

MODEL DINAMIK ETANOL, GLUKOSA, DAN *ZYMONONAS MOBILIS* DALAM PROSES FERMENTASI

Primadina¹, Widowati², Kartono³

^{1,2} Jurusan Matematika FMIPA

Universitas Diponegoro

Jln. Prof. H. Soedarto, S.H., Tembalang, Semarang 50275

Abstrak

Model dinamik yang dikaji disini menjelaskan tentang perubahan dari konsentrasi glukosa, etanol, dan biomassa (*Zymomonas mobilis*) yang berkaitan dengan proses fermentasi dengan sistem *batch*. Model tersebut berbentuk sistem persamaan diferensial nonlinear dengan tiga variabel tak bebas, yaitu X yang menyatakan konsentrasi *Zymomonas mobilis*, S yang menyatakan konsentrasi glukosa, dan P yang menyatakan konsentrasi etanol, serta satu variabel bebas yaitu t (waktu). Dengan menggunakan model dinamik ini dapat diprediksi pada saat kapan konsentrasi etanol mencapai optimal. Pada fermentasi secara *batch* penghambatan diperhatikan. Model tersebut kemudian dicari titik kesetimbangannya dan dianalisis kestabilannya berdasarkan nilai eigen dari matriks Jacobian yang diperoleh melalui proses pelinearan dengan menggunakan deret Taylor. Sebagai verifikasi dari model dinamik yang dikemukakan, diberikan simulasi. Berdasarkan hasil simulasi diperoleh bahwa konsentrasi optimal etanol adalah 40,5 gr/L yang terjadi pada sekitar hari ke 6,25.

Kata Kunci: Fermentasi Etanol, *Zymomonas Mobilis*, Sistem *Batch*, Glukosa, Titik Kesetimbangan, Kestabilan

1. Pendahuluan

Permasalahan transportasi dan aktivitas industri dapat mengakibatkan pada peningkatan kebutuhan konsumsi Bahan Bakar Minyak (BBM). Peningkatan konsumsi bahan bakar fosil juga memberikan dampak negatif terhadap lingkungan. Kualitas udara semakin menurun ditambah adanya efek gas rumah kaca, indikasi ini sebagai penyebab perubahan iklim di muka bumi (Awwalurrizki dan Putra, 2007).

Adanya dampak negatif yang ditimbulkan serta fakta akan terbatasnya bahan bakar fosil mendorong pengembangan dan penggunaan energi alternatif yang terbarukan serta ramah lingkungan, salah satunya adalah bioetanol. Pada umumnya etanol diproduksi secara fermentasi dengan bantuan mikroorganisme (Puspita dkk, 2010).

Fermentasi diartikan sebagai suatu proses untuk mengubah bahan baku menjadi suatu produk oleh massa sel mikroba (Soedarmadji, 2002). Selama proses fermentasi berlangsung, akan terjadi perubahan konsentrasi dari substrat dan mikroba yang berpengaruh pada perubahan konsentrasi produk yang terbentuk.

Model dinamik tentang fermentasi etanol dengan substrat glukosa yang dipengaruhi oleh pertumbuhan bakteri *Zymomonas mobilis* telah dikemukakan oleh Leksawasdi, et.al (2001). Model tersebut berbentuk sistem persamaan diferensial (Finizio, 1982, Glenn, 2005 dan Leksawasdi, et.al, 2001) yang selanjutnya akan dianalisis kestabilannya. Analisis kestabilan model dikaji di sekitar titik kesetimbangan. Kestabilan dari titik kesetimbangan ditentukan berdasarkan nilai eigen matriks Jacobian dari sistem yang sudah dilinearkan.

2. Model Dinamik Fermentasi Etanol

Fermentasi etanol secara curah dimulai dengan adanya aktivitas metabolisme dari bakteri *Zymomonas mobilis* yang mengubah glukosa menjadi etanol. Model matematika pada proses fermentasi etanol terdiri dari laju pertumbuhan bakteri, laju perubahan konsentrasi substrat, dan etanol.

