SIFAT-SIFAT GRAF SIKEL DENGAN PELABELAN *FUZZY*

Nurul Umamah[1] dan Lucia Ratnasari[2]

[1,2]Jurusan Matematika FSM UNDIP

Jl. Prof. H. Soedarto, S. H, Tembalang, Semarang.

Abstract. *Fuzzy* labeling is a bijection function from the set of all nodes and edges of G^* to $[0,1]$, where the degree membership each of nodes and each of arcs in closed interval $[0,1]$, such that the degree membership each of arcs is less than the minimum degree membership of the nodes incident with the arcs. A graph is said to be a *fuzzy* labeling graph if it has a *fuzzy* labeling. In this paper will study some properties of *fuzzy* labeling cycle graph. That developed by A. Nagoor Gani. First it is showed that there is properties of weakest arc, *fuzzy* bridge, *fuzzy* cut node, and *fuzzy* end nodes of *fuzzy* labeling graph. Further, it is proved that nodes which has minimum degree is a *fuzzy* end nodes and nodes that has maximum degree is a *fuzzy* cut nodes of *fuzzy* labeling graph. It is proved that there exists a strong path between any pair of nodes of *fuzzy* labeling graph.

Keywords: *fuzzy bridge, fuzzy cut node, fuzzy labeling graph.*

PENDAHULUAN

Teori graf merupakan salah satu bidang bahasan matematika yang mempelajari himpunan titik yang dihubungkan oleh himpunan sisi. Representasi visual dari graf adalah dengan menyatakan objek yang dinyatakan sebagai titik *(vertex)*, sedangkan hubungan antara objek dinyatakan dengan garis *(edge)*. Himpunan titik dari graf G dinotasikan dengan $V(G)$, dan himpunan garis dari graf G dinotasikan $E(G)$. Pelabelan pada suatu graf adalah pemetaan yang memasangkan unsur-unsur graf (titik atau garis) dengan bilangan bulat positif**.** Ada banyak jenis pelabelan graf yang telah dikembangkan, diantaranya adalah pelabelan *gracefull*, pelabelan harmonis, pelabelan total tak beraturan, pelabelan ajaib, pelabelan anti ajaib, dan pelabelan cordial. Penelitian mengenai pelabelan graf terus berkembang baik dari bentuk pelabelannya atau dari graf yang dilabeli.

Teori himpunan *fuzzy* (*fuzzy* set) merupakan pengembangan dari teori himpunan tegas (crisp set), tingkat keanggotaan elemen pada himpunan *fuzzy* berada pada interval [0,1], tetapi tingkat keanggotaan pada himpunan tegas berada pada himpunan {0,1}. Konsep-konsep dalam graf *fuzzy* seperti sikel, path *fuzzy*, dan sifat-sifatnya telah diperkenalkan oleh Rosenfeld [6], sedangkan K. R. Bhutani telah memperkenalkan konsep mengenai titik potong *fuzzy* dan titik akhir *fuzzy* [1]. Dalam tugas akhir ini akan dibahas mengenai pelabelan *fuzzy*, sifat-sifat graf sikel dengan pelabelan *fuzzy*, dan pelabelan *fuzzy* dengan jembatan dan garis kuat yang dikembangkan oleh A. Nagoor Gani [4].

GRAF *FUZZY*

Definisi 2.1 [5]

Misalkan V adalah himpunan berhingga, suatu graf *fuzzy* yang dinotasikan $G = (\sigma, \mu)$ adalah pasangan fungsi $\sigma: V \to [0,1]$ dan $\mu: V \times V \to [0,1]$ sedemikian sehingga $\mu(u,v) \leq \sigma(u) \wedge \sigma(v)$ untuk setiap $u, v \in V$.

Definisi 2.2 [2]

Misalkan $G = (\sigma, \mu)$ suatu graf *fuzzy*, dan u, v adalah dua titik yang berbeda dan G' adalah subgraf *fuzzy* dari G yang diperoleh dengan menghapus garis (u, v). Dengan kata lain $G' = (\sigma', \mu')$ dimana $\mu^{'}(u,v) = 0$.
Suatu garis (u, v) disebut jembatan *fuzzy* diantara sepasang titik pada $G = (\sigma, \mu)$ jika penghapusan (u, v) mengurangi kekuatan keterhubungan diantara sepasang titik tersebut.

