ISBN: 978-602-14387-0-1

PEMODELAN KURS RUPIAH TERHADAP MATA UANG EURO DENGAN PENDEKATAN REGRESI SPLINE

Sulton Syafii Katijaya[1], Suparti[2], Sudarno[3]
[1]Mahasiswa Jurusan Statistika FSM UNDIP
[2,3]Staff Pengajar Jurusan Statistika FSM UNDIP

Abstrak

Kurs adalah perbandingan nilai atau harga mata uang antara dua negara. Banyak faktor yang diduga mempengaruhi perubahan kurs yaitu tingkat inflasi, aktifitas neraca pembayaran, perbedaan suku bunga, tingkat pendapat relatif, kontrol pemerintah dan ekspektasi. Sehingga diperlukan suatu metode yang dapat digunakan untuk memprediksi nilai kurs. Namun, data kurs yang berfluktuasi sering kali tidak memenuhi asumsi kenormalan. Alternatif yang digunakan dalam penelitian ini adalah regresi spline yang merupakan regresi nonparametrik dan tidak terikat asumsi bentuk kurva regresi tertentu. Regresi *spline* mempunyai fleksibilitas yang tinggi dan mempunyai kemampuan mengestimasi perilaku data yang cenderung berbeda pada setiap intervalnya dengan bantuan titik knot. Model terbaik sangat bergantung pada penentuan titik knot yang optimal yaitu memiliki nilai *Generalized Cross Validation* (GCV) yang minimum. Dengan menggunakan data kurs harian rupiah terhadap mata uang *euro* periode 2 Januari 2013 sampai 30 Agustus 2013, model spline terbaik dalam penelitian ini adalah pada saat menggunakan orde 4 dengan 3 pendekatan titik knot yaitu pada titik 13288.96, 13347.25 dan 15221.35 dengan GCV = 285.8842.

Kata Kunci: Kurs, *Time Series*, *Spline*, Knot, *Generalized Cross Validation*

1. Pendahuluan

1.3 Latar Belakang

Kondisi perekonomian global yang berkembang akhir-akhir ini menyebabkan kompleksitas sistem pembayaran dalam perdagangan internasional semakin tinggi. Hal ini terjadi akibat semakin berkembangnya keanekaragaman barang dan jasa yang akan diperdagangkan di negara lain. Oleh karena itu upaya untuk meraih manfaat dari globalisasi ekonomi harus diawali dengan menentukan kurs valuta asing pada tingkat yang menguntungkan. Penentuan kurs valuta asing menjadi pertimbangan penting bagi negara yang terlibat dalam perdagangan internasional, sehingga nilai tukar mata uang suatu negara merupakan salah satu indikator penting dalam suatu perekonomian.

Perbedaan maupun pergerakan nilai tukar mata uang ini pada prinsipnya ditentukan oleh besarnya permintaan dan penawaran mata uang serta kebijakan pemerintah dari negara tersebut (Sukirno, 1994). Seperti halnya pergerakan kurs harian

ISBN: 978-602-14387-0-1

dalam Bank Indonesia yang selalu mengalami fluktuasi. Hal ini mengakibatkan perlunya dilakukan prediksi atau pendugaan kurs mata uang untuk mengetahui seberapa besar nilai tukar mata uang pada masa mendatang yang bersifat harian. Dari hasil prediksi yang diperoleh, pihak-pihak yang berkepentingan dalam perdagangan internasional baik impor maupun ekspor dapat mengambil langkah-langkah strategis yang sekiranya perlu dilakukan agar tidak mengalami kerugian yang cukup besar.

