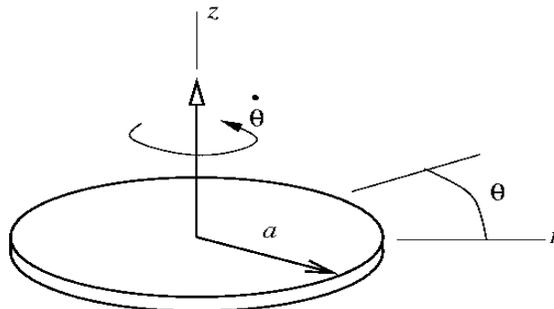


## BAB II TINJAUAN PUSTAKA

### 2.1 Dasar Teori *Rotating Disk*

*Rotating Disk* dapat dimodelkan sebagai sebuah benda aksis-simetrik (simetris terhadap sumbunya) yang berputar pada porosnya. Dalam dunia permesinan, banyak ditemukan komponen-komponen mesin yang berbentuk *rotating disk*. Berdasarkan bentuk geometrinya sebuah *disk* mempunyai dua variabel utama yaitu ketebalan dan jari-jari. Ketika sebuah *disk* dikenai gaya tangensial maka *disk* tersebut akan berputar terhadap porosnya dengan kecepatan sudut tertentu.



Gambar 2.1 *Rotating disk* secara umum [12]

Gambar 2.1 menunjukkan sebuah *rotating disk* secara umum dengan ketebalan yang sama. Pada aplikasi dalam dunia permesinan, *rotating disk* yang digunakan mempunyai beberapa variabel ketebalan, atau dapat disebut *rotating disk* bertingkat. Dalam desain sebuah *rotating disk* perbedaan ketebalan ini mempunyai beberapa tujuan, antara lain untuk memaksimalkan kekuatan *rotating disk* maupun untuk meminimalkan berat dari material yang digunakan. Pada analisa kali ini akan digunakan *rotating disk* dengan beberapa ketebalan.

### 2.2 Aplikasi *Rotating Disk*

Dalam dunia industri maupun permesinan, banyak komponen maupun produk yang termasuk dalam *rotating disk*. Berikut adalah beberapa aplikasi *rotating disk* dalam dunia nyata.

#### a. Rem Cakram / *Disk Brake*

Rem cakram adalah perangkat pengereman yang digunakan pada kendaraan modern. Rem ini bekerja dengan menjepit cakram yang biasanya dipasangkan pada roda

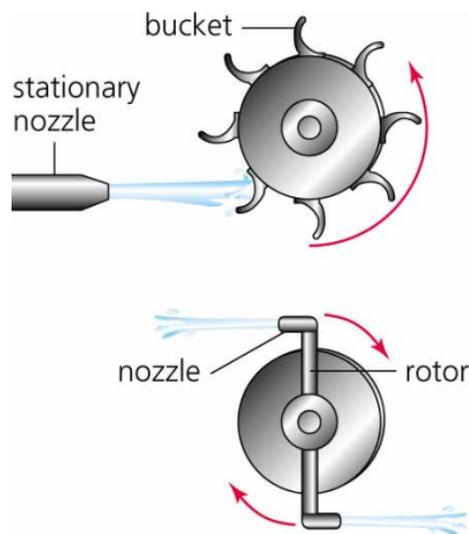
kendaraan, untuk menjepit cakram digunakan kaliper yang digerakkan oleh piston untuk mendorong sepatu rem (*brake pads*) ke cakram. Pada Gambar 2.2 ditunjukkan contoh rem cakram yang sering dipakai pada kendaraan roda dua.



Gambar 2.2 Rem cakram [14]

b. Turbin

Turbin adalah sebuah mesin berputar yang mengambil energi dari aliran fluida. Turbin sederhana memiliki satu bagian yang bergerak. Fluida yang bergerak menjadikan baling-baling berputar dan menghasilkan energi untuk menggerakkan rotor. Contoh turbin secara umum ditunjukkan pada Gambar 2.3.



Gambar 2.3 Turbin [15]

c. *Hardisk*

*Hardisk* adalah sebuah komponen perangkat keras pada komputer yang berisi piringan magnetis dan digunakan untuk menyimpan data. Dalam sebuah *hardisk*,

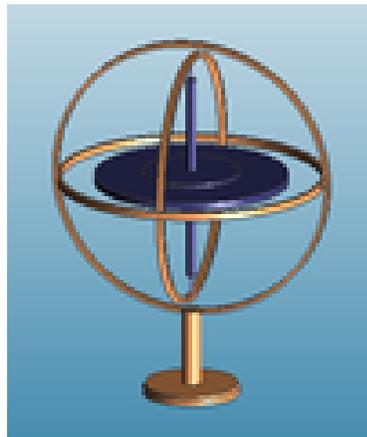
biasanya terdapat lebih dari satu piringan untuk memperbesar kapasitas data yang dapat ditampung. Gambar 2.4 menunjukkan *hardisk* yang biasa dipakai pada komputer, terlihat bahwa piringan magnetis berupa *rotating disk*.



Gambar 2.4 *Hardisk*[13]

d. Giroskop

Giroskop adalah sebuah piringan yang berputar pada sumbunya dimana sumbunya mempunyai orientasi yang selalu tetap. Giroskop digunakan dalam dunia penerbangan untuk menjaga keseimbangan pesawat dan peluru kendali. Gambar 2.5 menunjukkan bentuk giroskop secara umum.

