

BAB III

PEMODELAN DENGAN METODE VOLUME HINGGA

3.1 Teori Dasar Metode Volume Hingga

Computational fluid dynamic atau CFD merupakan ilmu yang mempelajari tentang analisa aliran fluida, perpindahan panas dan fenomena yang berhubungan dengannya seperti reaksi kimia dengan menyelesaikan persamaan matematika dan menggunakan bantuan simulasi komputer. Persamaan-persamaan aliran fluida dapat dideskripsikan dengan persamaan differensial parsial yang tidak dapat dipecahkan secara analitis kecuali dengan kasus yang spesial. Sehingga dibutuhkan suatu metode pendekatan untuk menentukan suatu hasil.

Perbedaan tingkat akurasi eksperimen dengan CFD adalah jika data eksperimen, tingkat akurasi akan bergantung pada alat yang digunakan. Sedangkan akurasi dari solusi numerik, dalam hal ini adalah CFD bergantung pada kualitas diskretisasi yang digunakan. CFD disusun berdasarkan algoritma numerik yang mampu untuk mengatasi masalah aliran fluida. Komponen-komponen yang dibutuhkan dalam algoritma numerik adalah model matematika dan metode diskretisasi [24].

Langkah awal dalam menyusun algoritma numerik adalah model matematika. Model matematika digunakan untuk mendeskripsikan aliran fluida dengan menentukan persamaan differensial parsial dan kondisi batas dari suatu prediksi aliran fluida. Persamaan umum dari aliran fluida yang merepresentasikan model matematika didapatkan dari tiga prinsip utama, yaitu [25]:

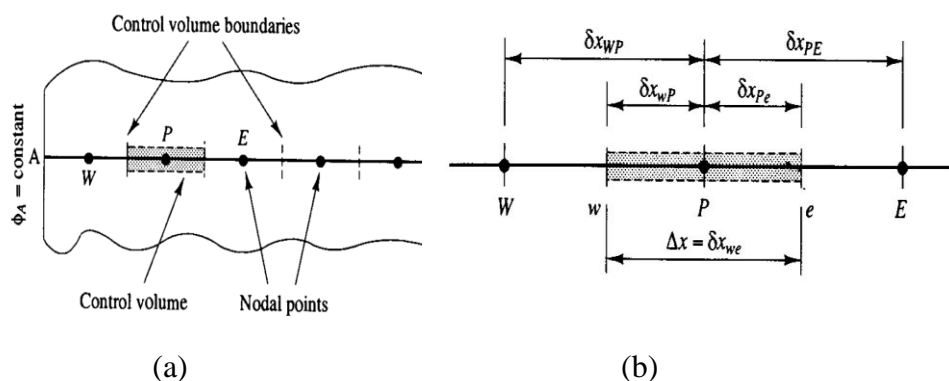
1. Hukum kekekalan massa (persamaan kontinuitas),
2. Hukum II Newton (persamaan momentum),
3. Hukum kekekalan energi (persamaan energi).

Setelah menentukan model matematika, harus dipilih metode diskretisasi yang cocok dengan kata lain sebuah metode dari pendekatan persamaan differensial dengan sistem persamaan aljabar. Untuk menentukan sebuah solusi

pendekatan numerik, digunakan metode diskretisasi persamaan differensial dengan sistem persamaan aljabar yang dapat dipecahkan dengan komputer. Ada beberapa metode pendekatan, yaitu *finite difference method*, *finite element method*, dan *finite volume method*. Salah satu metode yang sering digunakan dalam analisa CFD adalah *finite volume method*.

Metode volume hingga mula-mula dikembangkan dari formulasi *special finite difference*. Metode volume hingga menggunakan bentuk integral dari persamaan umum untuk dilakukan diskretisasi persamaan. Solusi dibagi ke dalam sejumlah *control volume* yang berhingga, dan persamaan umum yang telah didiskretisasi diaplikasikan pada tiap *control volume*. Titik pusat tiap *control volume* merupakan nodal komputasi pada variabel yang dihitung [24].

Untuk kasus satu dimensi dapat digambarkan seperti Gambar 3.1 yang merepresentasikan pembagian domain ke dalam *control volume* yang berhingga dan notasi yang biasa digunakan. Titik nodal diidentifikasi dengan P . Dan titik nodal didekatnya di sebelah barat dan timur diidentifikasi dengan W dan E . Titik permukaan *control volume* di sisi barat ditunjukkan dengan w dan di sisi timur dengan e . Jarak antara nodal W dan P , dan antara P dan E diidentifikasi dengan δx_{WP} dan δx_{PE} . Sedangkan jarak antara titik permukaan *control volume* w dengan titik nodal P , dan antara titik nodal P dengan titik permukaan *control volume* e dinotasikan dengan δx_{wP} dan δx_{Pe} . Panjang *control volume* adalah δx_{we} .



Gambar 3.1(a) Pembagian *control volume* 1 dimensi,
(b) Panjang *control volume*[25]

Kasus difusi aliran *steady* dianggap sebagai contoh dari diskretisasi persamaan. Persamaan umum didapat dari persamaan pengubah umum dari sifat ϕ memberikan:

$$\text{div}(\Gamma \text{grad}\phi) + S_\phi = 0$$

Integral dari *control volume* merupakan kunci dari metode volume hingga yang membedakannya dari teknik CFD yang lain. Persamaan umum diintegrasikan terhadap *control volume* untuk menghasilkan persamaan diskretisasi titik nodal P .

$$\int_{CV} \text{div}(\Gamma \text{grad}\phi) dV + \int_{CV} S_\phi dV = 0$$

$$\int_{\Delta V} \frac{d}{dx} \left(\Gamma \frac{d\phi}{dx} \right) dV + \int_{\Delta V} S_\phi dV = \left(\Gamma A \frac{d\phi}{dx} \right)_e - \left(\Gamma A \frac{d\phi}{dx} \right)_w + \bar{S} \Delta V = 0 \quad (3.1)$$

Disini A adalah luas bidang normal dari permukaan *control volume*. Sedangkan \bar{S} adalah rata-rata sumber S dari *control volume*. Persamaan (3.1) mendeskripsikan bahwa flux difusi dari yang meninggalkan permukaan *control volume* timur dikurangi flux difusi dari yang memasuki permukaan *control volume* barat adalah sama dengan pembangkitan dari keduanya, dengan kata lain, ini merupakan persamaan kesetimbangan dari seluruh *control volume*.

