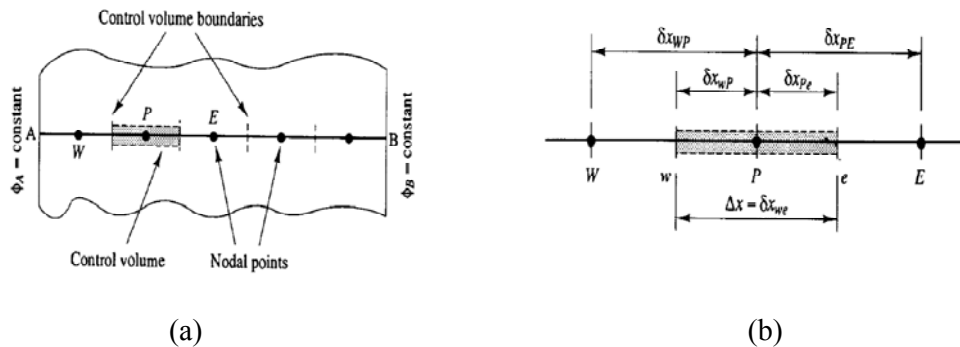
Proses transformasi persamaan diferensial menjadi operasi matematika yang lebih sederhana disebut dengan proses diskritisasi. Pada proses diskritisasi persamaan diferensial parsial harus diterjemahkan menjadi analogi numerisnya sehingga dapat dikalkulasi oleh komputer. Secara visual, diskritisasi ditampilkan dalam bentuk grid yang memiliki luas atau volume yang terhingga. Grid memiliki titik-titik dalam ruang yang ditempati fluida dimana informasi mengenai propertinya dapat ditampilkan. Ada beberapa teknik diskritisasi yang sering digunakan dan masing-masing berdasarkan prinsip yang berbeda. Beberapa teknik diskritisasi tersebut misalnya adalah:

- Metode beda hingga (*Finite Difference Method*)
- Metode elemen hingga (*Finite Element Method*)
- Metode volume hingga (*Finite Volume Method*)

Untuk model sederhana seperti model satu dimensi, pembuatan grid berstruktur tidak mengalami hambatan yang berarti, tetapi jika model terdiri atas beberapa komponen dan geometri model berbentuk kompleks, pembentukan grid akan mengalami hambatan yang besar. Walaupun berhasil, pembentukan grid tersebut akan memerlukan waktu. Dua metode terakhir, yaitu MEH dan MVH dapat mengatasi masalah di atas dengan penggunaan grid tak berstruktur, sehingga pembentukan grid di sekitar model berkomponen banyak dan kompleks sekalipun akan mudah dilakukan. Metode elemen hingga sebagian besar digunakan pada area struktur mekanis, sedangkan metode volume hingga lebih dominan digunakan pada area aliran mekanis. Bagaimanapun, waktu perhitungan yang dibutuhkan oleh MEH relatif lebih besar dari MVH, sehingga dalam penelitian ini, untuk menyelesaikan kasus yang dihadapi digunakan MVH. Kelebihan lain dari MVH ialah metode ini dapat diterapkan untuk grid berstruktur dan dalam diskritisasi persamaan turunan selalu dalam bentuk konservatif sehingga solusi yang diperoleh akan lebih akurat. Solusi dibagi ke dalam sejumlah *control volume* yang berhingga, dan persamaan umum yang telah didiskritisasi diaplikasikan pada tiap

control volume. Titik pusat tiap *control volume* merupakan nodal komputasi pada variabel yang dihitung (Ferziger, 2002).

Untuk kasus satu dimensi dapat digambarkan seperti Gambar 2.14 merepresentasikan pembagian domain ke dalam *control volume* yang berhingga dan notasi yang biasa digunakan. Titik nodal diidentifikasi dengan P . Dan titik nodal didekatnya di sebelah barat dan timur diidentifikasi dengan W dan E . Titik permukaan *control volume* di sisi barat ditunjuk dengan w dan di sisi timur dengan e . Jarak antara nodal W dan P , dan antara P dan E diidentifikasi dengan δx_{WP} dan δx_{PE} . Sedangkan jarak antara titik permukaan *control volume* w dengan titik nodal P , dan antara titik nodal P dengan titik permukaan *control volume* e dinotasikan dengan δx_{wP} dan δx_{Pe} . Panjang *control volume* adalah δx_{we} .