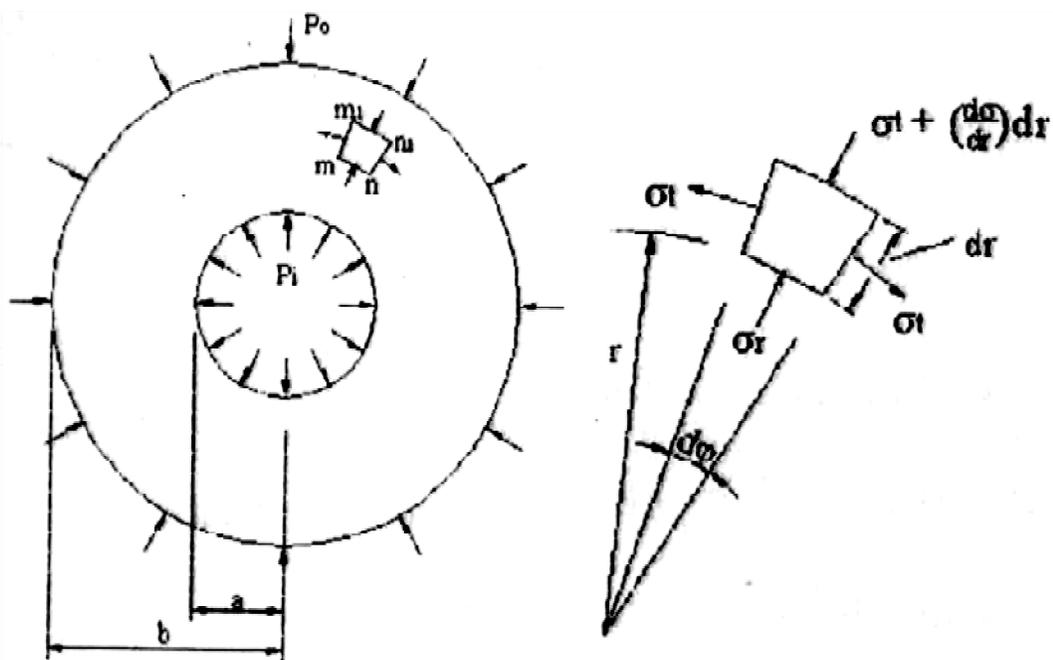


Gambar 2.5 Giroskop [16]

### 2.3 Tegangan pada *Rotating Disk*

Jika sebuah *disk* dibebani oleh gaya terdistribusi *uniform* akibat tekanan dalam dan luar, maka setiap elemen pada *disk* tersebut akan mengalami gaya-gaya dalam (*internal force*). *Internal force* ini akan mengakibatkan terjadinya tegangan pada tiap

elemen *disk*. Tegangan ini dibagi menjadi 3 tegangan utama berdasarkan arahnya yaitu tegangan tangensial ( $\sigma_t$ ), tegangan radial ( $\sigma_r$ ), dan tegangan aksial ( $\sigma_a$ ). Tegangan tangensial adalah tegangan akibat gaya yang bekerja pada arah tangensial sering juga disebut dengan *circumferential stress* atau *Hoop stress*, tegangan radial merupakan tegangan akibat gaya yang bekerja pada arah radial (dari poros ke luar), dan tegangan aksial akibat gaya pada arah sejajar dengan poros. Jika diasumsikan tegangan aksial pada poros konstan sepanjang poros, artinya tegangan aksial sepanjang tidak berubah sepanjang poros, dan *rotating disk* mengalami tekanan dari dalam sebesar ( $P_1$ ) dan tekanan dari luar ( $P_2$ ) maka tegangan internal pada *rotating disk* dapat diilustrasikan pada gambar berikut.



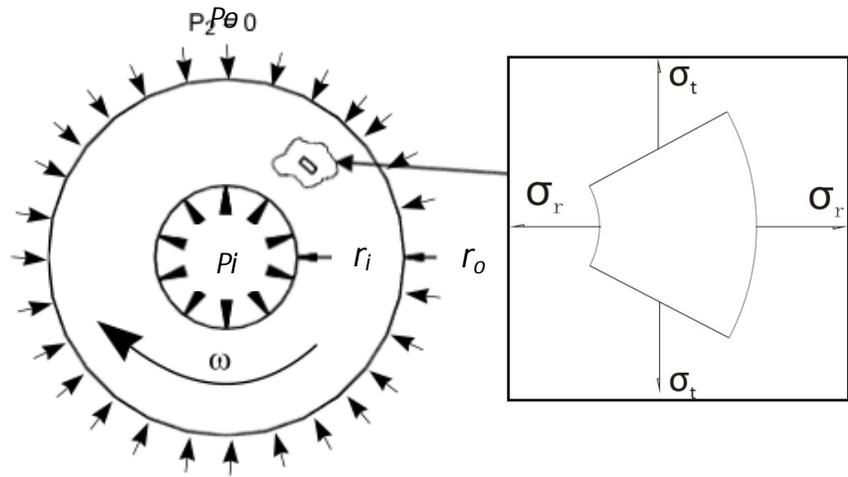
Gambar 2.6 Tegangan pada *disk* akibat tekanan luar dan dalam [9]

Tegangan tangensial dan radial dapat dihitung menggunakan persamaan :

$$\text{_____} \quad \text{_____} \quad (2.1)$$

$$\text{_____} \quad \text{_____} \quad (2.2)$$

Jika *disk* tersebut juga mendapat beban berupa putaran sebesar  $\omega$ , maka besarnya tegangan tangensial dan radial juga berubah akibat putaran ini,