Untuk menghitung gradien pada permukaan *control volume*, digunakan pendekatan distribusi antara titik nodal yang digunakan. Pendekatan linear merupakan cara yang paling sederhana untuk menghitung nilai pada permukaan *control volume*.

$$\left(\Gamma A \frac{d\phi}{dx} \right)_e = \Gamma_e A_e \left(\frac{\phi_E - \phi_P}{\delta x_{PE}} \right) \quad (3.2)$$

$$\left(\Gamma A \frac{d\phi}{dx} \right)_w = \Gamma_w A_w \left(\frac{\phi_P - \phi_W}{\delta x_{WP}} \right) \quad (3.3)$$

Dalam situasi praktisnya, sumber S diberikan fungsi dari variabel yang dicari. Dalam kasus ini, metode volume hingga memperkirakan sumber dengan bentuk linier:

$$\bar{S}\Delta V = S_u + S_p\phi_p \quad (3.4)$$

Sehingga dengan substitusi persamaan (3.2), (3.3), dan (3.4) ke dalam persamaan (3.1) memberikan:

$$\Gamma_e A_e \left(\frac{\phi_E - \phi_P}{\delta x_{PE}} \right) - \Gamma_w A_w \left(\frac{\phi_P - \phi_W}{\delta x_{WP}} \right) + (S_u + S_p\phi_p) = 0 \quad (3.5)$$

Dan persamaan (3.5) dapat disusun kembali menjadi:

$$\left(\frac{\Gamma_e}{\delta x_{PE}} A_e + \frac{\Gamma_w}{\delta x_{WP}} A_w - S_p \right) \phi_P = \left(\frac{\Gamma_w}{\delta x_{WP}} A_w \right) \phi_W + \left(\frac{\Gamma_e}{\delta x_{PE}} A_e \right) \phi_E + S_u \quad (3.6)$$

Persamaan (3.6) dapat disusun kembali dengan koefisien-koefisien dari ϕ_W dan ϕ_E adalah a_W dan a_E , sehingga persamaan (3.6) di atas menjadi:

$$a_p\phi_p = a_w\phi_w + a_e\phi_e + S_u \quad (3.7)$$

dimana,

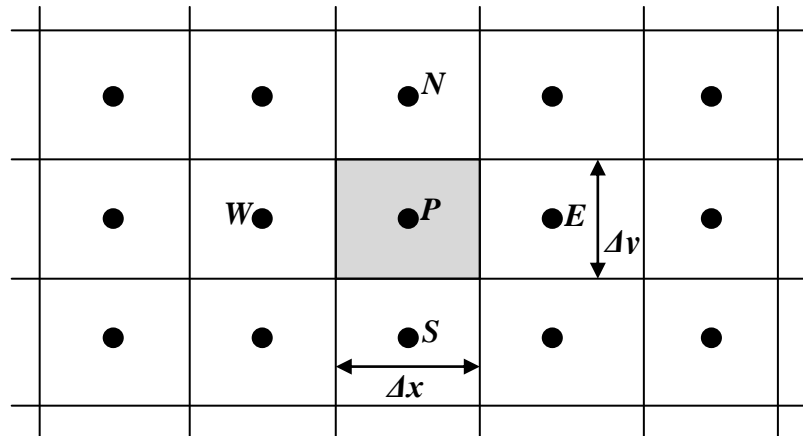
$$a_E = \frac{\Gamma_e}{\delta x_{PE}} A_e$$

$$a_W = \frac{\Gamma_w}{\delta x_{WP}} A_w$$

$$a_P = a_W + a_E - S_P$$

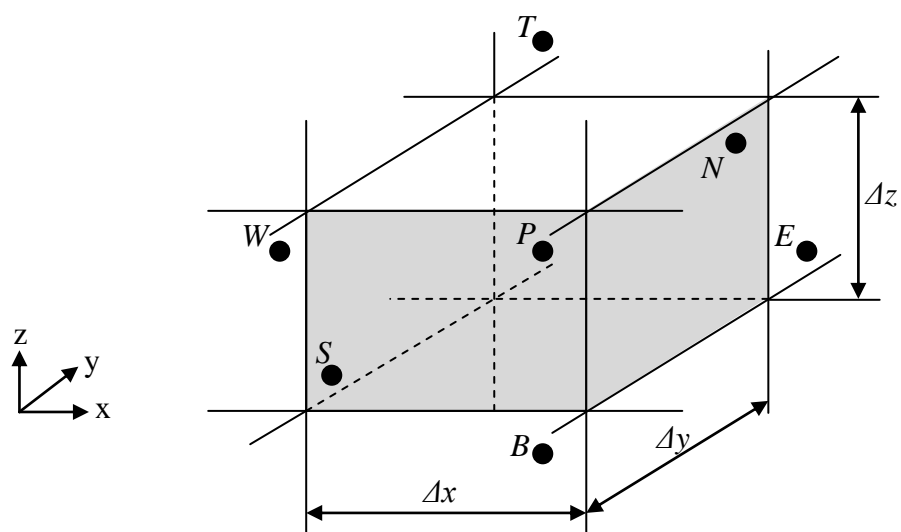
Persamaan (3.7) tersebut merupakan persamaan diskretisasi yang dapat dipakai pada tiap *control volume*[23]. Penggunaan metode dalam mendapatkan persamaan diskretisasi pada kasus 1 dimensi dapat dengan mudah diperluas ke dalam kasus 2 dimensi. *Control volume* yang digunakan untuk pembagian grid seperti ditunjukkan pada Gambar 3.2. Dalam tambahannya nodal yang

bersebelahan dengan titik nodal P tidak hanya E dan W , akan tetapi juga mempunyai utara (N) dan selatan (S).



Gambar 3.2 Grid 2 Dimensi [25]

Sedangkan untuk kasus 3 dimensi sebuah *cell* dan nodal yang bersebelahan digambarkan pada Gambar 3.3. Sebuah *cell* berisi titik nodal P yang akan diidentifikasi dan memiliki 6 nodal yang bersebelahan yang diidentifikasi sebagai *west, east, south, north, bottom* dan *top* (W, E, S, N, B, T). Seperti sebelumnya notasi w, e, s, n, b , dan t digunakan untuk mengacu pada permukaan *control volume* sebelah barat, timur, selatan, utara, bawah dan atas.