Dalam penelitian ini, metode statistika sangat berperan penting dalam memprediksi maupun menduga estimasi nilai tukar kurs rupiah terhadap mata uang euro. Salah satu metode yang digunakan dalam memprediksi data kurs adalah dengan pendekatan regresi nonparametrik. analisis ini dilakukan dengan memodifikasi data *time series* menjadi dua variabel, yaitu variabel respon dan variabel prediktor. Pendekatan regresi nonparametrik merupakan metode pendugaan model yang dilakukan berdasarkan pendekatan yang tidak terikat asumsi bentuk kurva regresi tertentu dimana kurva regresi hanya diasumsikan *smooth* (mulus), sehingga regresi nonparametrik memiliki fleksibilitas yang tinggi karena data diharapkan mencari sendiri bentuk estimasi kurva regresinya tanpa dipengaruhi oleh faktor subyektifitas peneliti (Eubank, 1988). Metode nonparametrik yang sering digunakan dalam pendekatan untuk menduga kurva regresi antara lain, Deret Fourier (Eubank,1988), penduga kernel (Hardle,1990), K-Nearest Neighbour (Hardle,1990) dan regresi spline (Wahba,1990). Beberapa penulis ternama seperti Hardle dan Wahba menyarankan penggunaan regresi spline sebagai alternatif pendekatan non parametrik. Spline mempunyai keunggulan dalam mengatasi pola data yang menunjukkan naik atau turun yang tajam dengan bantuan titik-titik knot, serta kurva yang dihasilkan relatif mulus. Titik knots merupakan perpaduan bersama yang menunjukkan pola perilaku fungsi spline pada selang yang berbeda (Hardle, 1990). Model spline terbaik dapat dilihat dari beberapa kriteria tertentu yaitu mempunyai nilai *Mean Squared Error* (MSE) dan nilai *Generalized Cross Validation* (GCV) yang minimum.

1.4 Tujuan Penulisan

Adapun tujuan dari penulisan ini adalah mendapatkan model terbaik untuk menduga nilai kurs harian rupiah terhadap mata uang euro dan melakukan prediksi kurs dari model terbaik yang dihasilkan.

ISBN: 978-602-14387-0-1

2. Tinjauan Pustaka

2.1 Pengertian Kurs

Kurs (*Exchange Rate*) adalah pertukaran antara dua mata uang yang berbeda, yaitu perbandingan nilai atau harga antara kedua mata uang tersebut. Nilai tukar merupakan sebuah perjanjian yang dikenal sebagai nilai tukar mata uang terhadap pembayaran saat kini atau di kemudian hari, antara dua mata uang masing-masing negara untuk memperoleh atau membeli satu unit atau satuan jenis mata uang. Pemerintah Indonesia biasanya berperan dalam penentuan kurs sampai pada tingkat yang kondusif bagi dunia usaha. Kurs rupiah per dollar sangat berkaitan erat dan mempengaruhi arus barang dan jasa serta modal dari dalam maupun keluar Indonesia. Nilai tukar ini selalu mengalami perubahan baik depresiasi maupun apresiasi.

2.2 Faktor yang Mempengaruhi Kurs

Faktor utama yang mempengaruhi tinggi rendahnya nilai tukar mata uang dalam negeri terhadap mata uang asing adalah tingkat inflasi, aktifitas neraca pembayaran, perbedaan suku bunga di berbagai negara, tingkat pendapatan relatif, kontrol pemerintah, ekspektasi

2.3 Regresi Spline

Regresi spline adalah suatu pendekatan ke arah pencocokan data dengan tetap memperhitungkan kemulusan kurva. Spline mempunyai keunggulan dalam mengatasi pola data yang menunjukkan naik atau turun yang tajam dengan bantuan titik-titik knot, serta kurva yang dihasilkan relatif mulus. Titik Knots merupakan perpaduan bersama yang menunjukkan pola perilaku fungsi spline pada selang yang berbeda (Hardle, 1990). Dalam spline digunakan *truncated*

power basis dengan k knot, misalkan $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_k$ yaitu:

$$1, x, x^2, \ldots, x^{m-1}, (x-\lambda_1)_+^{m-1}, \ldots, (x-\lambda_k)_+^{m-1},$$

Secara umum suatu fungsi spline polinomial *truncated* berorde m adalah:

$$f(x) = \sum_{i=0}^{m-1} \beta_i x^i \quad \beta_i x^i + \sum_{j=1}^{k} \beta_{j+m-1} (x-\lambda_j)_+^{m-1}$$

dengan fungsi truncated

$$(x-\lambda_j)_+^{m-1} = \begin{cases} (x-\lambda_j)^{m-1} & ; x-\lambda_j \geq 0 \\ 0 & ; x-\lambda_j < 0 \end{cases}$$

