

UJI HIPOTESIS MODEL *MIXED GEOGRAPHICALLY WEIGHTED REGRESSION* DENGAN METODE BOOTSTRAP

Hasbi Yasin

Jurusan Statistika Universitas Diponegoro

Email: hasbiyasin17@gmail.com

Abstract

One of the models that can be used to analyze the spatial data is the Mixed Geographically Weighted Regression (MGWR) model. MGWR was used to solve the problem where certain predictor variables are influencing the response globally while others are locally. This paper tried to estimate the parameters of MGWR model using Weighted Least Square method, and then get the p-value of statistical test using the bootstrap procedure. The application of the bootstrap method in this case is resample the statistical test base on the residual model.

Key words: Bootstrap procedure, Mixed Geographically Weighted Regression, p-value, Weighted Least Square

1. Pendahuluan

Mixed Geographically Weighted Regression (MGWR) merupakan gabungan dari model regresi linier global dengan model GWR. Sehingga dengan model MGWR akan dihasilkan estimator parameter yang sebagian bersifat global dan sebagian yang lain bersifat lokal sesuai dengan lokasi pengamatan (Fotheringham dkk, 2002). Estimasi parameter pada model MGWR dapat dilakukan dengan metode WLS (*Weighted Least Square*) seperti halnya pada model GWR (Mei dkk, 2004). Selanjutnya diperlukan serangkaian prosedur untuk melakukan uji hipotesis terhadap parameter model yang dihasilkan. Uji hipotesis ini digunakan untuk kesesuaian model dan juga untuk menentukan variabel prediktor mana yang berpengaruh signifikan terhadap model. Permasalahan akan muncul ketika distribusi dari statistik uji yang digunakan tidak dapat ditentukan dengan mudah sehingga penentuan *p-value* dalam pengujian hipotesis akan menemui kendala. Salah satu pendekatan yang dapat digunakan untuk menghitung *p-value* adalah dengan menggunakan metode bootstrap. Metode bootstrap merupakan pendekatan nonparametrik sehingga tidak diperlukan asumsi bahwa data harus mengikuti distribusi tertentu (Efron dan Tibshirani, 1993). Kinerja dari metode bootstrap untuk menentukan *p-value* dalam uji hipotesis menunjukkan hasil yang sama bila dibandingkan dengan pendekatan dengan distribusi F (Mei dkk, 2006).

2. Tinjauan Pustaka

Model Regresi Linier

Metode regresi linier yang merupakan metode yang memodelkan hubungan antara variabel respon (y) dan variabel prediktor (x_1, x_2, \dots, x_p). Model regresi linier untuk p variabel prediktor secara umum ditulis sebagai:

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (1)$$

dengan:

$$\mathbf{y} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix}, \mathbf{X} = \begin{pmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1p} \\ 1 & x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2p} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_{n1} & x_{n2} & \cdots & x_{np} \end{pmatrix}, \boldsymbol{\beta} = \begin{pmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_p \end{pmatrix}, \boldsymbol{\varepsilon} = \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{pmatrix}$$

Estimator dari parameter model didapat dengan meminimumkan jumlah kuadrat error atau yang dikenal dengan *Ordinary Least Square* (OLS) (Rencher, 2000), yaitu:

$$\hat{\boldsymbol{\beta}} = (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{y}$$

sehingga $\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}} = \mathbf{H}\mathbf{y}$

dengan $\mathbf{H} = \mathbf{X}(\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T$

(2)

Model Geographically Weighted Regression (GWR)

Model GWR merupakan pengembangan dari model regresi global dimana ide dasarnya diambil dari regresi non parametrik (Mei dkk, 2006). Model ini merupakan model regresi linier bersifat lokal (*locally linier regression*) yang menghasilkan penaksir parameter model yang bersifat lokal untuk setiap titik atau lokasi dimana data tersebut dikumpulkan. Model GWR dapat ditulis sebagai berikut :

$$y_i = \beta_0(u_i, v_i) + \sum_{k=1}^p \beta_k(u_i, v_i)x_{ik} + \varepsilon_i \quad (3)$$

dengan :

y_i : Nilai observasi variabel respon ke- i

(u_i, v_i) : Menyatakan titik koordinat (*longitude, latitude*) lokasi ke- i

$\beta_k(u_i, v_i)$: Koefisien regresi ; $k = 0, 1, \dots, p$

x_{ik} : Nilai observasi variabel prediktor k pada pengamatan ke- i

ε_i : Error ke- i

Estimasi parameter model GWR menggunakan metode *Weighted Least Squares* (WLS) yaitu dengan memberikan pembobot yang berbeda untuk setiap lokasi pengamatan. Sehingga estimator parameter model untuk setiap lokasinya adalah :

