

# PELABELAN *PRIME CORDIAL* PADA BEBERAPA GRAF YANG TERKAIT DENGAN GRAF SIKEL

Nindita Yuda Hapsari<sup>1</sup>, R.Heri Soelistyo U<sup>2</sup>, Luciana Ratnasari<sup>3</sup>  
<sup>1,2,3</sup>Program Studi Matematika FSM Universitas Diponegoro  
Jl. Prof. H. Soedarto, S.H. Tembalang Semarang

*ninditayuda@gmail.com*

**ABSTRACT.** Prime cordial labeling of a graph  $G = (V, E)$  is a bijective mapping of the set vertex  $V(G)$  to the set  $\{1, 2, 3, \dots, p\}$ , and  $p$  is the number of vertex. While the edge labeling induced the vertex labeling, which is obtained by finding the great common divisor (gcd) of the label of vertex which it's adjacent. If gcd of the adjacent vertex label is 1 then the label of edge is 1, while if gcd of the adjacent vertex label value other than 1 then the label of edge is 0, and the absolute value of the difference between the number of edges labeled 0 and the number of edges labeled 1 is less than same 1. A graph admits prime cordial labeling is called prime cordial graph. This paper, we study about for edge duplication cycle graph  $C_n$  (except for  $n = 4$ ), vertex duplication cycle graph  $C_n$ , path union union of cycle the graph  $C_n$  and friendship graph that one point union of  $n$  copies of cycle  $C_3$ .

Keywords: Prime Cordial Labeling, cycle graph, path union, friendship graph

## I. PENDAHULUAN

Ada banyak jenis pelabelan yang telah dikembangkan, salah satunya adalah pelabelan *prime*. Pelabelan *prime* sebelumnya telah dibahas oleh Erisia Ratna Yuanti [ 3 ] untuk beberapa graf hasil operasi dari graf sikel  $C_n$  yaitu pemadatan (fusion), duplikat (*duplication*), pertukaran titik (*vertex switching*), gabungan path (*path union*), dan penggabungan dua salinan (*path joining two copies*) dari graf sikel. Pada pelabelan *prime* terdapat hubungan pada syarat pelabelan *prime cordial*. Pelabelan *Prime Cordial* merupakan suatu bentuk pelabelan pada titik yang label sisinya mengikuti (*induced*) label titiknya, yang definisinya adalah  $f: V(G) \rightarrow \{1, 2, 3, \dots, p\}$  dan definisi label sisinya adalah  $f(e = uv) = 1$ ; jika  $\gcd(f(u), f(v)) = 1$ ,  $f(e = uv) = 0$ ; jika lainnya, sedemikian sehingga fungsi  $f$  disebut pelabelan *Prime Cordial* dari  $G$  jika  $|e_f(0) - e_f(1)| \leq 1$ . Graf yang memenuhi pelabelan *prime cordial* disebut graf *prime cordial*.

## II. HASIL DAN PEMBAHASAN

### Teorema 2.1

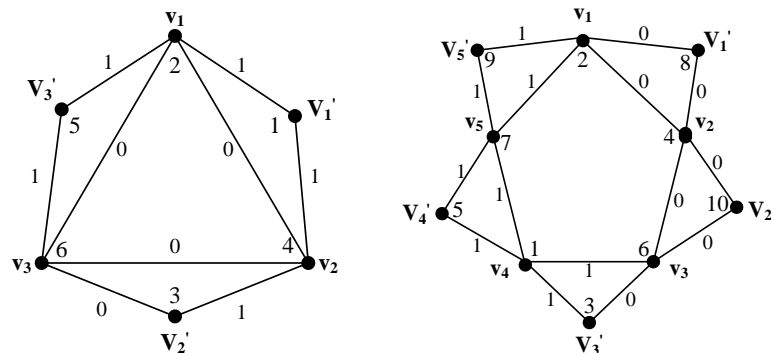
Sebuah graf yang diperoleh dengan menduplikasi sisi oleh sebuah titik pada sikel  $C_n$  merupakan pelabelan *prime cordial*, kecuali untuk  $n = 4$ .

### Bukti :

Misalkan  $C'_n$  adalah graf yang diperoleh dari graf  $C_n$  dengan menduplikasi setiap sisinya, himpunan titik – titik graf  $C_n$  adalah  $\{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ , sedangkan himpunan titik – titik untuk mendapatkan graf  $C'_n$  adalah  $\{v'_1, v'_2, \dots, v'_n\}$ . Didefinisikan pelabelan titik  $f : V(C'_n) \rightarrow \{1, 2, 3, \dots, 2p\}$ , dalam dua kasus sebagai berikut.