Jadi secara umum model regresi nonparametrik spline keluarga polinomial truncated orde ke-*m* dengan satu variabel prediktor dapat ditulis sebagai berikut

ISBN: 978-602-14387-0-1

$$y = \sum_{i=0}^{m-1} \beta_i x^i + \sum_{j=1}^{k} \beta_{j+m-1} (x - \lambda_j)_+^{m-1} + \varepsilon \qquad (1)$$

Menurut Wibowo (2009), bentuk persamaan (1) dapat ditulis ke dalam bentuk model matriks sebagai berikut:

$$Y = X\delta_1 + X_k \delta_2 + \varepsilon$$

$$Y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}_{nx1} ; \quad X = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & \dots & x_1^{m-1} \\ 1 & x_2 & x_2^2 & \dots & x_2^{m-1} \\ 1 & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_n & x_n^2 & \dots & x_n^{m-1} \end{bmatrix}_{nxm}$$

$$X_k = \begin{bmatrix} (x_1 - \lambda_1)_+^{m-1} & (x_1 - \lambda_2)_+^{m-1} & \dots & (x_1 - \lambda_k)_+^{m-1} \\ (x_2 - \lambda_1)_+^{m-1} & (x_2 - \lambda_2)_+^{m-1} & \dots & (x_2 - \lambda_k)_+^{m-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ (x_n - \lambda_1)_+^{m-1} & (x_n - \lambda_2)_+^{m-1} & \dots & (x_n - \lambda_k)_+^{m-1} \end{bmatrix}_{nxk}$$

$$\delta_1 = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_{m-1} \end{bmatrix}_{mx1} ; \quad \delta_2 = \begin{bmatrix} \beta_{(m-1)+1} \\ \beta_{(m-1)+2} \\ \vdots \\ \beta_{(m-1)+k} \end{bmatrix}_{kx1} ; \quad \varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix}_{nx1}$$

Kemudian matriks dalam persamaan di atas dapat disederhanakan menjadi

$$Y = X\beta + \varepsilon$$

Dengan $X = [X_1 \quad X_k]$ dan $\beta = \begin{bmatrix} \delta 1 \\ \delta 2 \end{bmatrix}$

Dalam hubungannya dengan estimasi kurva mulus $f(x)$, yang mempunyai λ optimal $\{\lambda_1, \lambda_2, .., \lambda_k\}$ dan berdasarkan modifikasi persamaan regresi linier pada bab sebelumnya $\hat{\beta} = (X^TX)^{-1} X^TY$ maka estimasi untuk parameter β menjadi

$$b_\lambda = (X_\lambda^T X_\lambda)^{-1} X_\lambda^T Y, \text{ dimana } \hat{\beta} = b_\lambda$$

Fungsi estimasi dari $f(x)$ adalah sebagai berikut

$$\hat{f}_\lambda(x) = X_\lambda b_\lambda = X_\lambda (X_\lambda^T X_\lambda)^{-1} X_\lambda^T Y = H_\lambda Y$$

Dengan $H_\lambda = X_\lambda (X_\lambda^T X_\lambda)^{-1} X_\lambda^T$ yang bersifat simetris dan definit positif sedangkan X_λ adalah matriks desain berukuran n x k dari model yang membentuk f_λ dan bergantung pada titik knot.

$$X_\lambda = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & \dots & x_1^{m-1} & (x_1 - \lambda_1)_+^{m-1} & \dots & (x_1 - \lambda_k)_+^{m-1} \\ 1 & x_2 & x_2^2 & \dots & x_2^{m-1} & (x_2 - \lambda_1)_+^{m-1} & \dots & (x_2 - \lambda_k)_+^{m-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \dots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_n & x_n^2 & \dots & x_n^{m-1} & (x_n - \lambda_1)_+^{m-1} & \dots & (x_n - \lambda_k)_+^{m-1} \end{bmatrix}$$