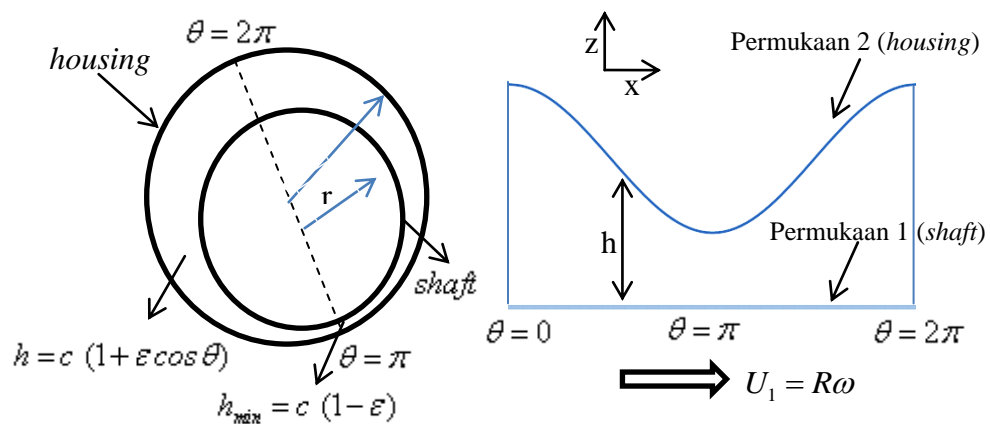
Gambar 3.3 Grid 3 Dimensi [25]

3.2 Formulasi Permasalahan

3.2.1 Kasus I – Permukaan *Smooth* 1 Dimensi *No-Slip*

a. Formulasi permasalahan:

Kontak *sliding* dimodelkan dengan *infinite width journal bearing* yaitu lebar *bearing* diasumsikan tak hingga, sehingga gradien kecepatan fluida dan tekanan hanya berpengaruh pada arah x . *Journal bearing* dimodelkan dalam ketebalan film pelumas yang sederhana seperti pada Gambar 3.4, dimana dua permukaan membentuk sudut tertentu. Pada *bearing* ini ketebalan film memisahkan dua permukaan. Ketinggian fluida ini merupakan fungsi dari θ (Pers 2.3 dan Pers 2.4). Permukaan atas adalah permukaan 2 (*housing*) yang merupakan permukaan yang diam. Sedangkan permukaan bawah adalah permukaan 1 (*shaft*) yaitu permukaan yang bergerak dengan kecepatan U_1 .



Gambar 3.4 Skema ketebalan film *infinite width journal bearing*

b. Tujuan:

Software FLUENT digunakan untuk menganalisa sistem pelumasan. Selanjutnya dilakukan validasi hasil perhitungan software FLUENT dengan MATLAB.

c. Pendekatan solusi:

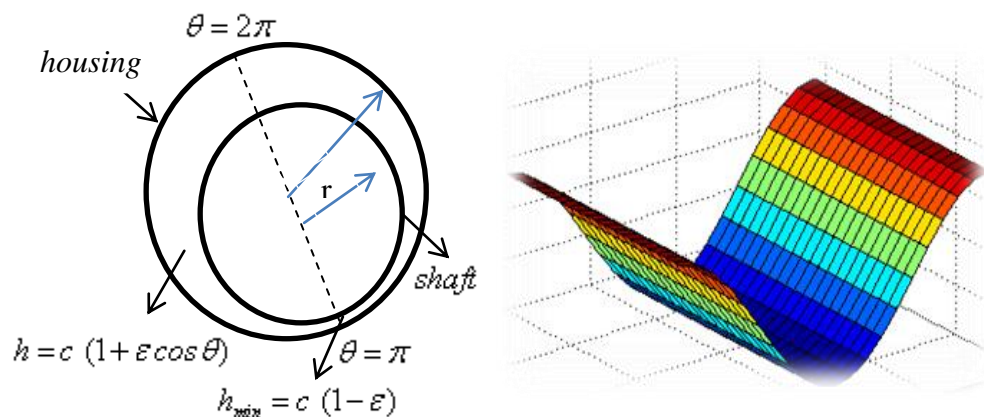
Pemodelan matematis menggunakan persamaan Reynolds klasik (Pers.2.19) 1 dimensi yaitu

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial x} \right) = 6\mu U_1 \frac{\partial h}{\partial x} \quad (3.8)$$

3.2.2 Kasus II – Permukaan *Smooth* 2 Dimensi *No-Slip* (Reynolds *Classic*)

a. Formulasi permasalahan:

Disini lebar *bearing* mempunyai ukuran tertentu (tidak *infinity*) sehingga ketebalan film pada arah *y* juga diperhitungkan. Gambar 3.5 menunjukkan ketebalan film *journal bearing* dalam 2 dimensi.



Gambar 3.5 Ketebalan film *journal bearing* dalam 2 dimensi

b. Tujuan:

Dengan menggunakan kondisi batas seperti yang telah diterangkan pada sub bab 2.4.e, maka bisa didapatkan perbedaan performansi pelumasan setiap kondisi batas sehingga bisa diketahui kondisi batas mana yang cocok dengan kondisi aktual.

c. Pendekatan solusi:

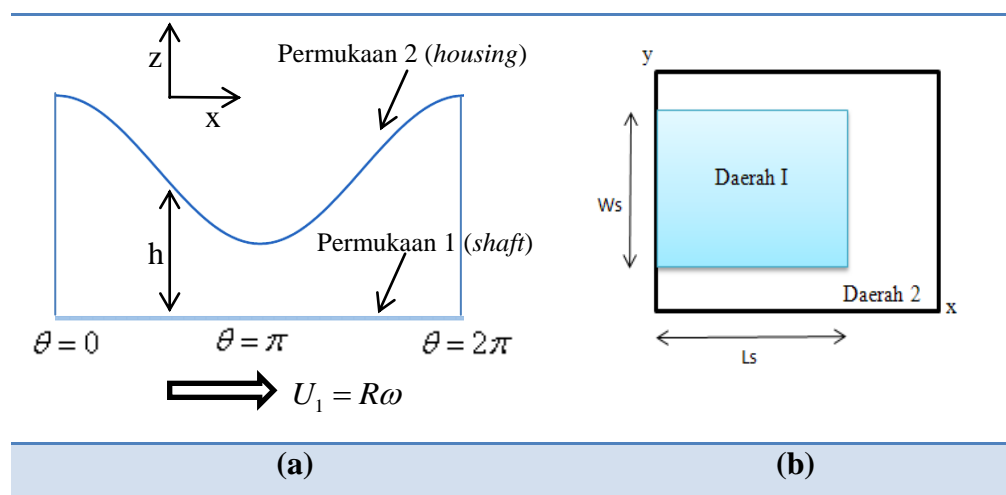
Pada kasus ini menggunakan Pers. Reynolds dua dimensi seperti pada Pers. 2.19, dengan menghilangkan nilai U_2 , maka didapatkan persamaan

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial y} \right) = 6\mu U_1 \frac{\partial h}{\partial x} \quad (3.9)$$

3.2.3 Kasus III – Permukaan *Smooth* 2 Dimensi dengan *Slip* dengan menggunakan *Navier Slip Model*

a. Formulasi permasalahan:

Sebuah pola heterogen dari *slip/no-slip* diaplikasikan pada permukaan. Pada area ini dipertimbangkan terjadinya *slip*. Efek yang diinginkan adalah aliran fluida pertama mengalami *slip* kemudian keluar pada daerah *no-slip*. *Slip* terjadi sepanjang daerah L_s dan w_s seperti yang ditunjukkan pada Gambar 3.6.