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}(u_i, v_i) = (\mathbf{X}^T \mathbf{W}(u_i, v_i) \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{W}(u_i, v_i) \mathbf{y} \quad (4)$$

Misalkan $\mathbf{x}_i^T = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{ip})$ adalah elemen baris ke- i dari matriks \mathbf{X} . Maka nilai prediksi untuk y pada (u_i, v_i) dapat diperoleh dengan cara berikut:

$$\hat{y}_i = \mathbf{x}_i^T \hat{\boldsymbol{\beta}}(u_i, v_i) = \mathbf{x}_i^T (\mathbf{X}^T \mathbf{W}(u_i, v_i) \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{W}(u_i, v_i) \mathbf{y} \quad (5)$$

Sehingga untuk seluruh pengamatan dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\hat{\mathbf{y}} = (\hat{y}_1, \hat{y}_2, \dots, \hat{y}_n)^T \text{ dan } \hat{\boldsymbol{\varepsilon}} = (\hat{\varepsilon}_1, \hat{\varepsilon}_2, \dots, \hat{\varepsilon}_n)^T$$

Atau dapat pula dituliskan sebagai:

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{y}} = \mathbf{L} \mathbf{y}; \\ \hat{\boldsymbol{\varepsilon}} = \mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}} = (\mathbf{I} - \mathbf{L}) \mathbf{y}, \end{cases}$$

dengan \mathbf{I} adalah matriks identitas berukuran $n \times n$ dan

$$\mathbf{L} = \begin{pmatrix} \mathbf{x}_1^T (\mathbf{X}^T \mathbf{W}(u_1, v_1) \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{W}(u_1, v_1) \\ \mathbf{x}_2^T (\mathbf{X}^T \mathbf{W}(u_2, v_2) \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{W}(u_2, v_2) \\ \vdots \\ \mathbf{x}_n^T (\mathbf{X}^T \mathbf{W}(u_n, v_n) \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{W}(u_n, v_n) \end{pmatrix} \quad (6)$$

Pembobot yang digunakan untuk mengestimasi parameter dalam model GWR adalah fungsi kernel yaitu: fungsi jarak *Gaussian* (*Gaussian Distance Function*), fungsi *Exponential* (LeSage, 2001), fungsi *Bisquare*, dan fungsi kernel *Tricube* (Chasco dkk, 2007).

Model *Mixed Geographically Weighted Regression* (MGWR)

Berdasarkan model GWR pada Persamaan (3), jika tidak semua variabel prediktor mempunyai pengaruh secara lokal, sebagian berpengaruh secara global, maka model yang seperti ini dinamakan model *Mixed Geographically Weighted Regression* (MGWR). Pada model MGWR beberapa koefisien pada model GWR diasumsikan konstan untuk seluruh lokasi pengamatan sedangkan yang lain bervariasi sesuai lokasi

pengamatan data (Fotheringham dkk, 2002). Model MGWR dengan p variabel prediktor dan q variabel prediktor diantaranya bersifat lokal, dengan mengasumsikan bahwa intersep model bersifat lokal dapat dituliskan sebagai berikut:

$$y_i = \beta_0(u_i, v_i) + \sum_{k=1}^q \beta_k(u_i, v_i) x_{ik} + \sum_{k=q+1}^p \beta_k x_{ik} + \varepsilon_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (7)$$

Estimasi parameter pada model MGWR dapat dilakukan dengan metode WLS seperti halnya pada model GWR.