Definisi 2.3 [2]

Suatu titik u dikatakan titik potong *fuzzy* pada $G = (\sigma, \mu)$ jika penghapusan titik u mengurangi kekuatan keterhubungan diantara beberapa pasang titik tersebut.

Definisi 2.4 [3]

Diberikan graf $G = (\sigma, \mu)$ dengan $\mu(u,v) > 0$. Garis (u, v) disebut kuat di G jika $\mu(u,v) \geq \mu^{'\infty}(u,v)$

Definisi 2.5 [3]

Diberikan graf $G = (\sigma, \mu)$ dengan $\mu(u,v) > 0$. Garis (u, v) disebut kuat di G jika $\mu(u,v) \geq \mu^{'\infty}(u,v)$

Definisi 2.6 [1]

Suatu titik u dikatakan titik akhir *fuzzy* pada $G = (\sigma, \mu)$ jika titik u memiliki tepat satu garis kuat yang insiden.

PELABELAN *FUZZY*

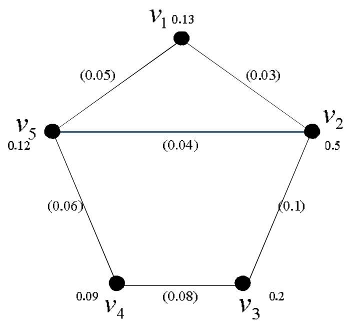
Definisi 3.1 [4]

Pelabelan *fuzzy* adalah pemetaan bijektif ω dari himpunan semua titik dan garis dari G^* ke $[0,1]$, yang menghubungkan setiap titik dengan derajat keanggotaan $\sigma^\omega(u)$, $\sigma^\omega(v)$ dan garis dengan derajat keanggotaan $\mu^\omega(u,v)$ yang memenuhi $\mu^\omega(u,v) < \sigma^\omega(u) \wedge \sigma^\omega(v)$ untuk semua $u, v \in V$.

Suatu graf dikatakan graf dengan pelabelan *fuzzy* jika graf tersebut memiliki pelabelan *fuzzy* dan dinotasikan dengan $G^\omega = (\sigma^\omega, \mu^\omega)$.

Contoh 3.1:

Graf *fuzzy* $G^\omega = (\sigma^\omega, \mu^\omega)$ dimana $V(G) = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$ dan $E(G) = \{(v_1, v_2), (v_2, v_3), (v_3, v_4), (v_4, v_5), (v_5, v_1), (v_5, v_2)\}$ pada Gambar 3.1 adalah Graf dengan pelabelan *fuzzy*.



Gambar 3.1 Graf $G^\omega{}_1 = (\sigma^\omega, \mu^\omega)$

SIFAT-SIFAT GRAF SIKEL DENGAN PELABELAN *FUZZY*

Proposisi 3.2 [4]

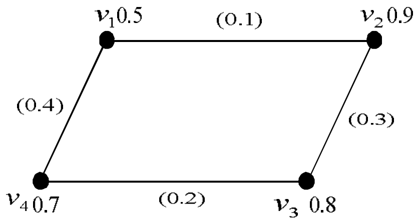
Sikel dengan pelabelan *fuzzy* ${C_n}^\omega$ memiliki satu garis lemah.

Bukti

Misalkan ${C_n}^\omega$ adalah sikel dengan pelabelan *fuzzy* dan $\mu^\omega(u,v) = \wedge_{i=1}^{n} \mu^\omega(u_i, v_i)$. Karena ${C_n}^\omega$ memiliki pelabelan *fuzzy*, maka ${C_n}^\omega$ akan memiliki garis dengan derajat keanggotaan yang berbeda, misalkan $\mu^\omega(u,v)$, jika garis (u,v) dihapus tidak akan mengurangi kekuatan keterhubungan di ${C_n}^\omega$, maka garis (u,v) adalah lemah di ${C_n}^\omega$.

Dengan demikian, ${C_n}^\omega$ hanya memiliki tepat satu garis lemah. ∎

Contoh 3.2:



Gambar 3.2 Graf sikel $C_4{}^{\omega} = (\sigma^{\omega}, \mu^{\omega})$

Diberikan graf sikel $C_4{}^{\omega} = (\sigma^{\omega}, \mu^{\omega})$, seperti Gambar 3.2. Diketahui garis (v_1, v_2) memiliki derajat keanggotaan minimum pada graf $C_4{}^{\omega}$, jika garis (v_1, v_2) dihapus tidak akan mengurangi kekuatan keterhubungan pada graf $C_4{}^{\omega}$, maka garis (v_1, v_2) merupakan garis lemah di $C_4{}^{\omega}$, Sehingga terdapat satu garis lemah pada graf $C_4{}^{\omega}$.

