

## ABSTRAK

Misalkan  $G = (V, E)$  adalah suatu graf sederhana, berhingga dan tak berarah dengan himpunan titik  $V$  dan himpunan sisi  $E$ . Suatu pelabelan graceful pada graf  $G$  adalah pemetaan injektif  $f$  dari  $V$  ke himpunan  $\{0, 1, 2, \dots, q\}$  sedemikian sehingga terdapat pemetaan bijektif  $f^*(e)$  dari  $E$  ke himpunan  $\{0, 1, 2, \dots, q\}$  dengan  $f^*(e) = |f(u) - f(v)|$ . Graf yang mempunyai pelabelan graceful disebut graf graceful. Graf duplikasi titik adalah graf yang diperoleh dari hasil penduplikasian titik  $v_k$  dalam graf  $G$  dengan menambahkan titik baru  $v'_k$  dimana  $N(v_k) = N(v'_k)$ . Graf duplikasi sisi adalah graf yang diperoleh dari hasil penduplikasian sisi sisi  $v_i v_{i+1}$  pada graf  $G$  dengan menambahkan sisi baru  $v'_i v'_{i+1}$  dengan  $N(v'_i) = N(v_i) \cup \{v'_{i+1}\} - \{v_{i+1}\}$  dan  $N(v'_{i+1}) = N(v_{i+1}) \cup \{v'_i\} - \{v_i\}$ . Pada tugas akhir ini dikaji tentang pelabelan graceful pada graf duplikasi titik, graf duplikasi sisi dari siklus  $C_n$  serta graf hasil dua copian dari siklus  $C_n$  yang dinamakan graf *Jointsum*. Dari pengkajian tersebut diperoleh suatu graf hasil duplikasi titik yang merupakan graf graceful, sedangkan untuk graf hasil duplikasi sisi merupakan graf graceful jika  $n$  genap serta graf *jointsum* dua copian dari siklus  $C_n$  merupakan graf graceful.

**Kata kunci:** Pelabelan graceful, duplikasi titik, *jointsum*.

## ABSTRACT

Let  $G = (V, E)$  be a simple, finite and undirected graph with a vertex-set  $V$  and edge-set  $E$ . A graceful labeling of a graph  $G$  is an injective mapping  $f$  from  $V$  to  $\{0, 1, 2, \dots, q\}$  such that there is a bijective mapping  $f^*(e)$  from  $E$  to  $\{0, 1, 2, \dots, q\}$  with  $f^*(e) = |f(u) - f(v)|$ . The graph which admits graceful labeling is called a *gracefull graph*. Duplication of a vertex  $v_k$  of graph  $G$  produces a new graph by adding a new vertex  $v'_k$  in such a way that  $N(v_k) = N(v'_k)$ . Duplication of an edge  $v_i v_{i+1}$  of graph  $G$  produces a new graph by adding a new edge  $v'_i v'_{i+1}$  in such a way that  $N(v'_i) = N(v_i) \cup \{v'_{i+1}\} - \{v_{i+1}\}$  and  $N(v'_{i+1}) = N(v_{i+1}) \cup \{v'_i\} - \{v_i\}$ . In this final project, we derive graceful labeling for duplication of an arbitrary vertex in cycle  $C_n$ , duplication of an arbitrary edge in even cycle  $C_n$  and also the *jointsum* of two copies of cycle  $C_n$ . From this final project, we know that graph with duplication of an arbitrary vertex is graf graceful, then graph with duplication of an edge is graf graceful if  $n$  even and also graph *jointsum* of two copies is graph graceful.

**Key words:** Graceful labeling, duplication of a vertex, *jointsum*.