Estimasi parameter model MGWR dilakukan dengan terlebih dahulu mengidentifikasi variabel global dan variabel lokal pada model MGWR. Dalam bentuk matriks Persamaan (7) dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}_l \boldsymbol{\beta}_l(u_i, v_i) + \mathbf{X}_g \boldsymbol{\beta}_g + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (8)$$

Dengan:

\mathbf{X}_g : matriks variabel prediktor global

\mathbf{X}_l : matriks variabel prediktor lokal

$\boldsymbol{\beta}_g$: vektor parameter variabel prediktor global

$\boldsymbol{\beta}_l(u_i, v_i)$: matriks parameter variabel prediktor lokal

$$\mathbf{X}_l = \begin{pmatrix} 1 & x_{11} & \cdots & x_{1q} \\ 1 & x_{21} & \cdots & x_{2q} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_{n1} & \cdots & x_{nq} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{X}_g = \begin{pmatrix} x_{1,(q+1)} & x_{1,(q+2)} & \cdots & x_{1p} \\ x_{2,(q+1)} & x_{2,(q+2)} & \cdots & x_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{n,(q+1)} & x_{n,(q+2)} & \cdots & x_{np} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{y} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix}$$

dan,

$$\boldsymbol{\beta}_l(u_i, v_i) = \begin{pmatrix} \beta_0(u_i, v_i) \\ \beta_1(u_i, v_i) \\ \vdots \\ \beta_q(u_i, v_i) \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{\beta}_g = \begin{pmatrix} \beta_{q+1} \\ \beta_{q+2} \\ \vdots \\ \beta_p \end{pmatrix}, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

Pertama kali tuliskan model MGWR dalam bentuk GWR berikut:

$$\tilde{\mathbf{y}} = \mathbf{y} - \mathbf{X}_g \boldsymbol{\beta}_g = \mathbf{X}_l \boldsymbol{\beta}_l(u_i, v_i) + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (9)$$

Sehingga estimator parameter model GWR yang pertama adalah:

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}_l(u_i, v_i) = [\mathbf{X}_l^T \mathbf{W}(u_i, v_i) \mathbf{X}_l]^{-1} \mathbf{X}_l^T \mathbf{W}(u_i, v_i) \tilde{\mathbf{y}} \quad (10)$$

Misalkan $\mathbf{x}_{ii}^T = (1, x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{iq})$ adalah elemen baris ke- i dari matriks \mathbf{X}_l . Maka nilai prediksi untuk \tilde{y} pada (u_i, v_i) untuk seluruh pengamatan dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\hat{\tilde{\mathbf{y}}} = (\hat{\tilde{y}}_1, \hat{\tilde{y}}_2, \dots, \hat{\tilde{y}}_n)^T = \mathbf{S}_l \tilde{\mathbf{y}}$$

dengan

$$\mathbf{S}_l = \begin{pmatrix} \mathbf{x}_{l1}^T (\mathbf{X}_l^T \mathbf{W}(u_1, v_1) \mathbf{X}_l)^{-1} \mathbf{X}_l^T \mathbf{W}(u_1, v_1) \\ \mathbf{x}_{l2}^T (\mathbf{X}_l^T \mathbf{W}(u_2, v_2) \mathbf{X}_l)^{-1} \mathbf{X}_l^T \mathbf{W}(u_2, v_2) \\ \vdots \\ \mathbf{x}_{ln}^T (\mathbf{X}_l^T \mathbf{W}(u_n, v_n) \mathbf{X}_l)^{-1} \mathbf{X}_l^T \mathbf{W}(u_n, v_n) \end{pmatrix} \quad (11)$$

Kemudian, substitusikan element dari $\hat{\beta}_l(u_i, v_i)$ ke dalam model MGWR pada Persamaan (9) sehingga diperoleh:

$$\hat{\beta}_g = [\mathbf{X}_g^T (\mathbf{I} - \mathbf{S}_l)^T (\mathbf{I} - \mathbf{S}_l) \mathbf{X}_g]^{-1} \mathbf{X}_g^T (\mathbf{I} - \mathbf{S}_l)^T (\mathbf{I} - \mathbf{S}_l) \mathbf{y}$$

dengan $\mathbf{S}_g = \mathbf{X}_g (\mathbf{X}_g^T \mathbf{X}_g)^{-1} \mathbf{X}_g^T$ (12)

Dengan mensubstitusikan $\hat{\beta}_g$ ke Persamaan (10) maka didapatkan estimasi untuk koefisien lokal pada lokasi (u_i, v_i) adalah:

$$\hat{\beta}_l(u_i, v_i) = [\mathbf{X}_l^T \mathbf{W}(u_i, v_i) \mathbf{X}_l]^{-1} \mathbf{X}_l^T \mathbf{W}(u_i, v_i) (\mathbf{y} - \mathbf{X}_g \hat{\beta}_g) \quad (13)$$