Persamaan laju pertumbuhan bakteri yang dikemukakan oleh Leksawasdi, et.al, (2001) merupakan bentuk dari persamaan Monod, yaitu

$$\begin{aligned} \frac{dX}{dt} \\ = \mu_{max} \frac{S}{K_s + S} X \end{aligned} \quad (1)$$

Proses fermentasi dapat terhambat karena jumlah substrat yang terbatas dan adanya inhibisi etanol yang berpengaruh pada pertumbuhan bakteri. Laju pertumbuhan bakteri dengan memperhatikan adanya efek penghambatan pada proses fermentasi, maka Persamaan (1) dikalikan dengan $h(P, S)$ yang merupakan fungsi hamabatan.

$$h(P, S) = \left(1 - \frac{P - P_i}{P_m - P_i}\right) \left(\frac{K_i}{K_i + S}\right)$$

Persamaan (1) menjadi

$$\frac{dX}{dt} = \mu_{max} \left(\frac{S}{K_s + S}\right) \left(1 - \frac{P - P_i}{P_m - P_i}\right) \left(\frac{K_i}{K_i + S}\right) X$$

Laju perubahan konsentrasi substrat bergantung pada pertumbuhan bakteri. Bila konsentrasi bakteri semakin meningkat maka konsentrasi substrat akan semakin berkurang, sehingga model matematika untuk laju perubahan konsentrasi substrat dinyatakan dalam persamaan laju negatif.

$$\frac{dS}{dt} = -q_{s,max} \left(\frac{S}{K_s + S} \right) \left(1 - \frac{P - P_i}{P_m - P_i} \right) \left(\frac{K_i}{K_i + S} \right) X$$

Persamaan untuk laju produksi etanol dari glukosa, yang dikemukakan oleh Leksawasdi, et.al (2001) dinyatakan sebagai berikut.

$$\frac{dP}{dt} = q_{p,max} \left(\frac{S}{K_s + S} \right) \left(1 - \frac{P - P_i}{P_m - P_i} \right) \left(\frac{K_i}{K_i + S} \right) X$$

Pada proses fermentasi etanol secara curah dapat diperoleh sistem persamaan diferensial dengan tiga variabel tak bebas yaitu $X, S,$ dan $P,$ serta satu variabel bebas yaitu t (waktu).

$$\begin{aligned} \frac{dX}{dt} &= \mu_{max} \left(\frac{S}{K_s + S} \right) \left(1 - \frac{P - P_i}{P_m - P_i} \right) \left(\frac{K_i}{K_i + S} \right) X \\ \frac{dS}{dt} &= -q_{s,max} \left(\frac{S}{K_s + S} \right) \left(1 - \frac{P - P_i}{P_m - P_i} \right) \left(\frac{K_i}{K_i + S} \right) X \\ \frac{dP}{dt} &= q_{p,max} \left(\frac{S}{K_s + S} \right) \left(1 - \frac{P - P_i}{P_m - P_i} \right) \left(\frac{K_i}{K_i + S} \right) X \end{aligned} \quad (2)$$

Misalkan titik $E(X^*, S^*, P^*)$ menyatakan titik kesetimbangan untuk *Zymomonas*, glukosa, dan etanol dari model pada sistem persamaan (2). Titik kesetimbangan tersebut dapat diperoleh jika memenuhi : $\frac{dX}{dt} = 0,$ $\frac{dS}{dt} = 0,$ dan $\frac{dP}{dt} = 0.$ Selanjutnya, didapatkan titik kesetimbangan model fermentasi etanol (X^*, S^*, P^*) sebagai berikut.

$$(X^*, S^*, P^*) = \left(0, C, P_m - a \frac{(K_s + S^*)(K_i + S^*)(P_m - P_i)}{\mu_{max} S^* K_i} \right), (b, 0, C), \text{ dan } (b, C, P_m).$$

3. Kestabilan Dari Titik Kesetimbangan

Kestabilan dari titik kesetimbangan tersebut ditentukan berdasarkan nilai eigen dari matriks Jacobian dari sistem yang sudah berbentuk linear. Salah satu metode pelinearan adalah menggunakan deret Taylor di sekitar titik kesetimbangan. Misalkan

$$\begin{aligned} \frac{dX}{dt} &= W(X, S, P) = \mu_{max} \left(\frac{S}{K_s + S} \right) \left(1 - \frac{P - P_i}{P_m - P_i} \right) \left(\frac{K_i}{K_i + S} \right) X \\ \frac{dS}{dt} &= Y(X, S, P) = -q_{s,max} \left(\frac{S}{K_s + S} \right) \left(1 - \frac{P - P_i}{P_m - P_i} \right) \left(\frac{K_i}{K_i + S} \right) X \\ \frac{dP}{dt} &= Z(X, S, P) \\ &= q_{p,max} \left(\frac{S}{K_s + S} \right) \left(1 - \frac{P - P_i}{P_m - P_i} \right) \left(\frac{K_i}{K_i + S} \right) X \end{aligned} \quad (3)$$