Gambar 2.7 Tegangan pada *rotating disk*[11]

Tegangan tangensial dan radial dapat dihitung menggunakan persamaan :

$$\sigma_r = \frac{\rho \omega^2}{8(1-\nu)} \left( r_o^2 + r_i^2 - \frac{r_o^2 r_i^2}{r^2} - r^2 \right) \tag{2.3}$$

$$\sigma_t = \frac{\rho \omega^2}{4(1-\nu)} \left( r_o^2 + r_i^2 + \frac{r_o^2 r_i^2}{r^2} - r^2 \right) \tag{2.4}$$

- Dimana :
- $\sigma_t$  = tegangan tangensial
  - $\sigma_r$  = tegangan radial
  - $r_i$  = jari-jari dalam
  - $r_o$  = jari-jari luar
  - $r$  = jari-jari pada sembarang titik pada *rotating disk*
  - $\rho$  = massa jenis material
  - $\omega$  = kecepatan sudut
  - $\nu$  = *poisson's ratio*

[ref.5 hal 311]

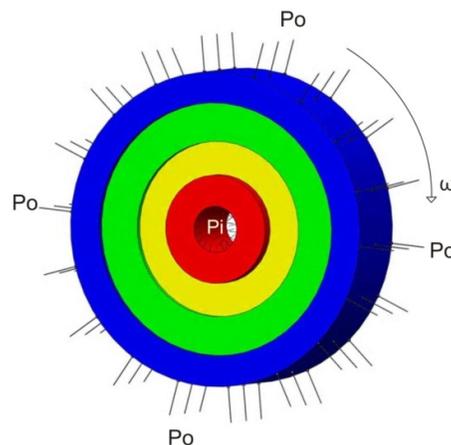
## 2.4 Tegangan pada *Rotating Disk Bertingkat*

Untuk menghitung distribusi tegangan pada piringan dengan variabel ketebalan atau ketebalan yang berubah tiap segmennya maka digunakan teknik numerik. Metode yang digunakan didasarkan pada perubahan ketebalan pada sebuah sistem *rotating disk* yang jumlahnya tertentu dan ketebalannya tetap.

Tegangan radial dan tangensial pada *rotating disk* dibedakan menjadi dua macam yaitu:

- a. Tegangan akibat rotasi
- b. Tegangan akibat tekanan

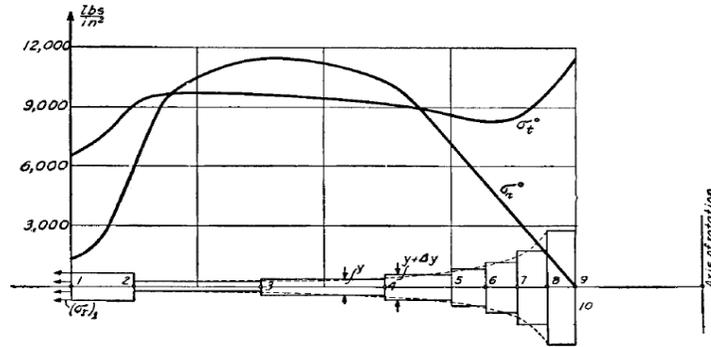
Perhitungan distribusi tegangan pada piringan yang mempunyai ketebalan berubah-ubah lebih rumit daripada piringan dengan ketebalan seragam. Pada batas ketebalan cincin satu dengan yang lain terdapat gaya aksi-reaksi yang dapat dinyatakan dalam bentuk hubungan tekanan dengan ketebalan.



Gambar 2.8 *rotating disk* tingkat mendapat beban  $P_o$ ,  $P_i$ , dan  $\omega$

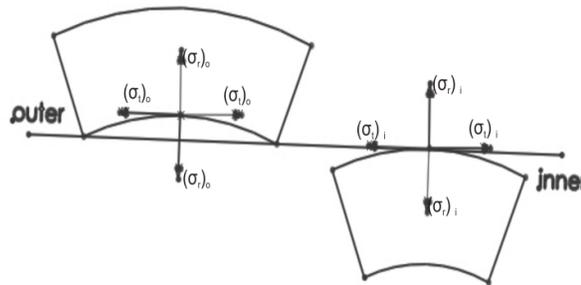
Pada Gambar 2.8 diperlihatkan sebuah *rotating disk* berputar dengan kecepatan  $\omega$  dibebani tekanan pada permukaan terluar  $P_o$  dan tekanan pada poros  $P_i$ . Tekanan dari luar dapat berasal dari tekanan gas maupun tekanan yang lain, demikian juga tekanan pada poros  $P_i$  dapat diakibatkan oleh tekanan gas maupun tekanan akibat *interference fit* atau tekanan antara poros dengan *disk* akibat tegangan susut pada proses pemasangan. Tekanan dan putaran ini akan mengakibatkan timbulnya gaya-gaya dalam pada *rotating disk*. Gaya-gaya dalam ini yang mengakibatkan timbulnya *stress* atau tegangan yang

terdistribusi pada seluruh bagian *rotating disk*. Distribusi tegangan pada rotating disk secara umum diperlihatkan pada Gambar 2.9.