Oleh karena itu, nilai *fitted-value* dari respon untuk n lokasi pengamatan adalah:

$$\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{S} \mathbf{y}$$

dengan

$$\mathbf{S} = \mathbf{S}_l + (\mathbf{I} - \mathbf{S}_l) \mathbf{X}_g [\mathbf{X}_g^T (\mathbf{I} - \mathbf{S}_l)^T (\mathbf{I} - \mathbf{S}_l) \mathbf{X}_g]^{-1} \mathbf{X}_g^T (\mathbf{I} - \mathbf{S}_l)^T (\mathbf{I} - \mathbf{S}_l). \quad (14)$$

Estimator $\hat{\beta}_g$ dan $\hat{\beta}_l(u_i, v_i)$ merupakan estimator tak bias untuk β_g dan $\beta_l(u_i, v_i)$ (Purhadi dan Yasin, 2012).

3. Pembahasan

Salah satu cara pengambilan keputusan terhadap suatu uji hipotesis adalah berdasarkan nilai *p-value* (tingkat signifikansi) dari hasil pengujian. Terkadang karena sulitnya menentukan distribusi dari statistik uji yang digunakan maka akan tidak mudah pula dalam menentukan *p-value* sebagai kriteria pengambilan keputusannya. Bootstrap sebagai salah satu metode pendekatan nonparamaterik akan sangat membantu untuk menyelesaikan permasalahan ini. Metode bootstrap tidak membutuhkan asumsi distribusi dan asumsi-asumsi awal untuk menduga bentuk distribusi dan pengujian-pengujian statistiknya. Dengan demikian penarikan kesimpulan melalui metode ini memberikan hasil taksiran kuantitas statistik yang lebih baik apabila asumsi-asumsi yang diberikan tidak jelas bahkan mungkin kurang realistik untuk diterapkan terhadap suatu populasi^[3].

Bootstrap merupakan suatu metode resampling dengan pengembalian. Bootstrap dalam metode regresi dapat dilakukan melalui resampling pada data, residual atau yang lain. Dalam makalah ini bootstrap dilakukan dengan meresampling nilai residual model. Untuk mendapatkan nilai taksiran *p-value* sebagai kriteria pengambilan keputusan dalam uji hipotesis dengan metode bootstrap, jika dibangkitkan sampel bootstrap sebanyak *B* kali, maka akan didapatkan nilai statistik uji sebanyak *B*. Selanjutnya, nilainya akan dibandingkan dengan statistik uji yang digunakan. Nilai *p-value* diperoleh dengan menghitung banyaknya nilai statistik uji bangkitan yang lebih dari nilai statistik uji yang digunakan.

Misal akan dilakukan uji hipotesis kesesuaian model regresi global dan MGWR maka bentuk hipotesisnya adalah :

$$H_0 : \beta_k(u_i, v_i) = \beta_k \quad k = 0, 1, 2, \dots, q, \text{ dan } i = 1, 2, \dots, n$$

(Model MGWR tidak berbeda dengan Model Regresi Global)

$$H_1 : \text{Minimal ada satu } \beta_k(u_i, v_i) \neq \beta_k$$

(Model MGWR berbeda dengan Model Regresi Global)

Pengujian kesesuaian model regresi global dan MGWR menggunakan perbandingan nilai selisih jumlah kuadrat residual model regresi global dan model MGWR (Leung dkk, 2000a). Sehingga statistik ujinya adalah:

$$F(1) = \frac{\mathbf{y}^T \left[(\mathbf{I} - \mathbf{H}) - (\mathbf{I} - \mathbf{S})^T (\mathbf{I} - \mathbf{S}) \right] \mathbf{y} / v_1}{\mathbf{y}^T (\mathbf{I} - \mathbf{S})^T (\mathbf{I} - \mathbf{S}) \mathbf{y} / u_1} \quad (15)$$

dengan $v_i = \text{tr} \left(\left[(\mathbf{I} - \mathbf{H}) - (\mathbf{I} - \mathbf{S})^T (\mathbf{I} - \mathbf{S}) \right]^i \right)$ dan $u_i = \text{tr} \left(\left[(\mathbf{I} - \mathbf{S})^T (\mathbf{I} - \mathbf{S}) \right]^i \right)$, $i = 1, 2$.