Linearisasi dari Persamaan (3) dengan menggunakan deret Taylor di titik (X^*, S^*, P^*) adalah sebagai berikut

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{X}}{dt} &= \frac{\partial W(X^*, S^*, P^*)}{\partial X} \bar{X} + \frac{\partial W(X^*, S^*, P^*)}{\partial S} \bar{S} + \frac{\partial W(X^*, S^*, P^*)}{\partial P} \bar{P} \\ \frac{d\bar{S}}{dt} &= \frac{\partial Y(X^*, S^*, P^*)}{\partial X} \bar{X} + \frac{\partial Y(X^*, S^*, P^*)}{\partial S} \bar{S} + \frac{\partial Y(X^*, S^*, P^*)}{\partial P} \bar{P} \\ \frac{d\bar{P}}{dt} &= \frac{\partial Z(X^*, S^*, P^*)}{\partial X} \bar{X} + \frac{\partial Z(X^*, S^*, P^*)}{\partial S} \bar{S} \\ &\quad + \frac{\partial Z(X^*, S^*, P^*)}{\partial P} \bar{P} \end{aligned} \quad (4)$$

Substitusi Persamaan (3) kedalam Persamaan (4) maka diperoleh

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{X}}{dt} &= \left(\frac{\mu_{max} S^* K_i (P_m - P^*)}{(K_s + S^*) (P_m - P_i) (K_i + S^*)} \right) \bar{X} + \left(\frac{\mu_{max} K_i X^* (P_m - P^*) \{K_s K_i - (S^*)^2\}}{(K_s + S^*)^2 (P_m - P_i) (K_i + S^*)^2} \right) \bar{S} \\ &\quad - \left(\frac{\mu_{max} S^* X^* K_i}{(K_s + S^*) (P_m - P_i) (K_i + S^*)} \right) \bar{P} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{S}}{dt} &= \left(\frac{-q_{s,max} S^* K_i (P_m - P^*)}{(K_s + S^*)(P_m - P_i)(K_i + S^*)} \right) \bar{X} + \left(\frac{q_{s,max} K_i X^* (P_m - P^*) \{(S^*)^2 - K_s K_i\}}{(K_s + S^*)^2 (P_m - P_i)(K_i + S^*)^2} \right) \bar{S} \\ &\quad + \left(\frac{q_{s,max} S^* X^* K_i}{(K_s + S^*)(P_m - P_i)(K_i + S^*)} \right) \bar{P} \\ \frac{d\bar{P}}{dt} &= \left(\frac{q_{p,max} S^* K_i (P_m - P^*)}{(K_s + S^*)(P_m - P_i)(K_i + S^*)} \right) \bar{X} + \left(\frac{q_{p,max} K_i X^* (P_m - P^*) \{K_s K_i - (S^*)^2\}}{(K_s + S^*)^2 (P_m - P_i)(K_i + S^*)^2} \right) \bar{S} \\ &\quad - \left(\frac{q_{p,max} S^* X^* K_i}{(K_s + S^*)(P_m - P_i)(K_i + S^*)} \right) \bar{P} \end{aligned} \quad (5)$$

diperoleh matriks Jacobiannya dari sistem persamaan (5)

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\mu_{max} S^* K_i (P_m - P^*)}{(K_s + S^*)(P_m - P_i)(K_i + S^*)} & \frac{\mu_{max} K_i X^* (P_m - P^*) \{K_s K_i - (S^*)^2\}}{(K_s + S^*)^2 (P_m - P_i)(K_i + S^*)^2} & \frac{-\mu_{max} S^* X^* K_i}{(K_s + S^*)(P_m - P_i)(K_i + S^*)} \\ \frac{-q_{s,max} S^* K_i (P_m - P^*)}{(K_s + S^*)(P_m - P_i)(K_i + S^*)} & \frac{q_{s,max} K_i X^* (P_m - P^*) \{(S^*)^2 - K_s K_i\}}{(K_s + S^*)^2 (P_m - P_i)(K_i + S^*)^2} & \frac{q_{s,max} S^* X^* K_i}{(K_s + S^*)(P_m - P_i)(K_i + S^*)} \\ \frac{q_{p,max} S^* K_i (P_m - P^*)}{(K_s + S^*)(P_m - P_i)(K_i + S^*)} & \frac{q_{p,max} K_i X^* (P_m - P^*) \{K_s K_i - (S^*)^2\}}{(K_s + S^*)^2 (P_m - P_i)(K_i + S^*)^2} & \frac{-q_{p,max} S^* X^* K_i}{(K_s + S^*)(P_m - P_i)(K_i + S^*)} \end{bmatrix}$$