Gambar 2.9 Distribusi tegangan pada *rotating disk* [9]

Untuk menganalisa distribusi tegangan pada sebuah *rotating disk* kita perlu mengetahui distribusi tegangan pada tiap-tiap *interface* (pertemuan antar dua ketebalan *rotating disk*) seperti diperlihatkan pada gambar berikut :



Gambar 2.10 Tegangan pada *interface rotating disk*

Tegangan tangensial pada tiap antarmuka dapat dihitung menggunakan persamaan berikut

- a. Tegangan tangensial pada sisi luar akibat *boundary pressure*  $P_n \frac{L_{n-1}}{L_n}$  dan  $P_{n+1}$

$$(\sigma_t)_{(n+1)_o} = \frac{\left[1 + \left(\frac{R_n}{R_{n+1}}\right)^2\right] P_{n+1} - 2 \left(\frac{R_n}{R_{n+1}}\right)^2 P_n \left(\frac{L_{n-1}}{L_n}\right)}{\left(\frac{R_n}{R_{n+1}}\right)^2 - 1} \quad (2.5)$$

- b. Tegangan tangensial pada sisi dalam akibat *boundary pressure*

$$(\sigma_t)_{(n+1)_i} = \frac{2P_{n+2} - \left[1 + \left(\frac{R_{n+1}}{R_{n+2}}\right)^2\right] P_{n+1} \times \left(\frac{L_n}{L_{n+1}}\right)}{\left(\frac{R_{n+1}}{R_{n+2}}\right)^2 - 1} \quad (2.6)$$

c. Tegangan tangensial pada sisi luar akibat putaran *disk*

$$(\sigma_V)_{(n+1)_o} = \frac{\gamma 10^4}{4g} \left[ (3 + \nu) \left( \frac{R_n}{R_2} \right)^2 + (1 - \nu) \left( \frac{R_{n+1}}{R_2} \right)^2 \right] V^2 \quad (2.7)$$

d. Tegangan tangensial pada sisi dalam akibat putaran *disk*

$$(\sigma_V)_{(n+1)_i} = \frac{\gamma 10^4}{4g} \left[ (3 + \nu) \left( \frac{R_{n+2}}{R_2} \right)^2 + (1 - \nu) \left( \frac{R_{n+1}}{R_2} \right)^2 \right] V^2 \quad (2.8)$$

Untuk menghitung besarnya distribusi tekanan pada tiap tingkat digunakan persamaan berikut :

$$P_{n+2} = K_n V^2 - Q_n P_n + U_n P_{n+1} \quad (2.9)$$

dengan :

$$A_n = \left\{ \frac{(3+\nu)\gamma 10^4}{4g} \right\} \left\{ \left( \frac{R_n}{R_2} \right)^2 - \left( \frac{R_{n+2}}{R_2} \right)^2 \right\} \quad (2.10)$$

$$B_n = \frac{2 \left( \frac{R_n}{R_{n+1}} \right)^2}{\left( \frac{R_n}{R_{n+1}} \right)^2 - 1} \quad (2.11)$$

$$C_n = \frac{2}{\left( \frac{R_{n+1}}{R_{n+2}} \right)^2 - 1} \quad (2.12)$$

$$D_n = \frac{(1-\nu) + (1+\nu) \left( \frac{R_n}{R_{n+1}} \right)^2}{\left( \frac{R_n}{R_{n+1}} \right)^2 - 1} + \left( \frac{L_n}{L_{n+1}} \right) \frac{(1+\nu) + (1-\nu) \left( \frac{R_{n+1}}{R_{n+2}} \right)^2}{\left( \frac{R_{n+1}}{R_{n+2}} \right)^2 - 1} \quad (2.13)$$

$$K_n = \frac{A_n}{C_n} \quad (2.14)$$

$$Q_n = \frac{B_n}{C_n} \left( \frac{L_{n-1}}{L_n} \right) \quad (2.15)$$

$$U_n = \frac{D_n}{C_n} \quad (2.16)$$

Dimana :

$R_n$  = jari-jari cincin terluar

$R_{n+1}$  = jari-jari pada sembarang antarmuka (pertemuan dua cincin)

$L_n$  = ketebalan cincin terluar

$L_{n+1}$  = ketebalan cincin dalam

$P_n, P_{n+1}, P_{n+2}$  = tekanan pada jari-jari ke- $n$ ,  $n+1$ , dan  $n+2$

$R_m$  = jari-jari terdalam (jari-jari poros)

$L_m$  = ketebalan cincin paling dalam

$N$  = kecepatan putar *disk* (rpm)

$g$  = percepatan gravitasi

$V$  = kecepatan keliling *disk* /kecepatan linear

$P_m$  = tekanan dalam (tekanan pada poros)

$\nu$  = *Poisson's ratio*

Persamaan (2.7) digunakan untuk menghitung besarnya tekanan pada tiap *interface*, dengan memasukan nilai  $n = 2$  s/d  $n = m-1$  (atau  $n = X =$  jumlah tingkat). Solusi dari persamaan ini dapat diperoleh dengan mengasumsikan nilai  $P_3$  tebakan dan menghitung nilai  $P_m$ . Karena hubungan antara  $P_3$  dan  $P_m$  linear, dengan menebak dua nilai  $P_3$  dan menghitung nilai  $P_m$  untuk masing-masing tebakan, nilai  $P_3$  sesungguhnya dapat didapatkan menggunakan extrapolasi linear. Semua tekanan dianggap kompresi jika bernilai positif dan tarik jika negatif.