Gambar 3.6 (a) Film pelumas *journal bearing*

(b) Pola *slip/no-slip* pada permukaan *housing*

b. Tujuan:

Dengan adanya pemberian polaslip/*no-slip*, ada beberapa hal yang ingin diketahui antara lain:

1. Efek pemberian *slip* terhadap performansi pelumasan
2. Aplikasi penempatan daerah *slip*
3. Pengaruh panjang daerah *slip*

c. Pendekatan solusi:

Slip hanya akan terjadi pada area dimana permukaan *housing* ataupun poros (*shaft*) yang telah diperlakukan. Ketika persyaratan ini dipenuhi maka dihasilkan kecepatan *slip*, dengan faktor proporsionalitas α_h untuk *housing* dan α_s untuk poros. Konstanta α disebut sebagai koefisien *slip* dan bernilai selalu positif. Kondisi batas yang digunakan adalah:

$$\left. \begin{array}{l} \text{pada } z=0, \quad u = U + \alpha_s \mu \left. \frac{\partial u}{\partial z} \right|_{z=0} \quad ; \quad v = \alpha_s \mu \left. \frac{\partial v}{\partial z} \right|_{z=0} \\ \text{pada } z=h, \quad u = -\alpha_h \mu \left. \frac{\partial u}{\partial z} \right|_{z=h} \quad ; \quad v = -\alpha_h \mu \left. \frac{\partial v}{\partial z} \right|_{z=h} \end{array} \right\}$$

Persamaan Reynold Isoviskos 2-D diturunkan dari bentuk sederhana persamaan Navier-Stokes yang mengasumsikan sebuah aliran laminar dengan mengabaikan efek inersia pada lapisan film:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial z} \right) \\ \frac{\partial p}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \frac{\partial v}{\partial z} \right) \\ \frac{\partial p}{\partial z} = 0 \end{array} \right\} \quad (3.10)$$

Langkah pertama adalah mengintegrasikan persamaan (3.10) diatas sebanyak dua kali terhadap z untuk mendapatkan persamaan kecepatan.

Untuk arah x

$$\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \frac{1}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x}$$

$$u = \frac{1}{2\mu} \frac{\partial p}{\partial x} Z^2 + C_1 Z + C_2$$

$$u(z=0) = U_1 + \alpha_s \mu \frac{\partial u}{\partial z} = U_1 + \alpha_s \mu C_1 = C_2$$

$$u(z=h) = -\alpha_h \mu \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{1}{2\mu} \frac{\partial p}{\partial x} h^2 + C_1 h + U_1 + \alpha_s \mu C_1$$

$$\therefore C_1 = - \left(\frac{h}{2\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \frac{h+2\alpha_h \mu}{h+\mu(\alpha_h+\alpha_s)} + \frac{U_1}{h+\mu(\alpha_h+\alpha_s)} \right)$$

$$\therefore C_2 = U_1 \frac{h+\alpha_h \mu}{h+\mu(\alpha_h+\alpha_s)} - \frac{h}{2\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \frac{\alpha_s \mu (h+2\alpha_h \mu)}{h+\mu(\alpha_h+\alpha_s)}$$

Dengan memasukkan koefisien ke dalam persamaan kecepatan:

$$u = \frac{1}{2\mu} \frac{\partial p}{\partial x} z^2 - \left(\frac{U_1}{h+\mu(\alpha_h+\alpha_s)} + \frac{h}{2\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \frac{h+2\alpha_h \mu}{h+\mu(\alpha_h+\alpha_s)} \right) z + U_1 \frac{h+\alpha_h \mu}{h+\mu(\alpha_h+\alpha_s)} - \frac{h}{2\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \frac{\alpha_s \mu (h+2\alpha_h \mu)}{h+\mu(\alpha_h+\alpha_s)}$$

Solusi untuk penyelesaian v sangat mirip. Satu-satunya perbedaan yaitu nilai $C_2 = \alpha_s \mu C_1$ karena tidak ada kecepatan dalam arah y .

$$v = \frac{1}{2\mu} \frac{\partial p}{\partial y} Z^2 - \left(\frac{h}{2\mu} \frac{\partial p}{\partial y} \frac{h+2\alpha_h \mu}{h+\mu(\alpha_h+\alpha_s)} \right) Z - \left(\frac{h}{2\mu} \frac{\partial p}{\partial y} \frac{\alpha_s \mu (h+2\alpha_h \mu)}{h+\mu(\alpha_h+\alpha_s)} \right)$$

Kecepatan ini digunakan untuk menghitung debit aliran. Ketika dimasukkan ke dalam persamaan kontinuitas, persamaan Reynolds yang telah dimodifikasi didapatkan:

$$\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} = 0$$

$$q_x = \int_0^h u dz = -\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{h^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \frac{h^2 + 4h\mu(\alpha_h + \alpha_s) + 12\mu^2\alpha_h\alpha_s}{h(h + \mu(\alpha_h + \alpha_s))} \right) + \frac{U_1}{2} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{h^2 + 2h\alpha_h\mu}{h + \mu(\alpha_h + \alpha_s)} \right)$$

$$q_y = \int_0^h v dz = -\frac{h^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial y} \left\{ \frac{h^2 + 4h\mu(\alpha_h + \alpha_s) + 12\mu^2\alpha_h\alpha_s}{h(h + \mu(\alpha_h + \alpha_s))} \right\}$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{h^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \frac{h^2 + 4h\mu(\alpha_h + \alpha_s) + 12\mu^2\alpha_h\alpha_s}{h(h + \mu(\alpha_h + \alpha_s))} \right) \\ & + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{h^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial y} \frac{h^2 + 4h\mu(\alpha_h + \alpha_s) + 12\mu^2\alpha_h\alpha_s}{h(h + \mu(\alpha_h + \alpha_s))} \right) \\ & = + \frac{U_1}{2} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{h^2 + 2h\alpha_h\mu}{h + \mu(\alpha_h + \alpha_s)} \right) \end{aligned} \quad (3.11)$$

Modifikasi persamaan Reynolds (3.11) adalah persamaan yang mengatur untuk pelumasan sistem cairan. Jika koefisien *slips* sama dengan nol maka kondisi batas diatas menjadi kasus *no-slip* maka persamaan (3.11) menjadi persamaan Reynolds klasik.

Didefinisikan variabel universal D dan F untuk menjelaskan fenomena kavitasi pada *journal bearing* di daerah yang tidak aktif dimana tekanan yang terjadi konstan, yaitu

$$\begin{cases} D = p, \\ F = 1 \end{cases} \quad D \geq 0 \quad (3.12)$$

Pada daerah yang aktif ($0-180^\circ$).

$$\begin{cases} D = r - h, \\ F = 0 \end{cases} \quad D < 0 \quad (3.13)$$

Pada daerah yang tidak aktif. Dimana r didefinisikan sebagai $\rho h / \rho_0$, ρ adalah densitas campuran pelumas-gas dan ρ_0 adalah densitas minyak [21].