ISBN: 978-602-14387-0-1

2.4 Pemilihan Model Spline Terbaik

Penentuan model spline dipengaruhi oleh orde spline dan letak titik knot. Model spline terbaik adalah model yang bisa menjelaskan hubungan antara variabel respon dengan variabel prediktor dan memenuhi beberapa kriteria tertentu yaitu mempunyai nilai *Mean Squared Error* (MSE) dan nilai *Generalized Cross Validation* (GCV) yang minimum.

$$\text{MSE}(\lambda) = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n}(y_j - \hat{f}_{\lambda j})^2$$

Pemilihan titik knot optimal dalam regresi spline pada model-model koefisien bervariasi tidak berbeda jauh dengan pemilihan titik knot pada regresi spline nonparametrik pada umumnya, yaitu didasarkan pada metode *Generalized Cross Validation* (GCV) (Basri, 2008). Cara menghitung nilai GCV adalah sebagai berikut:

$$\text{GCV}(\lambda) = \frac{\text{MSE}(\lambda)}{(n^{-1}\text{`}trace\ [I - H(\lambda)])^2}$$

Model terbaik adalah model yang memiliki nilai GCV paling minimum.

2.5 Regresi Nonparametrik untuk Data *Time Series*

Model (T) : time series, $\{Z_i, i \geq 1\}$ adalah hasil observasi dan dalam memprediksi Z_{n+1} dengan f(x)=E(Y|X= x). Untuk memprediksi masalah *time series* (T) satu dimensi dapat digambarkan ke model tersebut. Dengan menetapkan *time series* stasioner $\{Z_i, i \geq 1\}$. Nilai lag Z_{i-1} sebagai X_i dan nilai Z_i sebagai Y_i. Kemudian untuk masalah pendugaan Z_{n+1} dari $\{Z_i\}_{i=2}^{n}$ dapat dianggap sebagai masalah regresi pemulusan untuk $\{X_i, Y_i\}_{i=2}^{n} = \{Z_{i-1}, Z_i\}_{i=2}^{n}$. Permasalahan prediksi untuk *time series* $\{Z_i\}$ adalah sama seperti estimasi f(x)=E(Y|X= x) untuk dua dimensi *time series*$\{X_i, Y_i\}_{i=1}^{n}$ (Hardle, 1990).

3. Metodologi Penelitian

3.1 Jenis dan Sumber Data

Data yang digunakan adalah data kurs harian yang berupa *time series* untuk nilai tukar mata uang rupiah terhadap mata uang *euro* terhitung sejak tanggal 2 Januari 2013 sampai dengan tanggal 30 Agustus 2013.

3.2 Variabel Penelitian

Variabel yang digunakan dalam penelitian ini adalah kurs jual rupiah terhadap mata uang euro yang kemudian berlandaskan rumus umum *time series* data tersebut dimodifikasi menjadi dua variabel yaitu data ke 1,…,n-1 sebagai variabel prediktor dan

ISBN: 978-602-14387-0-1

data ke 2,…,n sebagai variabel respon. Kemudian untuk memprediksi Z_{n+1} dari $\{Z_i\}_{i=1}^{n}$ dapat diselesaikan dengan pemulusan regresi untuk $\{X_i, Y_i\}_{i=2}^{n} = \{Z_{i-1}, Z_i\}_{i=2}^{n}$.

3.3 Metode Analisis

1. Meregresikan variabel dengan regresi *spline* dan menentukan jumlah titik knot dari orde 2, orde 3 dan orde 4.
2. Menentukan titik knot optimal yang dilihat dari nilai GCV paling minimum.
3. Membandingkan hasil prediksi model terbaik dengan data sebenarnya.