Perilaku dari sistem persamaan (5) di sekitar titik kesetimbangan adalah sebagai berikut.

1. Titik $(X^*, S^*, P^*) = \left(0, C, P_m - a \frac{(K_s + S^*)(K_i + S^*)(P_m - P_i)}{\mu_{max} S^* K_i} \right)$

diperoleh matriks Jacobian

$$J_1 = \begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ -\frac{q_{s,max} a}{\mu_{max}} & 0 & 0 \\ \frac{q_{p,max} a}{\mu_{max}} & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

dari matriks J_1 diperoleh nilai eigen $\lambda_1 = a, \lambda_2 = \lambda_3 = 0$

Berdasarkan nilai eigen yang diperoleh, dapat disimpulkan

- a. Perilaku sistem di sekitar titik kesetimbangan $E(X^*, S^*, P^*)$ akan stabil jika $\lambda_1 \leq 0$. Dalam hal ini, haruslah $a \leq 0$.
- b. Perilaku sistem di sekitar titik kesetimbangan $E(X^*, S^*, P^*)$ tidak stabil jika $\lambda_1 > 0$. Dalam hal ini, $a > 0$.

2. Titik $(X^*, S^*, P^*) = (b, 0, C)$

diperoleh matriks Jacobian

$$J_2 = \begin{bmatrix} 0 & \frac{\mu_{max} K_i b(P_m - C)}{K_s(P_m - P_i)K_i} & 0 \\ 0 & \frac{-q_{s,max} K_i b(P_m - C)}{K_s(P_m - P_i)K_i} & 0 \\ 0 & \frac{q_{p,max} K_i b(P_m - C)}{K_s(P_m - P_i)K_i} & 0 \end{bmatrix}$$

Dari matriks J_2 diperoleh nilai eigen $\lambda_1 = \frac{-q_{s,max} K_i b(P_m - C)}{K_s(P_m - P_i)K_i}$, $\lambda_2 = 0$, $\lambda_3 = 0$

Karena $q_{s,max}, b, C, K_s, K_i, P_m, P_i > 0$, dapat disimpulkan :

- Perilaku sistem di sekitar titik kesetimbangan $E(X^*, S^*, P^*)$ akan stabil jika $\lambda_1 \leq 0$. Dalam hal ini, haruslah $P_m \geq C$ dan $P_m > P_i$.
- Perilaku sistem di sekitar titik kesetimbangan $E(X^*, S^*, P^*)$ tidak stabil jika $\lambda_1 > 0$. Dalam hal ini, $C > P_m$ atau $P_i > P_m$.

3. Titik $(X^*, S^*, P^*) = (b, C, P_m)$

diperoleh matriks Jacobian

$$J_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{-\mu_{max} b C K_i}{(K_s + C)(K_i + C)(P_m - P_i)} \\ 0 & 0 & \frac{q_{s,max} b C K_i}{(K_s + C)(K_i + C)(P_m - P_i)} \\ 0 & 0 & \frac{-q_{p,max} b C K_i}{(K_s + C)(K_i + C)(P_m - P_i)} \end{bmatrix}$$

Dari matriks J_3 diperoleh nilai eigen $\lambda_1 = \lambda_2 = 0$, $\lambda_3 = \frac{-q_{p,max} b C K_i}{(K_s + C)(K_i + C)(P_m - P_i)}$.

Karena $b, C, K_s, K_i, P_m, P_i > 0$, dapat disimpulkan :

- Perilaku sistem di sekitar titik kesetimbangan $E(X^*, S^*, P^*)$ akan stabil jika $\lambda_3 \leq 0$. Dalam hal ini, haruslah $q_{p,max} > 0$.
- Perilaku sistem di sekitar titik kesetimbangan $E(X^*, S^*, P^*)$ tidak stabil jika $\lambda_3 > 0$. Dalam hal ini $q_{p,max} < 0$.