Proposisi 3.3 [4]

Sikel dengan pelabelan *fuzzy* $C_n{}^{\omega}$ memiliki $(n-1)$ jembatan.

Bukti

Misalkan $C_n{}^{\omega}$ sikel dengan pelabelan *fuzzy*, dari Proposisi 3.2 maka $C_n{}^{\omega}$ memiliki tepat satu garis lemah, misalkan (u, v) dan jika garis (u, v) dihapus tidak akan mengurangi kekuatan keterhubungan pada graf $C_n{}^{\omega}$. Oleh karena itu $C_n{}^{\omega}$ memiliki $(n-1)$ jembatan. ■

Contoh 3.3:

Diberikan graf sikel $C_4{}^{\omega} = (\sigma^{\omega}, \mu^{\omega})$, seperti Gambar 3.2. Garis $(v_2, v_3), (v_3, v_4)$ dan (v_4, v_1) merupakan jembatan *fuzzy* di $C_4{}^{\omega}$, karena penghapusan garis $(v_2, v_3), (v_3, v_4)$ dan (v_4, v_1) akan mengurangi kekuatan keterhubungan pada graf $C_4{}^{\omega}$. Sehingga, graf $C_4{}^{\omega}$ memiliki 3 jembatan.

Proposisi 3.4 [4]

Suatu titik dalam sikel dengan pelabelan *fuzzy* $C_n{}^{\omega}$ adalah titik potong *fuzzy* jika dan hanya jika titik tersebut merupakan titik bersama dari dua jembatan *fuzzy*.

Bukti

$\Longrightarrow$ Misalkan $C_n{}^{\omega}$ adalah graf sikel dengan pelabelan *fuzzy*, diketahui w adalah titik potong *fuzzy* di $C_n{}^{\omega}$, maka akan terdapat dua garis kuat yang insiden dengan titik w, berdasarkan definisi titik potong jika titik w dihapus, maka akan mengurangi kekuatan keterhubungan antara beberapa pasang titik tersebut. Dengan demikian, titik w adalah titik bersama dari dua jembatan *fuzzy*.

$\Longleftarrow$ Misalkan w adalah titik bersama dari dua jembatan *fuzzy* (u, w) dan (w, v). Jika titik w dihapus maka akan mengurangi kekuatan keterhubungan diantara beberapa pasang titik. Sehingga w adalah titik potong. ∎

Contoh 3.4:

Diberikan graf sikel $C_4{}^{\omega} = (\sigma^{\omega}, \mu^{\omega})$, seperti Gambar 3.2. Titik v_3 dan v_4 merupakan titik bersama dari jembatan *fuzzy* pada graf $C_4{}^{\omega}$, karena penghapusan titik v_3 dan v_4 akan mengurangi kekuatan keterhubungan pada graf $C_4{}^{\omega}$, maka titik v_3 dan v_4 merupakan titik potong *fuzzy* di $C_4{}^{\omega}$.

Proposisi 3.5 [4]

Jika $C_n{}^{\omega}$ graf sikel dengan pelabelan *fuzzy*, maka $C_n{}^{\omega}$ memiliki $(n-2)$ titik potong.

Bukti

Misalkan $C_n{}^{\omega}$ adalah sikel dengan pelabelan *fuzzy*, dari Proposisi 3.3 diketahui setiap sikel dengan pelabelan *fuzzy* memiliki $(n-1)$ jembatan *fuzzy*, dan dari Proposisi 3.2, akan terdapat satu garis lemah pada $C_n{}^{\omega}$, misal garis (u, v). Oleh karena itu, selain titik u dan v, merupakan titik bersama dari dua jembatan *fuzzy* sehingga $C_n{}^{\omega}$ memiliki $(n-2)$ titik potong. ∎

Contoh 3.5:

Diberikan graf sikel $C_4{}^{\omega} = (\sigma^{\omega}, \mu^{\omega})$, seperti Gambar 3.2. Titik v_1 dan v_2 bukan merupakan titik bersama dari jembatan *fuzzy* pada graf $C_4{}^{\omega}$, karena penghapusan titik v_1 dan titik v_2 tidak akan mengurangi kekuatan keterhubungan pada graf $C_4{}^{\omega}$. Jadi titik v_1 dan v_2 bukan merupakan titik potong *fuzzy* di $C_4{}^{\omega}$ dan terdapat 2 titik potong pada graf $C_4{}^{\omega}$.