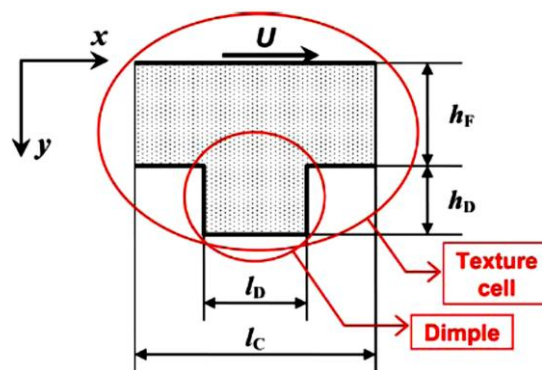
3.2.4 Kasus IV – Permukaan Kasar 2 Dimensi dengan *Slip*

a. Formulasi permasalahan:

Pemberian kekasaran permukaan atau permukaan bertekstur pada permukaan yang mengalami kontak secara eksperimen telah menunjukkan keuntungan yang bermanfaat [22]. Pada umumnya ada dua kemungkinan pemodelan untuk kekasaran permukaan, yaitu:

1. Pemodelan berdasarkan persamaan Reynolds. Model ini secara umum diaplikasikan pada permukaan bertekstur secara keseluruhan dan permukaan bertekstur sebagian.
2. Pemodelan berdasarkan persamaan Navier-Stokes. Model ini digunakan ketika persamaan Reynolds pada kasus tertentu tidak valid untuk pemodelan kontak yang bertekstur. Hal ini disebabkan karena pengaruh gaya inersia dari kontak permukaan bertekstur sepenuhnya atau bertekstur sebagian.

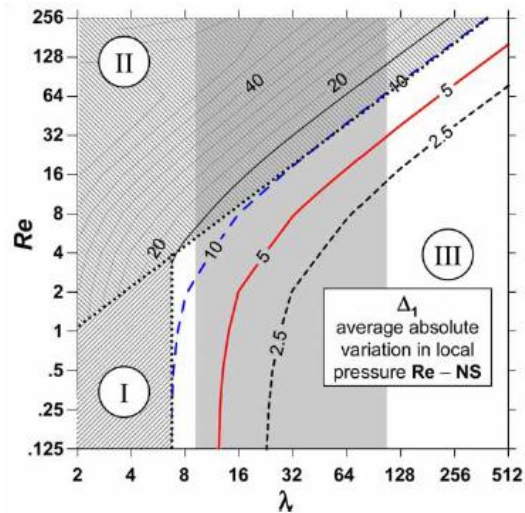
Validitas persamaan Reynolds ditentukan oleh beberapa parameter dari geometri kekasaran permukaan. Gambar 3.7 menjelaskan secara dasar bentuk dan geometri dari permukaan yang bertekstur.



Gambar 3.7 Bentuk *single texture* pada permukaan yang kasar [22]

Ada beberapa parameter yang digunakan dalam menentukan validitas persamaan Reynolds, ρ_T didefinisikan sebagai perbandingan antara panjang *dimple* l_D dan panjang permukaan bertekstur l_C , panjang *dimple* relatif S didefinisikan sebagai perbandingan antara kedalaman *dimple* h_D dengan ketebalan film h_F , dan parameter terakhir adalah *dimple aspect ratio* λ didefinisikan sebagai perbandingan antara panjang *dimple* l_D dengan kedalaman *dimple* h_D .

Dobrica dan Fillon [26] mempelajari tentang validitas persamaan Reynolds dengan menggunakan ρ_T yang dijaga konstan sebesar 0.5 dan panjang *dimple* relatif S juga dijaga konstan sebesar 1.0. Nilai tersebut dipilih karena sering digunakan dalam teori pembelajaran tentang permukaan yang bertekstur. Akurasi dari persamaan Reynolds dievaluasi menggunakan perbedaan relatif antara model persamaan Reynolds dengan model persamaan Navier-Stokes. Persamaan Reynolds valid ketika perbedaan relatif yang dihasilkan kurang dari 10 persen. Perbedaan relatif sebagai fungsi bilangan Re dan λ ditunjukkan pada Gambar 3.8.



Gambar 3.8 Berbagai region validitas Reynolds terhadap persamaan Navier-Stokes [26]

Dari Gambar 3.8 menjelaskan adanya 3 region yang menjelaskan tentang karakteristik validitas persamaan Reynolds, sebagai berikut:

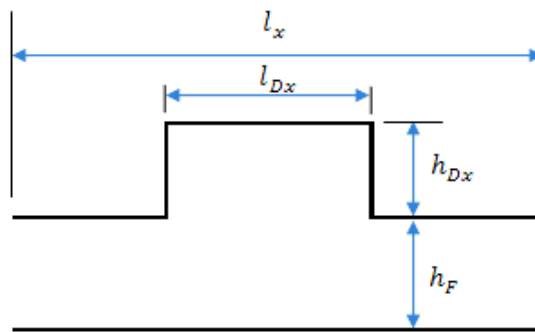
- (1) Region I, persamaan Reynolds tidak dapat diaplikasikan karena perbandingan ketebalan film dengan fitur panjangnya sangat kecil. Dan efek inersia kecil maka persamaan Stokes tepat pada daerah ini.
- (2) Region II, dimana efek inersia sangat berpengaruh dan dibutuhkan dalam perhitungan.
- (3) Region III, dimana efek inersia sangat kecil. Sehingga persamaan Reynolds valid digunakan pada daerah ini.

Pada kasus permukaan kasar dipilih region III dimana persamaan Reynolds masih valid jika digunakan. Permukaan kasar diberikan pada permukaan yang diam (*housing*). Gambar 3.9 menunjukkan bentuk satu *cell* kekasaran permukaan (arah circumferensial). Dimensi dari kekasaran permukaan yaitu:

- a. Kedalaman *dimple* arah circumferensial (arah x) $h_{Dx} = 0,4c$ dan kedalaman *dimple* arah aksial (arah y) $h_{Dy} = 0,4c$.

- b. Panjang *dimple* circumferensial $l_{Dx} = 200h_{Dx}$ dan panjang *dimple* aksial $l_{Dy} = 200h_{Dy}$.
- c. Panjang *cell* circumferensial $l_x = 2l_{Dx}$ dan panjang *cell* aksial $l_y = 2l_{Dy}$.

Sehingga, $\rho_x = 0.5$, $\rho_y = 0.5$, $\lambda_x = 200$ dan $\lambda_y = 200$.



Gambar 3.9 Bentuk satu *cell* kekasaran permukaan (arah circumferensial)

- b. Tujuan:

Dengan memberikan kekasaran buatan pada permukaan, ada beberapa hal yang ingin diketahui antara lain:

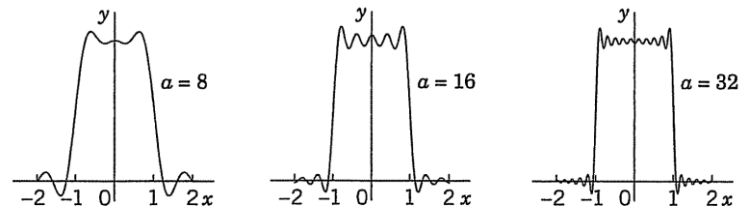
1. Efek pemberian kekasaran terhadap performansi pelumasan.
2. Perbandingan pengaruh pemberian kekasaran dengan pemberian *slip*.