Langkah-langkah penentuan p_value dengan menggunakan prosedur bootstrap pada kasus ini adalah sebagai berikut:

1. Estimasi parameter regresi global sehingga diperoleh jumlah kuadrat residual dibawah H_0 , $RSS(H_0)$, matriks proyeksi $\mathbf{S}_0 = \mathbf{H}$ dan matriks residual $\mathbf{R}_0 = \mathbf{I} - \mathbf{H}$.
2. Estimasi parameter model MGWR menggunakan bandwidth dan fungsi pembobot tertentu sehingga diperoleh jumlah kuadrat residual dibawah H_1 , $RSS(H_1)$, matriks $\mathbf{S}_1 = \mathbf{S}$ dan $\mathbf{R}_1 = (\mathbf{I} - \mathbf{S})^T (\mathbf{I} - \mathbf{S})$.
3. Hitung residual dari model MGWR $\hat{\boldsymbol{\varepsilon}} = (\hat{\varepsilon}_1, \hat{\varepsilon}_2, \dots, \hat{\varepsilon}_n)^T = \mathbf{y} - \mathbf{S}_1 \mathbf{y}$ kemudian hitung vektor residual terpusat $\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_c = (\hat{\varepsilon}_{1c}, \hat{\varepsilon}_{2c}, \dots, \hat{\varepsilon}_{nc})^T$ dengan $\hat{\varepsilon}_{ic} = \hat{\varepsilon}_i - \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \hat{\varepsilon}_j$.
4. Hitung nilai statistik $f(1)$ yang merupakan nilai teramati dari statistik $F(1)$ pada Persamaan (15) berdasarkan langkah 1 dan 2.
5. Lakukan pengambilan sampel dengan pengembalian dari $\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_c = (\hat{\varepsilon}_{1c}, \hat{\varepsilon}_{2c}, \dots, \hat{\varepsilon}_{nc})^T$ sehingga diperoleh sampel bootstrap $\boldsymbol{\varepsilon}^* = (\varepsilon_{1c}^*, \varepsilon_{2c}^*, \dots, \varepsilon_{nc}^*)^T$.

6. Hitung statistik $F(1)^* = \frac{\left[(\mathbf{y}^*)^T (\mathbf{R}_0 - \mathbf{R}_1) (\mathbf{y}^*) / v_1 \right]}{\left[(\mathbf{y}^*)^T \mathbf{R}_1 (\mathbf{y}^*) / u_1 \right]}$ dimana $\mathbf{y}^* = \mathbf{S}_0 \mathbf{y} + \boldsymbol{\varepsilon}^*$

7. Ulangi Langkah 5 dan 6 sebanyak B kali sehingga diperoleh sampel bootstrap dari statistik $F(1)$ yaitu $F(1)_1^*, F(1)_2^*, \dots, F(1)_B^*$.

8. Hitung p -value bootstrap dari uji hipotesis sebagai berikut:

$$p^* = \frac{\#\{F(1)_i^*; F(1)_i^* < f(1)\}}{B} \text{ dengan } \# \mathbf{A} \text{ adalah banyaknya elemen pada}$$

himpunan \mathbf{A} .

Pengujian hipotesis kesesuaian model dengan prosedur bootstrap ini dapat diperluas untuk pengujian model MGWR dengan GWR ataupun untuk pengujian signifikansi parameter model MGWR, baik parameter lokal maupun parameter globalnya. Intinya

adalah dengan menentukan matriks proyeksi yang sesuai dengan model dibawah H_0 dan model dibawah H_1 .

4. Studi Kasus

Pendekatan bootstrap dalam penentuan nilai *p-value* sebuah uji hipotesis kesesuaian model MGWR digunakan pada data IPM (Indeks Pembangunan Manusia) Provinsi Jawa Tengah. Adapun unit observasi penelitian ini adalah kabupaten/kota di Jawa Tengah pada tahun 2007 yang terdiri dari 35 kabupaten / Kota (BPS, 2008). Adapun variabel penelitian yang digunakan adalah seperti pada Tabel 1.