Proposisi 3.6 [4]

Jika $C_n{}^{\omega}$ graf sikel dengan pelabelan *fuzzy*, maka $C_n{}^{\omega}$ memiliki dua titik akhir.

Bukti

Misalkan $C_n{}^{\omega}$ adalah sikel dengan pelabelan *fuzzy*, dari Proposisi 3.2 telah diketahui bahwa $C_n{}^{\omega}$ hanya memiliki tepat satu garis lemah, misalkan garis (u, v) dan terdapat titik u dan v yang merupakan titik akhir karena memiliki tepat satu garis kuat yang insiden di $C_n{}^{\omega}$, dengan demikian setiap graf sikel dengan pelabelan *fuzzy* hanya memiliki tepat dua titik akhir. ■

Contoh 3.6:

Diberikan graf sikel $C_4{}^{\omega} = (\sigma^{\omega}, \mu^{\omega})$, seperti Gambar 3.2. Dari Proposisi 3.2 diperoleh (v_1, v_2) merupakan garis lemah, sehingga terdapat titik v_1 dan v_2 yang merupakan titik akhir, karena titik v_1 insiden dengan satu garis kuat (v_1, v_4) dan titik v_2 insiden dengan satu garis kuat (v_2, v_3) **.** Dengan demikian, $C_4{}^{\omega}$ memiliki tepat dua titik akhir.

Proposisi 3.7 [4]

Setiap titik pada sikel dengan pelabelan *fuzzy* $C_n{}^{\omega}$ merupakan salah satu dari titik potong atau titik akhir.

Bukti

Misalkan terdapat sikel dengan pelabelan *fuzzy* $C_n{}^{\omega}$, dari Proposisi 3.6 diperoleh bahwa $C_n{}^{\omega}$ memiliki tepat dua titik akhir dan dari proposisi 3.5 diketahui $C_n{}^{\omega}$ memiliki $(n-2)$ titik potong, dengan demikian setiap titik pada $C_n{}^{\omega}$ merupakan salah satu dari titik potong atau titik akhir. ■

Contoh 3.7:

Diberikan graf sikel $C_4{}^{\omega} = (\sigma^{\omega}, \mu^{\omega})$, seperti Gambar 3.2. Dari Proposisi 3.6 diperoleh titik v_1 dan v_2 merupakan titik akhir *fuzzy*, dan dari Proposisi 3.5 diperoleh titik v_3 dan v_4 merupakan titik potong *fuzzy*. Sehingga, setiap titik pada $C_4{}^{\omega}$ merupakan salah satu dari titik potong atau titik akhir.

Proposisi 3.8 [4]

Jika $C_n{}^{\omega}$ adalah sikel dengan pelabelan *fuzzy* maka setiap jembatan adalah kuat atau sebaliknya.

Bukti

Diberikan graf sikel $C_n{}^{\omega}$, dari Proposisi 3.2 diketahui $C_n{}^{\omega}$ memiliki tepat satu garis lemah dan dari Proposisi 3.3 diketahui $C_n{}^{\omega}$ memiliki $(n-1)$ jembatan *fuzzy*, misalkan $(n-1)$ jembatan adalah kuat, maka terdapat garis (x_i, x_{i+1}) dari garis $(n-1)$. Karena $C_n{}^{\omega}$ sikel, maka akan terdapat dua path antara titik x_i dan x_{i+1}, path pertama $\mu(x_i, x_{i+1}) > 0$, dan path yang lainnya $\mu(x_i, x_{i+n}, \dots, x_{i+1}) > 0$. Sedemikian sehingga, jika $\mu^{\infty}(x_i, x_{i+1}) = \mu(x_i, x_{i+1})$, maka (x_i, x_{i+1}) adalah kuat. Dengan demikian didapatkan $(n-1)$ adalah garis kuat. ■

Contoh 3.8:

Diberikan graf sikel $C_4{}^{\omega} = (\sigma^{\omega}, \mu^{\omega})$, seperti Gambar 3.2. Dari Proposisi 3.2 diperoleh (v_1, v_2) merupakan garis lemah, dan dari Proposisi 3.3 diperoleh $C_4{}^{\omega}$ memiliki 3 jembatan yaitu garis $(v_2, v_3), (v_3, v_4)$ dan (v_4, v_1) yang juga merupakan garis kuat. Sehingga, setiap jembatan adalah kuat atau sebaliknya.