Gambar 2.14 (a) Pembagian *control volume* 1 dimensi, (b) Panjang *control volume* (Versteg, 1995)

Persamaan aliran fluida dan format *control volume* tersebut dibangun dengan metode numerik berdasarkan integralisasi, sebagai contoh dari diskretisasi persamaan diambil kasus difusi aliran *steady*. Persamaan umum didapat dari *general transport equation* dari sifat ϕ memberikan:

$$\text{div}(\Gamma \text{grad} \phi) + S_\phi = 0 \quad (2.36)$$

Integral dari *control volume* merupakan kunci dari metode volume hingga yang membedakannya dari teknik CFD yang lain.

$$\int_{CV} \text{div}(\Gamma \text{grad} \phi) dv + \int_{CV} S_{\phi} dV = 0 \quad (2.37)$$

Langkah utama dari metode volume hingga adalah mengintergralkan persamaan umum terhadap *control volume* untuk menghasilkan persamaan diskretisasi titik nodal P [4].

$$\int_{\Delta V} \frac{d}{dx} \left(\Gamma \frac{d\phi}{dx} \right) dV + \int_{\Delta V} S_{\phi} dV = \left(\Gamma A \frac{d\phi}{dx} \right)_e - \left(\Gamma A \frac{d\phi}{dx} \right)_w + \bar{S} \Delta V = 0 \quad (2.38)$$

dimana A adalah luas bidang normal dari permukaan *control volume*. Sedangkan \bar{S} adalah rata-rata sumber S dari *control volume*. Persamaan (2.38) mendeskripsikan bahwa flux difusi dari ϕ yang meninggalkan permukaan *control volume* timur dikurangi flux difusi dari ϕ yang memasuki permukaan *control volume* barat adalah sama dengan pembangkitan dari ϕ , dengan kata lain, ini merupakan persamaan kesetimbangan dari ϕ seluruh *control volume*.

Untuk menghitung gradien ϕ pada permukaan *control volume*, digunakan pendekatan distribusi antara titik nodal yang digunakan. Pendekatan linear merupakan cara yang paling sederhana untuk menghitung nilai pada permukaan *control volume*.

$$\left(\Gamma A \frac{d\phi}{dx} \right)_e = \Gamma_e A_e \left(\frac{\phi_E - \phi_P}{\delta x_{PE}} \right) \quad (2.39)$$

$$\left(\Gamma A \frac{d\phi}{dx} \right)_w = \Gamma_w A_w \left(\frac{\phi_P - \phi_W}{\delta x_{WP}} \right) \quad (2.40)$$

Dalam situasi praktisnya, sumber S diberikan fungsi dari variabel yang dicari. Dalam kasus ini, metode volume hingga memperkirakan sumber dengan bentuk linier:

$$\bar{S} \Delta V = S_u + S_P \phi_P \quad (2.41)$$

Substitusi Persamaan (2.39), (2.40), dan (2.41) ke dalam Persamaan (2.38) menjadi:

$$\Gamma_e A_e \left(\frac{\phi_E - \phi_P}{\delta x_{PE}} \right) - \Gamma_w A_w \left(\frac{\phi_P - \phi_W}{\delta x_{WP}} \right) + (S_u + S_P \phi_P) = 0 \quad (2.42)$$

dan Persamaan (2.42) dapat disusun kembali menjadi:

$$\left(\frac{\Gamma_e}{\delta x_{PE}} A_e + \frac{\Gamma_w}{\delta x_{WP}} A_w - S_P \right) \phi_P = \left(\frac{\Gamma_w}{\delta x_{WP}} A_w \right) \phi_W + \left(\frac{\Gamma_e}{\delta x_{PE}} A_e \right) \phi_E + S_u \quad (2.43)$$

Persamaan (2.43) dapat disusun kembali dengan koefisien-koefisien dari ϕ_W dan ϕ_E adalah a_W dan a_E , sehingga Persamaan (2.43) di atas menjadi:

$$a_P \phi_P = a_W \phi_W + a_E \phi_E + S_u \quad (2.44)$$

dimana,

$$a_E = \frac{\Gamma_e}{\delta x_{PE}} A_e, \quad a_W = \frac{\Gamma_w}{\delta x_{WP}} A_w, \quad a_P = a_W + a_E - S_P \quad (2.45)$$

Persamaan diskritisasi (2.44) harus diterapkan pada tiap-tiap nodal point untuk menyelesaikan problem matematis. tersebut merupakan persamaan diskretisasi yang dapat dipakai pada tiap *control volume* (Versteg, 1995).