Tegangan radial pada tiap-tiap antarmuka dihitung menggunakan persamaan berikut :

$$(\sigma_r)_{n+1} = -\frac{1}{2} \left[ 1 + \left( \frac{L_n}{L_{n+1}} \right) \right] P_{n+1} \quad (2.17)$$

Tegangan tangensial pada tiap-tiap antarmuka dihitung menggunakan persamaan berikut :

$$(\sigma_t)_{n+1} = -B_n \left( \frac{L_{n+1}}{L_n} \right) P_n + \left[ E_n + \frac{B_n}{2} - \frac{\nu}{2} \left( \frac{L_n}{L_{n+1}} \right) \right] P_{n+1} + F_n V^2 \quad (2.18)$$

$$E_n = \frac{1}{\left( \frac{R_n}{R_{n+1}} \right)^2 - 1} \quad (2.19)$$

$$F_n = \left[ \left( \frac{(3+\nu)\gamma 10^4}{4g} \right) \left( \frac{R_n}{R_2} \right)^2 + \left( \frac{(1-\nu)\gamma 10^4}{4g} \right) \left( \frac{R_{n+1}}{R_2} \right)^2 \right] \quad (2.20)$$

Dimana  $n = 2$  s/d  $n = m-1$  atau  $n = X + 1$ , X jumlah segmendisk

[ref. 1]

## 2.5 Teori Kegagalan

Dalam mendesain suatu komponen mesin ataupun produk-produk lain perlu diperhitungkan kekuatan bahan. Kekuatan bahan ini akan menjadi batas apakah produk yang kita mampu menahan beban yang diterima ketika bekerja. Umumnya teori kegagalan yang dipakai dalam perencanaan adalah sebagai berikut :

### A. Teori Tegangan Normal Maksimum

Teori tegangan normal maksimum atau singkatnya teori tegangan maksimum menegaskan bahwa terjadinya kegagalan atau keretakan suatu bahan apabila tegangan normal maksimum pada suatu titik mencapai harga kritis tanpa meninjau tegangan yang lain. Untuk memberlakukan kriteria kegagalan kita hanya harus menentukan tegangan utama terbesar saja. Harga tegangan kritis  $\sigma_{ult}$  biasanya ditentukan dalam uji tarik, dimana kegagalan suatu sampel ditentukan baik oleh pemuaian panjang yang berlebihan besarnya maupun keretakan. [ref. 7]

### B. Teori Tegangan Geser Maksimum

Teori tegangan geser maksimum merupakan hasil pengamatan dalam bahan yang elastik, slip terjadi selama peluluhan sepanjang bidang yang berorientasi secara kritis. Teori ini menganggap bahwa kriteria luluh (*yielding*) suatu bahan tergantung hanya pada tegangan geser maksimum yang dicapai sebuah elemen. Jika suatu bahan dikenai tegangan sampai mencapai harga kritis  $\tau_{crit}$  maka bahan tersebut mulai mengalami luluh. Untuk bahan tertentu harga ini dibuat sama dengan tegangan geser luluh dalam pengaruh tarik atau tekan yang sederhana.

$$\tau_{max} \equiv \tau_{crit} = \left| \pm \frac{\sigma_1}{2} \right| = \frac{\sigma_{yp}}{2} \quad (2.21)$$

Untuk menggunakan kriteria tegangan geser maksimum pada suatu status tegangan sumbu ganda tertentu, mula-mula haruslah kita tentukan terlebih dahulu tegangan geser maksimum tersebut kemudian barulah kita samakan dengan  $\tau_{max}$  yang diberikan oleh persamaan di atas. Sehingga didapat kriteria luluh sebagai berikut :

$$|\sigma_1| \leq \sigma_{yp} \text{ dan } |\sigma_2| \leq \sigma_{yp} \quad (2.22)$$

$$\left| \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \right| \leq \sigma_{yp} \quad (2.23)$$

Persamaan 2.20 berlaku hanya bila  $\sigma_1$  dan  $\sigma_2$  mempunyai tanda yang sama, sedang persamaan 2.21 berlaku jika  $\sigma_1$  dan  $\sigma_2$  mempunyai tanda yang berlawanan.

[ref. 7]

### C. Teori Energi Distorsi Maksimum atau Tegangan Von Misses

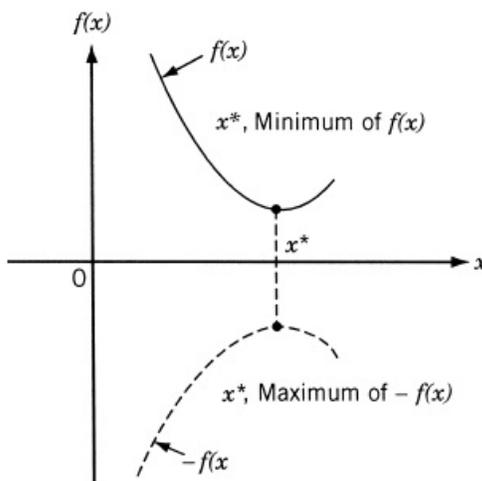
Pada teori ini diasumsikan bahwa suatu material berada pada kondisi kritis ketika energi yang dibutuhkan untuk terjadi distorsi pada elemen material berada pada nilai kritis. Tegangan kritis ini disebut Tegangan Von Misses yang dirumuskan sebagai berikut :

$$\sigma_{cr} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1 \sigma_2} \quad (2.24)$$

Berdasar teori ini suatu kondisi tegangan dinyatakan bekerja pada kondisi aman apabila besarnya  $\sigma_{cr}$  tidak melebihi kekuatan kritis material (*yield strength*). [ref.4]

## 2.6 Teori Optimasi

Optimasi adalah suatu usaha mendapatkan hasil yang terbaik dalam suatu kondisi tertentu. Pada desain, konstruksi, dan perawatan suatu sistem, seorang insinyur harus mengambil keputusan melalui beberapa tahapan. Tahapan-tahapan tersebut ditujukan untuk mendapatkan hasil maksimal maupun untuk meminimalkan usaha yang diperlukan. Usaha untuk mendapatkan hasil yang diinginkan ini dapat disampaikan sebagai sebuah fungsi dengan beberapa variabel tertentu, oleh karena itu optimasi dapat didefinisikan sebagai proses untuk menemukan kondisi yang membuat fungsi tersebut mencapai nilai maksimum maupun minimum.