4. Hasil Simulasi

Pada bagian ini diberikan simulasi model untuk menyelidiki perubahan konsentrasi *Zymomonas*, glukosa, dan etanol pada proses fermentasi etanol secara *batch*

(curah) dengan menggunakan model matematika seperti yang dikemukakan oleh Leksawadi, et.al [5] . Penerapan model menggunakan data sekunder yaitu penelitian fermentasi etanol dari molases dengan bakteri *Zymomonas mobilis* tahun 2007 oleh Ummu Kalsum [4] yang kemudian akan diselesaikan secara numerik dengan menggunakan program maple.

$\mu_{max} = 0.0363, K_s = 33.7784, K_i = 7.32, P_m = 66.345, P_i = 55.3, q_{s,max} = 0.752677$ dan $q_{p,max} = 0.56265$, dengan mensubstitusikan parameter ke dalam Persamaan (1) sehingga didapat

$$\begin{aligned} \frac{dX}{dt} &= \frac{0,02405758262 S (66,345 - P) X}{(33,778 + S)(7,32 + S)} \\ \frac{dS}{dt} &= - \frac{0,498831656 S (66,345 - P) X}{(33,778 + S)(7,32 + S)} \\ \frac{dP}{dt} &= \frac{0,3728925306 S (66,345 - P) X}{(33,778 + S)(7,32 + S)} \end{aligned} \quad (6)$$

Linearisasi sistem persamaan (6) dengan menggunakan deret Taylor adalah sebagai berikut :

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{X}}{dt} &= \frac{0,02406 S^*(66,345 - P^*)}{(33,778 + S^*)(7,32 + S^*)} \bar{X} + \frac{0,02406 X^*(66,345 - P^*)(247,2549 - (S^*)^2)}{(33,778 + S^*)^2(7,32 + S^*)^2} \bar{S} \\ &\quad - \frac{0,02406 S^* X^*}{(33,778 + S^*)(7,32 + S^*)} \bar{P} \\ \frac{d\bar{S}}{dt} &= \frac{-0,4988 S^*(66,345 - P^*)}{(33,778 + S^*)(7,32 + S^*)} \bar{X} + \frac{0,4988 X^*(66,345 - P^*)((S^*)^2 - 247,2549)}{(33,778 + S^*)^2(7,32 + S^*)^2} \bar{S} \\ &\quad + \frac{0,4988 S^* X^*}{(33,778 + S^*)(7,32 + S^*)} \bar{P} \\ \frac{d\bar{P}}{dt} &= \frac{0,37289 S^*(66,345 - P^*)}{(33,778 + S^*)(7,32 + S^*)} \bar{X} + \frac{0,37289 X^*(66,345 - P^*)(247,2549 - (S^*)^2)}{(33,778 + S^*)^2(7,32 + S^*)^2} \bar{S} \\ &\quad - \frac{0,37289 S^* X^*}{(33,778 + S^*)(7,32 + S^*)} \bar{P} \end{aligned} \quad (7)$$

Perilaku sistem di sekitar titik kesetimbangan pertama

$$(X^*, S^*, P^*) = \left(0, C, P_m - a \frac{(K_s + S^*)(K_i + S^*)(P_m - P_i)}{\mu_{max} S^* K_i}\right) = (0, 5.047, 27.6)$$

Substitusi titik kesetimbangan pertama pada sistem persamaan (6) diperoleh matriks Jacobian

$$J_1 = \begin{bmatrix} 0,0098 & 0 & 0 \\ -0,2031 & 0 & 0 \\ 0,1518 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Nilai eigen dari matriks J_1 adalah $\lambda_1 = 0,0098, \lambda_2 = \lambda_3 = 0$

Dari nilai eigen yang diperoleh, terdapat nilai eigen yang bernilai positif. Dengan demikian, dapat diketahui bahwa sistem tidak stabil di sekitar titik kesetimbangan $(X^*, S^*, P^*) = (0, 5.047, 27.6)$.