- c. Pendekatan solusi:

Fungsi ketinggian film agar dihasilkan kekasaran berbentuk persegi didekati menggunakan deret Fourier (pada arah x ataupun y) sebagai berikut

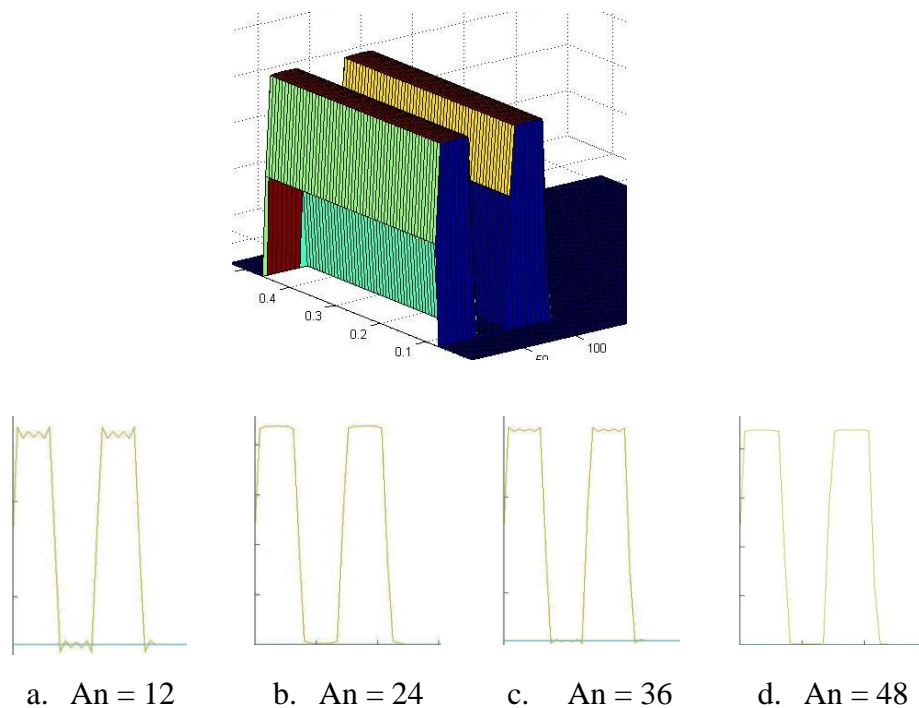
$$h = h_F + \left(\frac{h_{Dx}}{2} + \frac{2h_{Dx}}{\pi} \left(\sin \frac{\pi x}{l_{Dx}} + \frac{1}{3} \sin \frac{3\pi x}{l_{Dx}} + \dots + \frac{1}{95} \sin \frac{95\pi x}{l_{Dx}} \right) \right) \quad (3.14)$$

Pendekatan deret fourier dapat digambarkan sebagai berikut:



Gambar 3.10 Pendekatan deret Fourier [29]

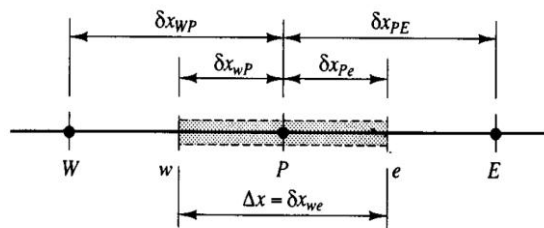
Pada studi ini digunakan suku penambah, A_n sebanyak 48 yaitu mulai dari $\frac{1}{1} \sin \frac{\pi x}{l_{Dx}}$, $\frac{1}{3} \sin \frac{3\pi x}{l_{Dx}}$ sampai $\frac{1}{95} \sin \frac{95\pi x}{l_{Dx}}$. Dasar pemilihan suku ini ditunjukkan pada Gambar 3.11, dari gambar simulasi terlihat bahwa dengan semakin banyak suku penambah maka akan membuat profil kekasaran semakin mendekati bentuk persegi. Profil kekasaran juga dipengaruhi oleh jumlah grid, semakin besar jumlah grid maka akan dihasilkan profil yang semakin mendekati persegi. Jumlah grid yang digunakan pada Gambar 3.11 adalah 80x80.



Gambar 3.11 Pengaruh suku penambah A_n terhadap profil kekasaran

3.3 Diskretisasi Persamaan Umum

Sebuah formulasi *control volume* digunakan dalam diskretisasi persamaan umum. Untuk kasus *infinite width journal bearing*, *control volume* diasumsikan sebagai kasus 1 Dimensi. Karena gradien P terhadap arah y dan z sama dengan nol, dengan kata lain variabel tidak bergantung terhadap arah y dan z . Dalam hal ini, panjang grid tiap *control volume* adalah seragam, yaitu sepanjang Δx . *Control volume* digambarkan sebagai berikut:



Gambar 3.12 *Control volume* nodal P pada *infinite width journal bearing* [24]

Persamaan umum sesuai dengan persamaan yang didapat pada subbab sebelumnya, persamaan (3.8). Persamaan umum diintegrasikan seluruh *control volume*.

$$\int_w^e \frac{\partial}{\partial x} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial x} \right) dx = 6\mu U_1 \int_w^e \frac{\partial}{\partial x} (h) dx$$

$$\int_w^e \frac{\partial}{\partial x} \left(K \frac{\partial p}{\partial x} \right) dx = 6\mu U_1 \int_w^e \frac{\partial}{\partial x} (C) dx \quad (3.16)$$