Gambar 2.11 Nilai minimum  $f(x)$  sama dengan nilai maksimum  $-f(x)$  [8]

Sebuah masalah optimasi dapat dinyatakan dalam bentuk sebagai berikut :

$$\text{Tentukan nilai } X = \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ \vdots \\ X_n \end{Bmatrix} \text{ yang meminimalkan } f(x)$$

Dengan batasan

$$g_j(X) \leq 0, \quad j = 1, 2, 3, \dots, m$$

dan

$$h_j(X) \leq 0, \quad j = 1, 2, 3, \dots, p$$

Dimana:

$X$  : vektor desain (*design vector*)

$f(x)$  : fungsi tujuan (*objective function*)

$g_j$  : *inequality constraints*

$h_j$  : *equality constraints*

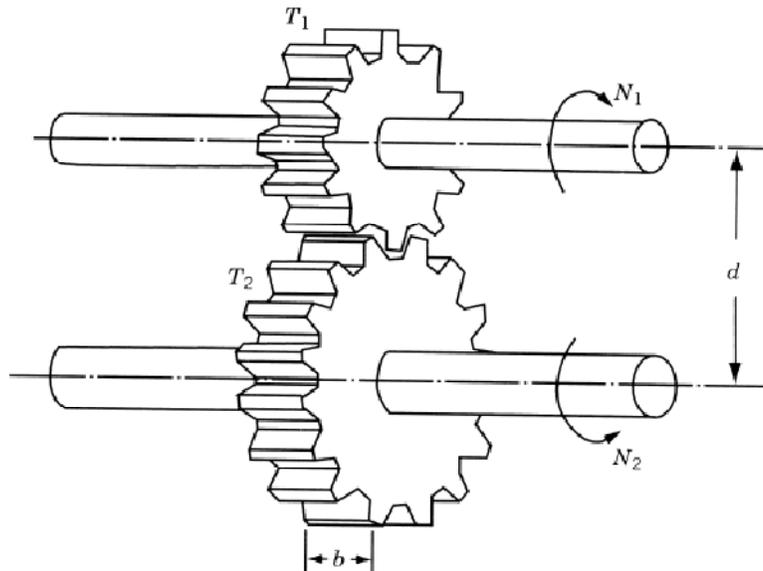
Masalah diatas dikenal sebagai sebuah masalah optimasi dengan suatu pembatas (*constrained optimization problem*)

### 2.6.1 Elemen Optimasi

Dalam optimasi terdapat beberapa hal utama yang harus diperhatikan, hal tersebut yaitu :

a. *Design Vector*

Pada proses desain setiap sistem atau komponen dalam *engineering* didefinisikan sebagai sekumpulan variabel. Secara umum, beberapa variabel yang sudah ditentukan nilainya dan bersifat konstan disebut *preassigned parameters*. Semua variabel yang berubah nilainya selama proses desain atau dalam kata lain variabel yang dicari nilainya disebut *design variables*  $x_i = 1, 2, \dots, n$ . desain variabel dikumpulkan menjadi sebuah vektor desain  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}^T$ . Sebagai contoh, pada desain sepasang roda gigi pada Gambar 2.12.



Gambar 2.12 Sepasang roda gigi [8]

Sepasang roda gigi ini mempunyai karakteristik sebagai berikut :

- a. Lebar roda gigi ( $b$ )
- b. Jumlah gigi ( $T_1$  dan  $T_2$ )
- c. Jarak poros ( $d$ )
- d. Sudut kerja ( $\psi$ )
- e. profil gigi
- f. material

Jika jarak poros, sudut kerja, profil gigi, dan material sudah ditentukan dari awal, maka variabel ini disebut *preassigned parameters*. Sedangkan variabel yang lain yaitu lebar roda gigi ( $b$ ) dan jumlah gigi ( $T_1$  &  $T_2$ ) merupakan variabel yang dicari nilainya, maka disebut *design variables*, variabel yang dicari nilainya ini dapat dinyatakan dalam sebuah vektor desain  $X$ , dimana :

$$X = \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} b \\ T_1 \\ T_2 \end{Bmatrix}$$