Salah satu solusi khusus dari sistem persamaan (6) pada titik kesetimbangan pertama yaitu

$$\bar{X} = 0,4687e^{0,0098t}$$

$$\bar{S} = -9,7184 e^{0,0098t} + 46,817$$

$$\bar{P} = 7,2648 e^{0,0098t} + 5,622$$

Perilaku sistem di sekitar titik kesetimbangan kedua

$$(X^*, S^*, P^*) = (b, 0, C) = (2.0145, 0, 47.684)$$

Substitusi titik kesetimbangan kedua pada sistem persamaan (6) diperoleh matriks Jacobian

$$J_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0,0036 & 0 \\ 0 & -0,0758 & 0 \\ 0 & 0,0567 & 0 \end{bmatrix}$$

Nilai eigen dari matriks J_1 adalah $\lambda_1 = \lambda_2 = 0, \lambda_3 = -0.0758$

Dari nilai eigen yang diperoleh, tidak ada nilai eigen yang positif. Sehingga dapat diketahui bahwa sistem stabil di sekitar titik kesetimbangan $(X^*, S^*, P^*) = (2.0145, 0, 47.684)$.

Salah satu solusi khusus dari sistem persamaan (6) pada titik kesetimbangan kedua yaitu

$$\bar{X} = 2,2579 - 1,7892e^{-0,078t}$$

$$\bar{S} = 37,099 e^{-0,078t}$$

$$\bar{P} = 40,619 - 27,7326e^{-0.078t}$$

Perilaku sistem di sekitar titik kesetimbangan ketiga

$$(X^*, S^*, P^*) = (b, C, P_m) = (2.0145, 5.047, 66.345)$$

Substitusi titik kesetimbangan ketiga pada sistem persamaan (6) diperoleh matriks

Jacobian

$$J_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0,000051 \\ 0 & 0 & -0,01056 \\ 0 & 0 & 0,00789 \end{bmatrix}$$

Nilai eigen dari matriks J_3 adalah $\lambda_1 = \lambda_2 = 0, \lambda_3 = 0.00789$

Dari nilai eigen yang diperoleh dapat diketahui bahwa sistem tidak stabil di sekitar titik kesetimbangan $(X^*, S^*, P^*) = (2.0145, 5.047, 66.345)$.

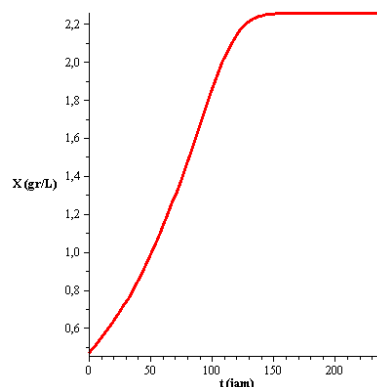
Salah satu solusi khusus dari sistem persamaan (6) pada titik kesetimbangan ketiga yaitu

$$\bar{X} = -0,3635 + 0,8322e^{0,00789t}$$

$$\bar{S} = 54,354 - 17,255 e^{0,0098t}$$

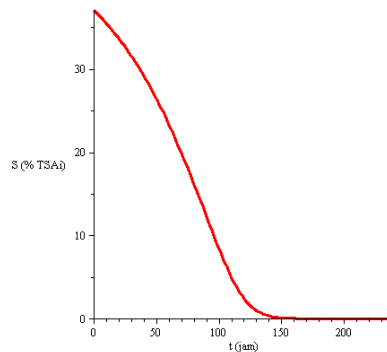
$$\bar{P} = 12,889 e^{0,00789t}$$

Berdasarkan data yang diperoleh, sistem persamaan diferensial nonlinier (5) dapat dibuat grafik perubahan konsentrasi bakteri *Zymomonas mobilis*, glukosa, dan konsentrasi etanol terhadap waktu.



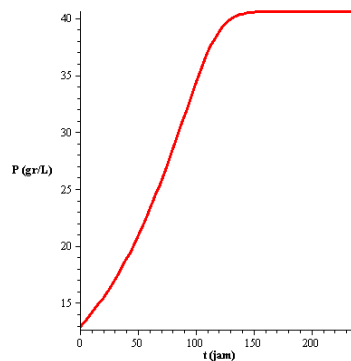
Gambar 1. Perubahan konsentrasi bakteri *Zymomonas mobilis*

Gambar 1 menjelaskan bahwa konsentrasi *Zymomonas mobilis* akan stabil dan mencapai kondisi saturasi setelah 150 jam fermentasi. Dari Gambar 2 terlihat bahwa Konsentrasi *Zymomonas mobilis* akan selalu tetap setelah 150 jam, yaitu sekitar 2,25 gr/L.