PELABELAN *FUZZY* DENGAN JEMBATAN DAN GARIS KUAT

Proposisi 4.1 [4]

Misalkan $C_n{}^{\omega}$ adalah graf sikel dengan pelabelan *fuzzy*, maka sifat-sifat berikut saling ekuivalen:

a) (u, v) adalah jembatan *fuzzy*

b) $\mu'^{\infty}(u, v) < \mu(u, v)$

c) (u, v) bukan merupakan garis lemah di $C_n{}^{\omega}$

Bukti

$b \Longrightarrow a$

Diketahui $\mu'^{\infty}(u, v) < \mu(u, v)$.

Akan ditunjukkan bahwa (u, v) adalah jembatan *fuzzy*.

Andaikan (u, v) bukan jembatan *fuzzy*, maka $\mu'^{\infty}(u, v) \geq \mu(u, v)$, kontradiksi dengan $\mu'^{\infty}(u, v) < \mu(u, v)$. Pengandaian salah, sehingga jika $\mu'^{\infty}(u, v) < \mu(u, v)$, maka (u, v) adalah jembatan *fuzzy*.

$a \Longrightarrow c$

Diketahui (u, v) adalah jembatan *fuzzy*.

Akan ditunjukkan bahwa (u, v) bukan garis lemah di ${C_n}^{\omega}$.

Andaikan (u, v) adalah garis lemah di ${C_n}^{\omega}$, jika dilakukan penghapusan terhadap garis (u, v) maka tidak akan mengurangi kekuatan keterhubungan di ${C_n}^{\omega}$, kontradiksi dengan jembatan *fuzzy*. Pengandaian salah, sehingga jika (u, v) adalah jembatan *fuzzy*, maka (u, v) bukan garis lemah di ${C_n}^{\omega}$.

$c \Longrightarrow b$

Diketahui (u, v) bukan merupakan garis lemah di ${C_n}^{\omega}$.

Akan ditunjukkan $\mu'^{\infty}(u, v) < \mu(u, v)$.

Andaikan $\mu'^{\infty}(u, v) \geq \mu(u, v)$.

Garis (u, v) kuat di ${C_n}^{\omega}$, jika $\mu'^{\infty}(u, v) < \mu(u, v)$. Misalkan $\mu'^{\infty}(u, v) < \mu(u, v)$ benar, maka $\mu'^{\infty}(u, v) \geq \mu(u, v)$ kontradiksi. Pengandaian salah, jika (u, v) bukan merupakan garis lemah, maka $\mu'^{\infty}(u, v) < \mu(u, v)$. ■

Proposisi 4.2 [4]

Graf dengan pelabelan *fuzzy* G^{ω} paling sedikit memiliki satu jembatan *fuzzy*.

Bukti

Diberikan G^{ω} adalah graf dengan pelabelan *fuzzy*, misalkan (x, y) dengan $\mu^{\infty}(x, y)$ adalah maksimum dari semua $\mu^{\infty}(x_i, y_i)$ untuk semua $x_i, y_i \in V$.

Sedemikian sehingga $\mu^{\infty}(x, y) > 0$, dan terdapat garis yang berbeda (u, v) dengan $\mu^{\infty}(u, v) < \mu^{\omega}(x, y)$. Sehingga $\mu^{\infty}(x, y)$ adalah jembatan *fuzzy*, jika garis (x, y) dihapus dari G^{ω}, didapatkan $\mu'^{\omega\infty}(u, v) < \mu^{\omega}(x, y)$, dari Proposisi 3.13 maka (x, y) adalah jembatan *fuzzy*. ■

Proposisi 4.3 [4]

Jika G^{ω} adalah graf terhubung dengan pelabelan *fuzzy*, akan terdapat path kuat diantara setiap pasang titik.

Bukti

Diberikan graf terhubung dengan pelabelan *fuzzy* G^{ω}, misalkan terdapat path (u, v) dengan $\mu^{\infty}(u, v) > 0$, misalkan dipilih garis (u, w) didalam path u ke v jika $\mu(u, w) = \mu^{\infty}(u, w)$ maka garis (u, w) adalah garis kuat, terdapat garis lainnya misalkan (u, x) dengan $\mu(u, x) = \mu^{\infty}(u, x)$, maka garis (u, x) adalah kuat, dengan mencari garis kuat yang lain akan didapatkan path dalam u ke v dimana semua garisnya kuat. ■

Proposisi 4.4 [4]

Setiap graf dengan pelabelan *fuzzy* paling sedikit memiliki satu garis lemah.