#### b. *Design Constraints*

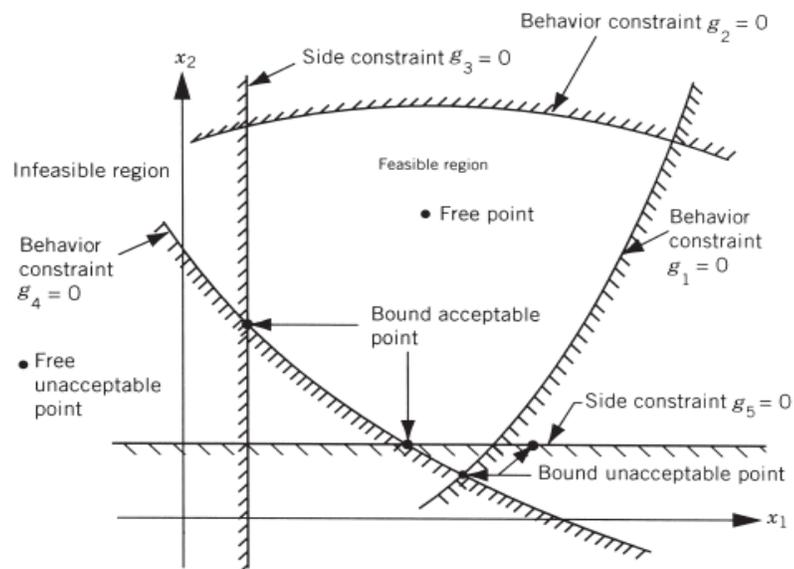
Pada kenyataannya, desain variabel tidak dapat ditentukan secara sembarangan karena harus memenuhi spesifikasi dari fungsi dan kebutuhan yang lain. Batasan yang

harus dipenuhi dalam menghasilkan desain yang dapat diterima disebut sebagai *design constraints*. Pembatas yang membatasi kemampuan sistem disebut *behavior* atau *functional constraints*. Pembatas yang membatasi variabel desain seperti ketersediaan, kemampuan diproses dan transport disebut sebagai *geometric* atau *side constraints*.

Pada contoh Gambar 2.12 dapat ditentukan *behavior* atau *functional constraints* yaitu lebar roda gigi (b) tidak boleh lebih dari harga tertentu, karena menentukan kekuatan dan perbandingan  $T1/T2$  juga dibatasi oleh kecepatan output dan input shaft. *Side constraints* dapat berupa, nilai  $T1$  dan  $T2$  harus berupa bilangan bulat, bukan pecahan dan ada batas atas dan bawah pada  $T1$  dan  $T2$  karena keterbatasan proses produksi.

### c. Constraint surface

Sebagai ilustrasi, misalkan sebuah masalah optimasi dengan sebuah batasan ketidaksamaan (*inequality constraint*)  $g_j(X) \leq 0$ . Kumpulan harga  $X$  yang memenuhi persamaan  $g_j(X) = 0$ , membentuk sebuah *hypersurface* dalam ruang desain dan disebut *constraint surface*. Permukaan pembatas ini dapat dibagi menjadi dua daerah,  $g_j(X) < 0$  dan  $g_j(X) > 0$ . Seluruh titik yang terletak pada daerah  $g_j > 0$  tidak memenuhi fungsi  $g_j(X) \leq 0$  atau disebut *infeasible* atau *unacceptable region*, dan seluruh titik pada yang memenuhi persamaan  $g_j(X) < 0$  disebut *feasible* atau *acceptable region*.



Gambar 2.13 Contoh permukaan *constraints* dalam ruang desain dua dimensi [8]

Gambar diatas menunjukkan sebuah ruang desain dua dimensi, dimana *infeasible region* ditunjukkan sebagai daerah yang diarsir. Titik yang berada pada satu atau lebih *constraint* disebut sebagai *bound point*, dan titik sembarang yang tidak berada pada *infeasible region* maupun garis batas disebut *free points*.

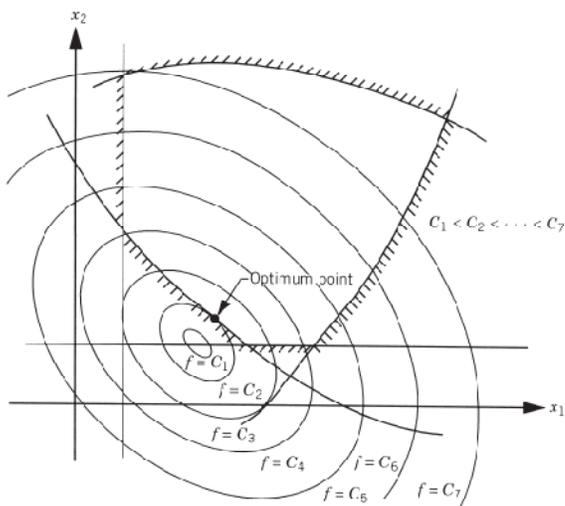
d. *Objective Function*

Proses desain bertujuan untuk mendapatkan suatu rancangan yang dapat diterima untuk mengatasi suatu masalah. Secara umum, akan terdapat banyak desain yang memenuhi kriteria untuk mengatasi masalah tersebut, dan tujuan dari optimasi adalah untuk mendapatkan desain yang terbaik dari desain-desain tersebut. Oleh karena itu perlu adanya kriteria-kriteria tertentu untuk dapat menentukan desain manakah yang terbaik dari banyak desain tersebut. Kriteria yang menentukan suatu desain dianggap optimal yang ditulis dalam bentuk fungsi dalam beberapa variabel desain ini disebut *objective function*. Sebagai contoh sebuah *objective function* dalam perancangan sebuah pesawat adalah mendapatkan sebuah desain yang optimal dengan tujuan meminimalkan berat pesawat tersebut.