Gambar 2. Perubahan konsentrasi glukosa

Gambar 2 menjelaskan bahwa konsentrasi glukosa akan habis dikonsumsi oleh bakteri *Zymomonas mobilis* setelah 150 jam fermentasi. Konsentrasi glukosa akan selalu tetap setelah 150 jam dan tidak akan turun lagi.



Gambar 3. Perubahan konsentrasi etanol

Gambar 3 menjelaskan bahwa konsentrasi etanol yang diperoleh akan stabil setelah 150 jam fermentasi. Hal ini dipengaruhi oleh konsentrasi glukosa yang telah habis pada jam ke-150 sehingga pertumbuhan bakteri *Zymomonas mobilis* juga akan terhenti. Akibat tidak adanya aktifitas metabolisme dari bakteri *Zymomonas mobilis*, maka konsentrasi etanol tidak akan bertambah lagi. Pada kondisi yang stabil, konsentrasi etanol yang diperoleh sekitar 40,5 gr/L.

5. Kesimpulan

Model dinamik yang telah dibahas dapat digunakan untuk mengetahui perilaku perubahan konsentrasi *Zymomonas mobilis*, glukosa, dan etanol pada proses fermentasi dengan menggunakan sistem *batch*. Model yang diperoleh juga dapat dimanfaatkan untuk memprediksi pada saat kapat konsentrasi etanol mencapai nilai optimal. Proses fermentasi etanol dengan sistem curah (*batch*) terdapat penghambat yaitu substrat yang terbatas serta adanya inhibisi dari etanol yang berpengaruh terhadap pertumbuhan bakteri. Analisis kestabilan model fermentasi etanol dikaji di sekitar titik kesetimbangan. Kestabilan dari titik kesetimbangan ditentukan berdasarkan nilai eigen matriks Jacobian dari sistem yang sudah dilinearkan.

Berdasarkan hasil simulasi diperoleh bahwa titik kesetimbangan pertama dan ketiga tidak stabil yang berarti bahwa konsentrasi etanol yang dihasilkan akan terus naik sehingga tidak dapat diperoleh konsentrasi etanol yang stabil. Titik kesetimbangan kedua bersifat stabil, yang berarti bahwa konsentrasi etanol yang dihasilkan akan mencapai kondisi tunak. Sistem akan stabil ketika glukosa telah habis digunakan sehingga etanol yang dihasilkan akan stabil pada konsentrasi tertentu. Dari sini diperoleh konsentrasi optimal etanol adalah 40,5 gr/L yang terjadi pada saat 150 jam (sekitar 6, 25 hari).

DAFTAR PUSTAKA

- Awwalurrizki, Nuzula, dan Putra, Surya Rosa. 2007. *Hidrolisis Sukrosa Dengan Enzim Invertase Untuk Produksi Etanol Menggunakan Zymomonas Mobilis*. Surabaya: Tugas Akhir Jurusan Kimia, Institut Teknologi Sepuluh Nopember.
- Finizio, N and Ladas, G. 1982. *Persamaan Differensial Biasa dengan Penerapan Modern edisi kedua (Terjemahan Santosa, Widiarti)*. Jakarta : Erlangga.
- Glenn, Ledder. 2005. *Differential Equation: A Modeling Approach*. New York: McGraw-Hill Companies, Inc.
- Kalsum, Ummu. 2007. *Studi Kinetika Proses Inhibisi Produk Pada Fermentasi Molases dengan Zymomonas Mobilis*. Surabaya: Tesis Pasca Sajana, Institut Teknologi Sepuluh Nopember.

- Leksawasdi, Noppol, Eva L. Joachimsthal and Peter L. Rogers. 2001. *Mathematical Modelling Of Ethanol Production From Glucose/Xylose Mixtures By Recombinant Zymomonas mobilis*. *Biotechnology Letters*, 23, 1087–1093.
- Puspita, Elok, Silviana, Hana, dan Ismail, Tontowi. 2010. *Fermentasi Etanol Dari Molases Dengan Zymomonas Mobilis A3 yang Diamobilisasi pada K-Karaginan*. Surabaya: Institut Teknologi Sepuluh Nopember.
- Soedarmadji. 2002. *Diktat Kuliah Mikrobiologi Industri*. Semarang: Teknik Kimia FT, Universitas Diponegoro.