Dimana K dan C adalah variabel untuk menyederhanakan persamaan (3.16) dan didefinisikan sebagai berikut:

$$K = h^3$$

$$C = h$$

Sehingga integral persamaan umum menjadi:

$$\left(K \frac{\partial p}{\partial x} \right)_e - \left(K \frac{\partial p}{\partial x} \right)_w = 6U_1 \mu [(C)_e - (C)_w]$$

$$K_e \frac{P_E - P_P}{\Delta x} - K_w \frac{P_P - P_W}{\Delta x} = 3U_1 \mu [(C)_E - (C)_W]$$

$$(K_e + K_w) \frac{P_P}{\Delta x} = K_e \frac{P_E}{\Delta x} + K_w \frac{P_W}{\Delta x} + 3U_1 \mu [(C)_W - (C)_E]$$

$$a_P P_P = a_E P_E + a_W P_W + S_c \quad (3.17)$$

$$a_E = \frac{K_E}{\Delta x}$$

$$K_E = \frac{2K_E K_P}{K_E + K_P}$$

$$a_W = \frac{K_W}{\Delta x}$$

$$K_W = \frac{2K_W K_P}{K_W + K_P}$$

$$S_c = 3U_1 \mu [(C)_W - (C)_E] \quad (3.18)$$

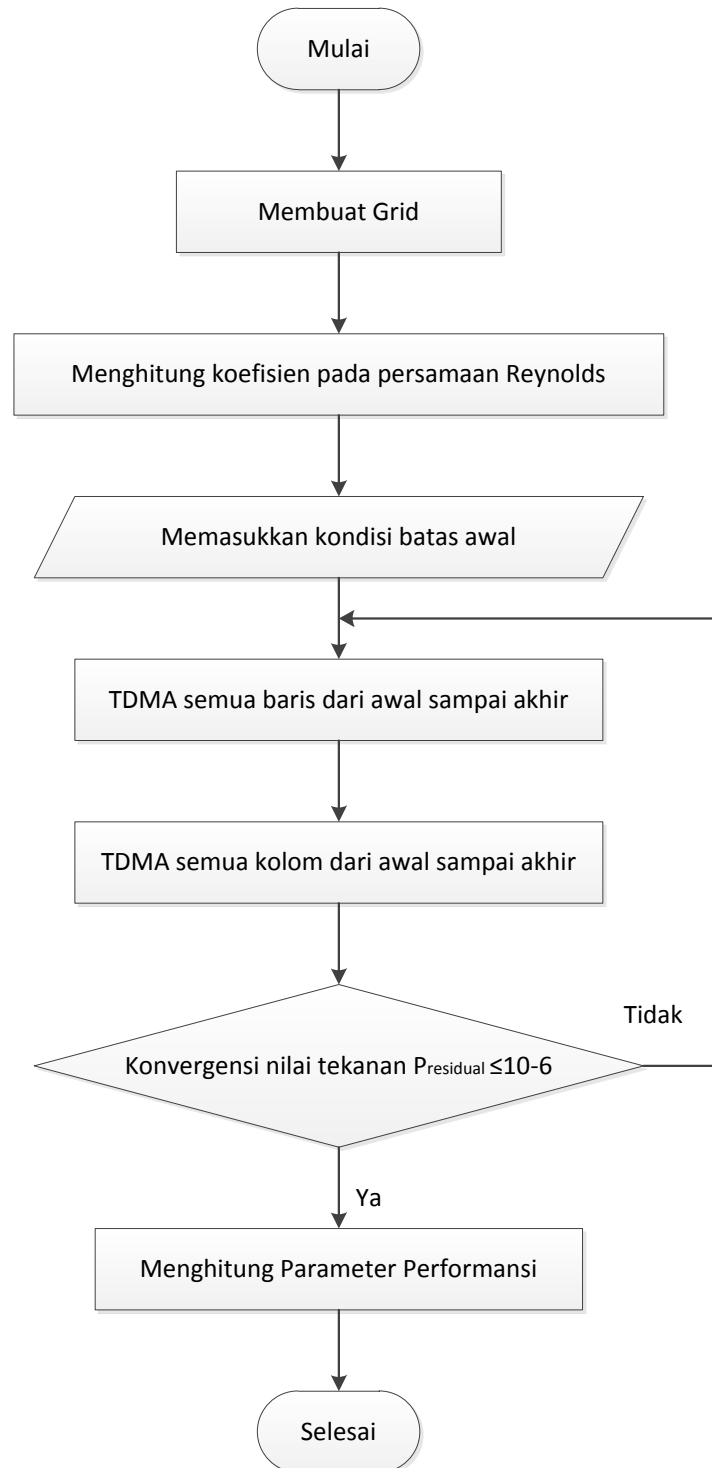
Karena nilai K merupakan fungsi dari x , maka untuk menjaga kontinuitas nilai K dari batas permukaan *control volume* dievaluasi berdasarkan *harmonic mean* [27]. Persamaan 3.17 tersebut merupakan persamaan diskretisasi yang dapat dipakai pada tiap *control volume* untuk kasus *infinite width journal bearing*. Tabel 3.1 menunjukkan diskretisasi persamaan umum untuk semua kasus.

Tabel 3.1 Diskretisasi persamaan umum semua kasus

No	Kasus	Persamaan Matematis	Diskretisasi	Variabel diskretisasi
1	Permukaan <i>Smooth</i> 1 Dimensi <i>No-Slip</i>	$\frac{\partial}{\partial x} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial x} \right) = 6\mu U_1 \frac{\partial h}{\partial x}$	$a_P p_P = a_E p_E + a_W p_W + S_c$	$K = h^3$ $C = h$ $S_c = 3\mu U \left[(C)_W - (C)_E \right]$
2	Permukaan <i>Smooth</i> 2 Dimensi <i>No-Slip</i> (Reynolds Classic)	$\frac{\partial}{\partial x} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial y} \right) = 6\mu U_1 \frac{\partial h}{\partial x}$	$a_P p_P = a_E p_E + a_W p_W$ $+ a_N p_N + a_S p_S + S_c$	$K = h^3$ $C = h$ $S_c = 3\mu U \left[(C)_W - (C)_E \right] \Delta y$
3	Permukaan <i>Smooth</i> dan Kasar 2 Dimensi dengan <i>Slip</i> dengan menggunakan <i>Navier Slip Model</i>	$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{h^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \frac{h^2 + 4h\mu(\alpha_h + \alpha_s) + 12\mu^2\alpha_h\alpha_s}{h(h + \mu(\alpha_h + \alpha_s))} \right)$ $+ \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{h^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial y} \frac{h^2 + 4h\mu(\alpha_h + \alpha_s) + 12\mu^2\alpha_h\alpha_s}{h(h + \mu(\alpha_h + \alpha_s))} \right)$ $= + \frac{U}{2} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{h^2 + 2h\alpha_h\mu}{h + \mu(\alpha_h + \alpha_s)} \right)$	$a_P p_P = a_E p_E + a_W p_W$ $+ a_N p_N + a_S p_S + S_c$	$K = h^3 \left(\frac{h^2 + 4h\mu(\alpha_h + \alpha_s) + 12\mu^2\alpha_h\alpha_s}{h(h + \mu(\alpha_h + \alpha_s))} \right)$ $C = h \left(\frac{h + 2\alpha_h\mu}{h + \mu(\alpha_h + \alpha_s)} \right)$ $S_c = 3\mu U \left[(C)_W - (C)_E \right] \Delta y$