4. Hasil dan Pembahasan

a. Deskripsi Data

Data yang digunakan adalah data kurs harian untuk nilai tukar mata uang rupiah terhadap mata uang *euro* tanggal 2 Januari 2013 sampai dengan tanggal 30 Agustus 2013.

b. Regresi Spline

Pada analisis regresi spline dilakukan dengan cara meminimalkan *generalized cross validation* (GCV). Hal itu sangat bergantung pada pemilihan titik knot yang optimal. Berdasarkan scatter plot yang terbentuk, pendekatan dilakukan dengan menggunakan 1 hingga 3 titik knot. Dari hasil *running* program diperoleh nilai GCV yang optimum untuk masing-masing orde linier, kuadratik dan kubik sebagai berikut:

Tabel 1. Titik knot optimum untuk masing-masing orde

Orde	Jumlah Knot	Titik	GCV
Linier	1	15176.53	7015.892
	2	14606.44; 14673.83	6303.929
	3	13450.24; 14606.44; 14673.83	6219.483
Kuadratik	1	14606.44	6642.612
	2	13611.13; 14541.91	5828.849
	3	13325.12; 13850.61; 14673.83	3307.975
Kubik	1	14368.28	6665.972
	2	13351.63; 13584.63	4175.936
	3	13288.96; 13347.25; 15221.35	285.8842

Berdasarkan Tabel 1 model spline terbaik adalah pada saat menggunakan pendekatan 3 titik knot untuk orde 4 (spline kubik) karena memiliki nilai GCV yang minimum yaitu sebesar 285.8842.

ISBN: 978-602-14387-0-1

c. Model Terbaik

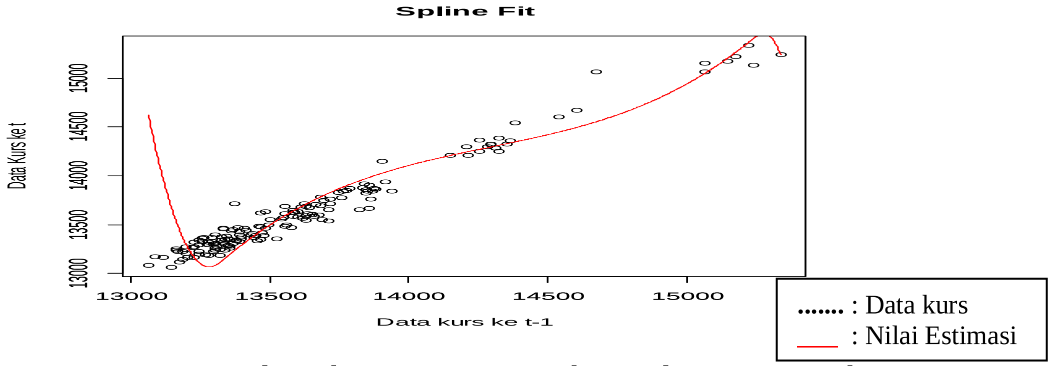
Model terbaik adalah pada saat menggunakan orde 4 dengan pendekatan 3 titik knot yaitu pada titik 13288.96, 13347.25 dan 15221.35

$$\hat{f}(x):\begin{cases} \hat{\beta}_0+\hat{\beta}_1x+\hat{\beta}_2x^2+\hat{\beta}_3x^3 & ;\ x<13288.96 \\ \hat{\beta}_0+\hat{\beta}_1x+\hat{\beta}_2x^2+\hat{\beta}_3x^3+\hat{\beta}_4(x-\lambda_1)_+^3 & ;13288.96\le\ x<13347.25 \\ \hat{\beta}_0+\hat{\beta}_1x+\hat{\beta}_2x^2+\hat{\beta}_3x^3+\hat{\beta}_4(x-\lambda_1)_+^3 & \\ +\hat{\beta}_5(x-\lambda_2)_+^3 & ;13347.25\le\ x<15221.35 \\ \hat{\beta}_0+\hat{\beta}_1x+\hat{\beta}_2x^2+\hat{\beta}_3x^3+\hat{\beta}_4(x-\lambda_1)_+^3+\hat{\beta}_5(x-\lambda_2)_+^3 & \\ +\hat{\beta}_6(x-\lambda_3)_+^3 & ;x\ge 15221.35 \end{cases}$$

Berdasarkan estimasi parameter yang dihasilkan, persamaan model spline orde 4 dengan 3 titik knot adalah