Pada beberapa kasus desain, akan ada lebih dari satu kriteria yang harus dipenuhi dan desain akhir harus memenuhi beberapa kriteria tersebut. Sebagai contoh, sepasang roda gigi harus didesain sedemikian rupa sehingga daya yang ditransmisikan maksimal namun beratnya harus seminimal mungkin. Masalah optimasi dengan lebih dari satu *objective function* seperti ini disebut *multiobjective programming problem*.

e. *Objective Function Surface*

Tempat semua titik yang memenuhi  $f(X) = C = \text{konstan}$ , dapat digambarkan sebagai sebuah *hypersurface* pada ruang desain, setiap nilai  $C$  yang berbeda-beda merupakan himpunan desain vektor yang berbeda. Permukaan ini disebut *objective function surfaces*, sebagai contoh pada gambar berikut.



Gambar 2.14 *objective function surface* [8]

Pada gambar diatas terdapat beberapa bentuk lingkaran, lingkaran ini dibentuk dari kumpulan beberapa desain vektor  $(X_i, X_2)$  yang mempunyai nilai *objective function* yang sama ( $C_1, C_2, C_3$  dst). Titik optimal dapat dilihat secara mudah yaitu pada perpotongan dengan garis *constraint*.

[ref. 8]

## 2.6.2 Pendefinisian Masalah Optimasi

Secara matematis permasalahan optimasi *rotating disk* pada tugas akhir ini dapat dituliskan sebagai berikut :

$$\text{Tentukan nilai } X = \begin{Bmatrix} R_1 \\ R_2 \\ \vdots \\ R_n \\ L_1 \\ L_2 \\ \vdots \\ L_n \end{Bmatrix} \text{ yang meminimalkan } U(x)$$

Dengan batasan :

$$L_{\min} \leq L_n \leq L_{\max}$$

$$R_n > R_{n+1} \text{ (} R_1 > R_2 > R_3 > R_4 \text{ dst...)}$$

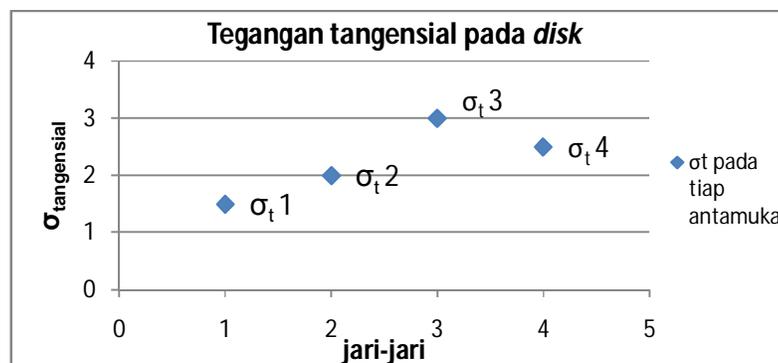
Dengan  $U(x)$  merupakan *objective function*.

Pada permasalahan optimasi rotating *disk* dapat ditentukan beberapa *objective function*, antara lain :

- Minimalkan tegangan tangensial maksimum.
- Minimalkan tegangan tangensial rata-rata.
- Minimalkan perbedaan antara tegangan tangensial maksimum dan minimum.
- Minimalkan volume *disk*, tegangan tangensial maksimum dan tegangan tangensial rata-rata dengan faktor pembebanan bervariasi.
- Minimalkan shear stress maksimum.
- Maksimumkan momen inersia volume.
- Maksimumkan perbedaan antara rasio momen inersia volume dan rasio tegangan tangensial rata-rata dengan faktor pembebanan bervariasi.

Pada tugas akhir ini dipilih sebagai *objective function* adalah meminimalkan tegangan tangensial maksimum dan tegangan tangensial rata-rata.

Grafik 2.14 merupakan contoh distribusi tegangan tangensial pada tiap-tiap pertemuan segmen (antarmuka). Pada grafik diatas terlihat bahwa tegangan tangensial terbesar berada pada jari-jari ke 3 yaitu sebesar  $\sigma_t3$ , *objective function* pada optimasi ini adalah untuk meminimalkan tegangan tangensial maksimum yaitu pada jari-jari 3 tersebut. Namun jika kita mencoba untuk mendapatkan desain untuk meminimumkan tegangan  $\sigma_t3$  tersebut, kita akan mendapati bahwa tegangan pada jari-jari yang lain akan berubah sesuai dengan desain kita. Kita tidak bisa semata-mata meminimalkan tegangan pada jari-jari 3 tersebut saja, karena jika demikian kita akan menemukan suatu kondisi dimana tegangan  $\sigma_t3$  bukan lagi menjadi tegangan maksimum.



Gambar 2.15 Contoh distribusi tegangan pada *rotating disk*

Sebagai contoh, jika kita berusaha meminimalkan tegangan  $(\sigma_t)_3$  pada desain kita, hal ini akan mempengaruhi tegangan pada jari-jari yang lain, misalkan saja  $(\sigma_t)_2$  akan meningkat ketika kita meminimalkan  $(\sigma_t)_3$ . Kemungkinan kita akan menemukan kondisi dimana  $(\sigma_t)_3$  bukan lagi menjadi tegangan maksimal, karena nilai  $(\sigma_t)_2$  (atau tegangan pada jari-jari yang lain) menjadi lebih besar dari  $(\sigma_t)_3$ . *Objective function* pertama dari optimasi ini adalah mendapatkan suatu desain dimana tegangan tangensial maksimum yang kemungkinan terjadi pada masing-masing antarmuka itu menjadi seminimal mungkin. Sedangkan untuk *objective function* yang kedua adalah meminimalkan rata-rata tegangan tangensial yang terjadi pada tiap *interface*.