3.4 Flowchart Pemrograman

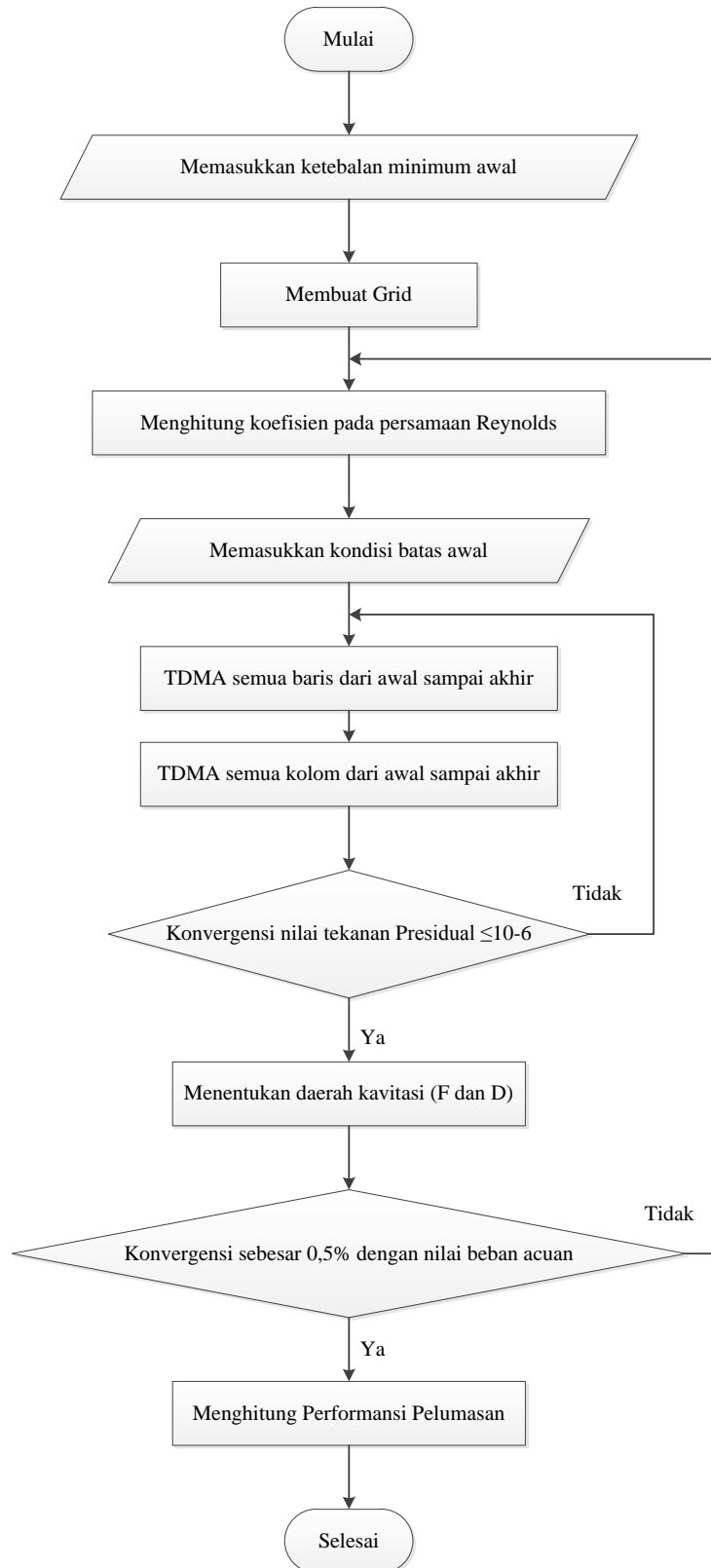
3.4.1 Flowchart Reynolds Klasik tanpa Kavitasi



Gambar 3.13 Flowchart pemrograman untuk Reynolds classic

Gambar 3.13. menggambarkan langkah-langkah untuk pemrograman numerik untuk model yang digunakan adalah Reynolds klasik tanpa kavitas. Langkah awal dalam pembuatan kode pemrograman adalah dengan membuat grid, yaitu kasus dibagi menjadi beberapa nodal yang akan dilakukan komputasi. Langkah selanjutnya adalah menghitung koefisien persamaan Reynolds yang telah dilakukan diskretisasi sesuai dengan persamaan (3.18). Kemudian memasukkan kondisi batas awal untuk tekanan. Langkah selanjutnya adalah melakukan proses perhitungan dalam hal ini digunakan TDMA (*Tri Diagonal Matrix Algorithm*). TDMA yang dilakukan adalah tiap baris dan kolom dari awal sampai akhir. Sehingga didapatkan nilai pada seluruh nodal komputasi dalam hal ini adalah nilai tekanan. Pada baris dan kolom TDMA inilah dilakukan pendefinisian setiap kondisi batas, baik Full Sommerfeld, Half Sommerfeld dan Reynolds.

TDMA akan berlangsung terus menerus sampai nilai tekanan mencapai nilai konvergensi, yaitu $P_{\text{residual}} \leq 10^{-6}$. Setelah didapatkan nilai tekanan tiap nodal, maka langkah selanjutnya adalah menghitung parameter performansi. Langkah ini merupakan langkah terakhir yang dilakukan dalam membuat kode pemrograman numerik.

3.4.2 Flowchart Navier *Slip Model* dengan KavitasiGambar 3.14 Flowchart pemrograman untuk kondisi Navier *Slip*

Gambar 3.14. menggambarkan langkah-langkah untuk pemrograman numerik untuk model *slip* yang digunakan adalah Navier *slip model* dengan kavitasi. Langkah awal dalam pembuatan kode pemrograman adalah dengan membuat grid, yaitu kasus dibagi menjadi beberapa nodal yang akan dilakukan komputasi. Kemudian menentukan ketebalan film *minimum* awal. Langkah selanjutnya adalah menghitung koefisien persamaan Reynolds modifikasi yang telah dilakukan diskretisasi sesuai dengan Tabel 3.1. Kemudian memasukkan kondisi batas awal untuk tekanan. Langkah selanjutnya adalah melakukan proses perhitungan dalam hal ini digunakan TDMA (*Tri Diagonal Matrix Algorithm*). TDMA yang dilakukan adalah tiap baris dan kolom dari awal sampai akhir dan diberikan kondisi batas Reynolds. Sehingga didapatkan nilai pada seluruh nodal komputasi dalam hal ini adalah nilai tekanan.

TDMA akan berlangsung terus menerus sampai nilai tekanan mencapai nilai konvergensinya, yaitu $P_{\text{residual}} \leq 10^{-6}$. Setelah didapatkan nilai tekanan tiap nodal, maka langkah selanjutnya adalah menentukan daerah kavitasi yaitu mencari nilai F dan D. Kemudian didapatkanlah nilai *load support* hasil iterasi yang selanjutnya akan dibandingkan dengan nilai beban acuan. Iterasi akan berlangsung terus menerus sampai nilai *load support* yang dihasilkan mencapai nilai konvergensinya, yaitu sebesar 0,5% dari beban acuan. Setelah itu baru dilakukan perhitungan performansi pelumasan. Langkah ini merupakan langkah terakhir yang dilakukan dalam membuat kode pemrograman numerik.