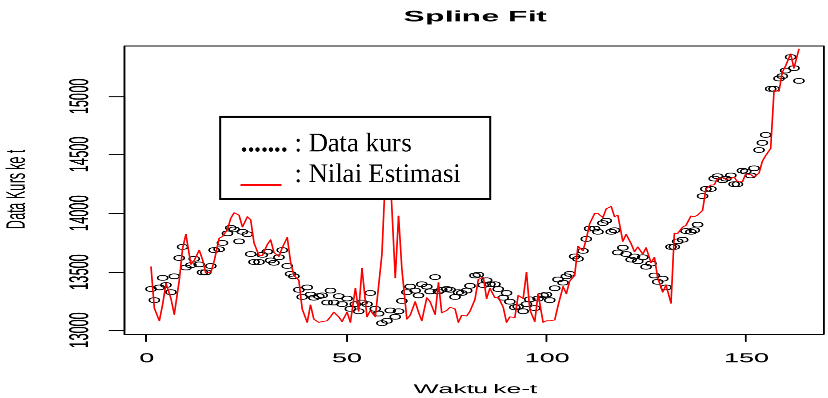
$$\hat{f}(x):\begin{cases} -6800394+1987.673x-0.183x^2+5.45e-6x^3 & ;x<13288.96 \\ -6800394+1987.673x-0.183x^2+5.45e-6x^3 & \\ -0.00021(x-13288.96)^3 & ;13288.96\le\ x<13347.25 \\ -6800394+1987.673x-0.183x^2+5.45e-6x^3-0.00021(x-13288.96)^3 & \\ +0.000205(x-13347.25)^3 & ;13347.25\le\ x<15221.35 \\ -6800394+1987.673x-0.183x^2+5.45e-6x^3-0.00021(x-13288.96)^3 & \\ +0.000205(x-13347.25)^3\ -0.00026(x-15221.35)^3 & ;x\ge 15221.35 \end{cases}$$

Setelah mendapatkan nilai estimasi parameter maka dapat diperoleh nilai prediksi dari data kurs rupiah terhadap mata uang euro dan dapat digambarkan pada kurva estimasi seperti Gambar 1. Sedangkan kurva estimasi yang dihasilkan ketika hasil prediksi tersebut dikembalikan terhadap waktu (t) dapat dilihat pada Gambar 2. Estimasi yang dihasilkan benar-benar mendekati setiap titik data kurs sebenarnya.



Gambar 1. Kurva Estimasi Pola Hubungan Data Kurs ke t-1 dan Data Kurs ke t

ISBN: 978-602-14387-0-1



Gambar 2. Kurva Estimasi Kurs setelah dikembalikan terhadap Waktu (t)

Pola yang dibentuk pada Gambar 2 juga tidak menunjukkan adanya perbedaan yang sangat signifikan. Artinya hasil prediksi ini menunjukkan adanya suatu kesamaan pola tehadap data kurs yang sebenarnya.

5. Kesimpulan

Dengan menggunakan model nonparametrik spline, estimasi model terbaik adalah pada saat pendekatan menggunakan orde 4 dengan 3 titik knot yang menghasilkan nilai GCV paling minimum dibandingkan dengan pendekatan titik knot dan orde lain. 3 titik knot tersebut adalah 13288.96, 13347.25 dan 15221.35. model terbaik yang diperoleh merupakan hasil pemilihan kombinasi titik knot yang paling optimal sehingga menghasilkan GCV yang paling minimum. Titik knot sangat berperan penting dalam menentukan keoptimalan hasil suatu prediksi. Kesensitifan pendekatan titik knot didukung dengan adanya *truncated* yang membentuk pada setiap interval. Oleh karena itu, regresi spline sangat baik digunakan dalam memprediksi suatu pola data yang memiliki karakteristik yang cenderung berbeda.

DAFTAR PUSTAKA

Basri, H., 2008, Estimasi Kurva Regresi Nonparametrik dengan Pendekatan Spline, *Jurnal Kependidikan, Vol.3 No.2.*

Hardle, W., 1990, *Applied Nonparametric Regression*, Cambridge Universitiy.

Sukirno, S., 1994, *Teori Pengantar Makro Ekonomi*, Jakarta: Raja Grafindo Persada.

Wibowo, W., dkk, 2009, Metode Kuadrat Terkecil Untuk Estimasi Kurva Regresi Semiparametrik Spline. *Jurnal Matematika*. FMIPA UNY