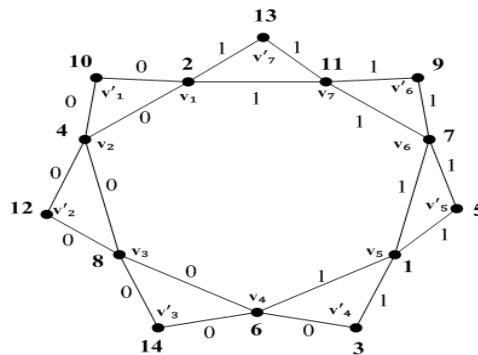
### Kasus $n$ ganjil

#### Subkasus 1: $n = 3, 5$



Gambar 2.1 Graf *Prime Cordial*  $C'_3$  dan  $C'_5$

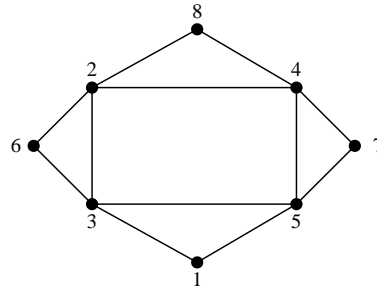
#### Subkasus 2: $n \geq 7$



Gambar 2.2 Graf *Prime Cordial*  $C'_7$

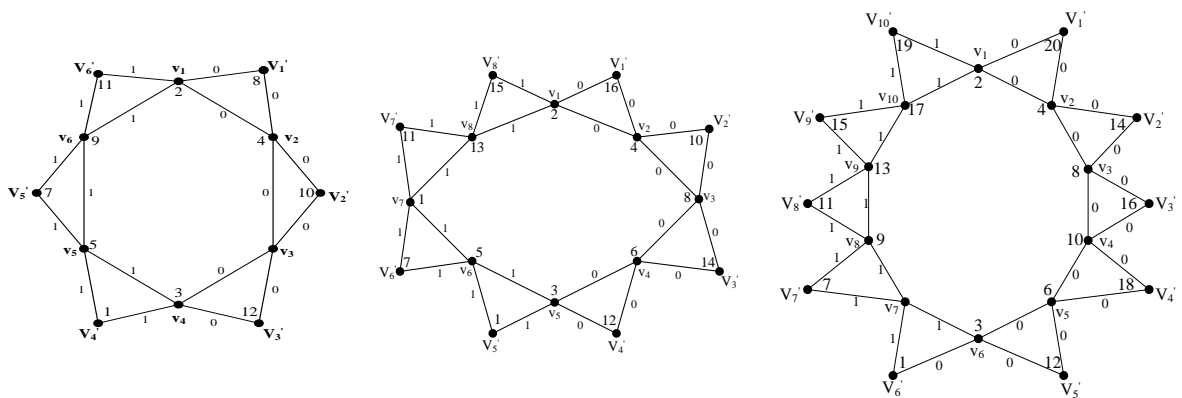
**Kasus  $n$  genap**

**Subkasus 1:  $n = 4$**



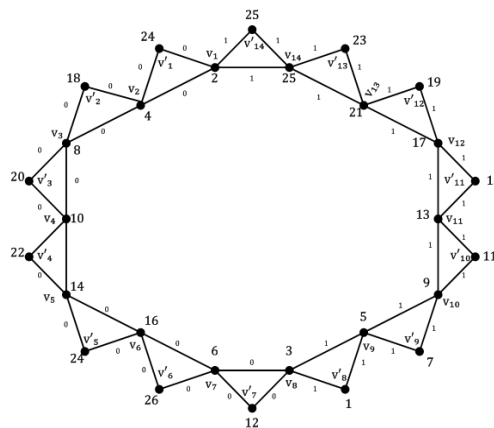
**Gambar 2.3 Graf  $C'_4$  bukan graf *prime cordial***

**Subkasus 2:  $n = 6, 8, 10$**



**Gambar 2.4 Graf *Prime Cordial*  $C'_6$ ,  $C'_8$  dan  $C'_{10}$**

**Subkasus 3:  $n \geq 12$**



**Gambar 2.5 Graf *Prime Cordial*  $C'_{14}$**

**Teorema 2.2**

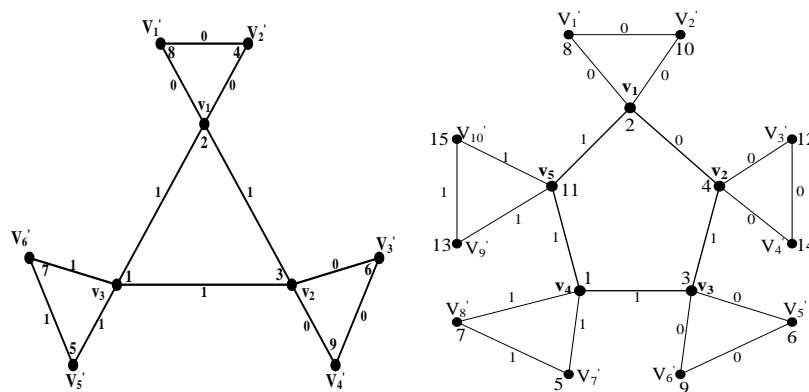
Sebuah graf yang diperoleh dengan menduplikasi sebuah titik oleh sebuah sisi pada sikel  $C_n$  merupakan pelabelan *prime cordial*.