Tabel 1. Variabel Penelitian IPM Jawa Tengah Tahun 2007

Kode	Nama Variabel	Keterangan
Y	Indeks Pembangunan Manusia (IPM)	Lokal
X1	Persentase penduduk yang berpendidikan di atas SLTP	Lokal
X2	Rata-rata pendapatan perkapita	Global
X3	Rasio ketergantungan penduduk	Lokal
X4	Peranan sektor industri dalam PDRB	Global
X5	Persentase penduduk miskin	Global
(u_i, v_i)	Titik Koordinat dari garis lintang dan garis bujur masing-masing pusat Kabupaten/Kota Madya di Jawa Tengah	

Berdasarkan data tersebut diestimasi parameter-parameter model regresi OLS (*Ordinary Least Square*), model GWR dan model MGWR. Kemudian dilakukan uji kesesuaian model MGWR terhadap kedua model tersebut. Matriks Pembobot yang digunakan adalah fungsi kernel gaussian dan pemilihan bandwidth optimal menggunakan metode *Cross Validation* (CV). Uji Hipotesis yang dilakukan antara lain adalah uji kesesuaian model MGWR dibandingkan dengan model regresi global (OLS) dan model GWR. Dengan menggunakan program MATLAB diperoleh hasil sebagai berikut:

Uji Kesesuaian Model MGWR Terhadap Model Regresi Global (OLS)

Hipotesis:

$$H_0 : \beta_k(u_i, v_i) = \beta_k \quad k = 0, 1, 2 \text{ dan } i = 1, 2, \dots, 35$$

(Model MGWR tidak berbeda dengan Model Regresi Global)

H_1 : Minimal ada satu $\beta_k(u_i, v_i) \neq \beta_k$

(Model MGWR berbeda dengan Model Regresi Global)

Uji Kesesuaian Model MGWR Terhadap Model GWR

Hipotesis:

$H_0 : \beta_k(u_i, v_i) = \beta_k \quad k = 0, 1, 2 \text{ dan } i = 1, 2, \dots, 35$

(Model GWR tidak berbeda dengan Model MGWR)

H_1 : Minimal ada satu $\beta_k(u_i, v_i) \neq \beta_k$

(Model GWR berbeda dengan Model MGWR)

Berdasarkan resampling bootstrap sebanyak 1000 kali diperoleh hasil seperti Tabel 2:

Tabel 2. Uji Hipotesis Model MGWR

Hipotesis	F-hitung	p-value	Keterangan
MGWR vs OLS	3,0057	0.0020	Menolak H_0 , yang berarti bahwa model MGWR lebih layak digunakan dibandingkan dengan model Regresi global (OLS)
MGWR vs GWR	1,6374	0.1480	Menerima H_0 , yang berarti bahwa model MGWR tidak berbeda dengan model GWR. Tetapi dengan alasan <i>parsimony</i> (keserhanaan) parameter, maka model MGWR lebih layak digunakan dibandingkan dengan model GWR

5. Kesimpulan

Untuk mengatasi kesulitan dalam penentuan nilai *p-value* dalam uji hipotesis model MGWR dapat digunakan prosedur resampling bootstrap yaitu dengan melakukan resample pada nilai statistik hitung berdasarkan pada nilai residual model yang diujikan.

DAFTAR PUSTAKA

- BPS, 2008, *Indeks Pembangunan Manusia 2006-2007*, Badan Pusat Statistik, Jakarta.
- Chasco, C., Garcia, I., & Vicens, J., 2007, *Modeling Spastial Variations in Household Disposable Income with Geographically Weighted Regression*, Munich Personal RePEc Arkhiv (MPRA) Working Papper No. 1682.

- Efron, B., and Tibshirani, R., 1993, *An In-troduction to the Bootstrap*, Chapman and Hall. New York.
- Fotheringham, A.S., Brunson, C., & Charlton, M., 2002, *Geographically Weighted Regression*, Jhon Wiley & Sons, Chichester, UK.
- LeSage, J.P., 2001, *A Family of Geographically Weighted Regression*, Departement of Economics University of Toledo.
- Leung, Y., Mei, C.L., & Zhang, W.X., 2000a, Statistic Tests for Spatial Non-Stationarity Based on the Geographically Weighted Regression Model, *Environment and Planning A*, 32 9-32.
- Mei C. L., He S. Y., Fang K. T., 2004, "A note on the mixed geographically weighted regression model", *Journal of Regional Science*, 44, 143-157.
- Mei, C.L., Wang, N., & Zhang, W.X., 2006, "Testing the importance of the explanatory variables in a mixed geographically weighted regression model", *Environment and Planning A*, vol. 38, hal. 587-598.
- Purhadi & Yasin, H., 2012. Mixed Geographically Weighted Regression Model (Case Study: the Percentage of Poor Households in Mojokerto 2008). *European Journal of Scientific Research*, Vol. 69, issue 2, hal.188-196.
- Rencher, A.C., 2000, *Linear Model in Statistics*, John Wiley&Sons Inc,Singapore.