Bukti

Misalkan G^{ω} adalah graf dengan pelabelan *fuzzy* dan terdapat garis (u, v) sedemikian sehingga $\mu^{\omega}(u, v)$ adalah minimum diantara derajat keanggotaan garis yang lain. Jika garis $\mu^{\omega}(u, v)$ dihapus dari G^{ω}, tidak akan mengurangi kekuatan keterhubungan diantara path di G^{ω}, dan $\mu^{\omega}(u, v)$ bukan merupakan jembatan *fuzzy* sehingga (u, v) garis lemah. Dengan demikian akan terdapat paling sedikit satu garis lemah dalam graf dengan pelabelan *fuzzy*. ■

Proposisi 4.5 [4]

Setiap graf dengan pelabelan *fuzzy* G^{ω}, maka $\delta(G)^{\omega}$ adalah titik akhir *fuzzy* dari G^{ω} sehingga terdapat garis yang insiden dan memiliki sedikitnya dua $\delta(G)^{\omega}$.

Bukti

Misalkan G^{ω} graf dengan pelabelan *fuzzy* dan akan terdapat paling sedikit satu titik u dengan derajat $\delta(G)^{\omega}$, akan terdapat garis yang insiden dengan u yang nilai keanggotaanya kecil dan tidak mungkin semua garis yang insiden pada u merupakan garis lemah, sehingga akan terdapat garis kuat yang bertetangga.
Dengan demikian, $\delta(G)^{\omega}$ adalah titik akhir dari G^{ω}. ■

Proposisi 4.6 [4]

Setiap graf dengan pelabelan *fuzzy* memiliki sedikitnya satu titik potong.

Bukti

Misalkan graf dengan pelabelan *fuzzy* G^{ω}, diketahui setidaknya memiliki satu titik dengan derajat *maximum* $\Delta(G^{\omega})$, misalkan u adalah titik dengan derajat $\Delta(G^{\omega})$, maka kemungkinan akan terdapat garis yang insiden pada u dengan nilai keanggotaan yang lebih besar, sedemikian sehingga jika titik u dihapus akan mengurangi kekuatan keterhubungan, dengan demikian u merupakan titik potong *fuzzy*. ■

SIMPULAN

Berdasarkan pembahasan yang telah diuraikan dalam Tugas Akhir dengan judul "Sifat-sifat Graf Sikel dengan Pelabelan *Fuzzy*", diperoleh bahwa graf sikel dengan pelabelan *fuzzy* memiliki tepat satu garis lemah, $(n-1)$ jembatan *fuzzy*, $(n-2)$ titik potong *fuzzy*, dua titik akhir *fuzzy*. Sedangkan, pada graf sikel *fuzzy* memiliki paling sedikit satu garis lemah, paling sedikit satu jembatan *fuzzy*, paling sedikit dua titik akhir *fuzzy*, dan paling sedikit satu titik potong *fuzzy*.

DAFTAR PUSTAKA

[1] Bhutani, K. R., J. Moderson, and A. Rosenfeld. 2004, *On Degree of End Nodes and Cut Nodes in Fuzzy Graphs.* Iranian journal of *Fuzzy* Sistem, Vol 1, No 1, hal 53-60.

[2] Gani, A. Nagoor, 2008. *On Regular Fuzzy Graphs.* Journal of Physical Sciences, Vol. 12, 2008, 33-40.

[3] Gani, A. Nagoor, 2009. *Isomorphism Properties on Strong Fuzzy Graphs.* International Journal of Algorithms, Computing and Mathematics. Vol.2, No 1.

[4] Gani, A. Nagoor, 2012. *Properties of Fuzzy Labeling Graph.* Applied Mathematical Sciences. Vol:6, 3461-3466.

[5] Mordeson, John. N., and Premchand S. Nair. 2000. *Fuzzy Graphs and Fuzzy Hypergraphs*, Physica-Verlag, Heidelberg.

[6] Rosenfeld, Azriel. 1975. *Fuzzy* Graphs. In Zadeh. A. Lotfi dkk. *Fuzzy Set and Their Aplication to Cognitive and Decision Process*. The University of California. Academic Press, Inc. London.