**Bukti :**

Misalkan graf  $C'_n$  adalah graf yang diperoleh dari graf  $C_n$  dengan menduplikasi setiap titiknya, himpunan titik – titik graf  $C_n$  adalah  $\{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ , sedangkan himpunan untuk mendapatkan graf  $C'_n$  adalah  $\{v'_1, v'_2, \dots, v'_n\}$ . Didefinisikan untuk  $f : V(C'_n) \rightarrow \{1, 2, 3, \dots, 3p\}$  dalam dua kasus sebagai berikut.

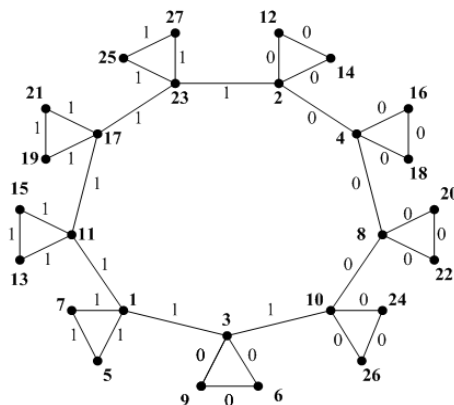
**Kasus 1 :  $n$  Ganjil**

**Subkasus 1:  $n = 3, 5$**



**Gambar 2.6 Graf Prime Cordial  $C'_3$  dan  $C'_5$**

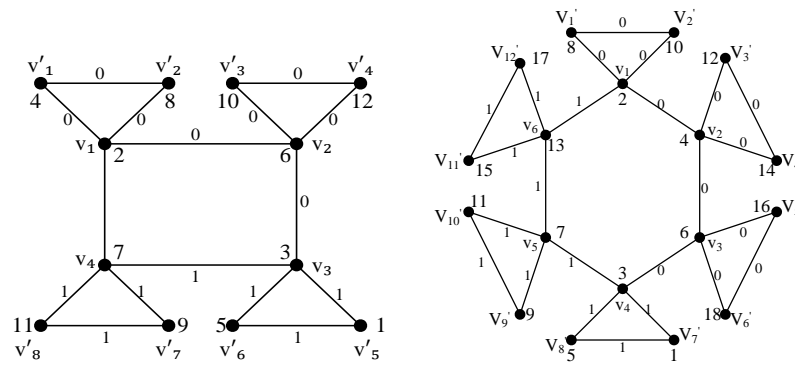
**Subkasus 2:  $n \geq 7$**



**Gambar 2.7 Graf Prime Cordial  $C'_9$**

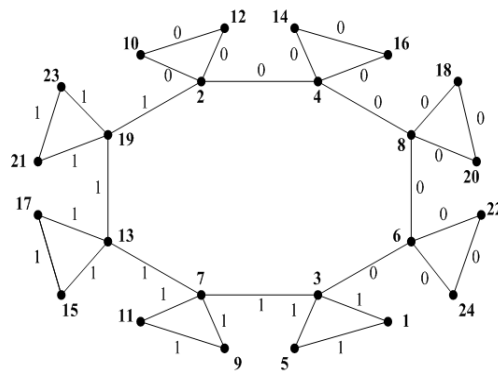
**Kasus 2 :  $n$  Genap**

**Subkasus 1 :  $n = 4, 6$**



**Gambar 2.8 Graf Prime Cordial  $C'_4$  dan  $C'_6$**

**Subkasus 2 :  $n \geq 8$**



**Gambar 2.8 Graf Prime Cordial  $C'_8$**

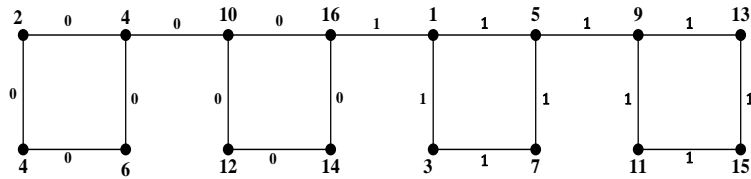
**Teorema 3.9 [ 10 ]**

*Path union* dari  $m$  salinan siklus  $C_n$  adalah graf *prime cordial*.

**Bukti :**

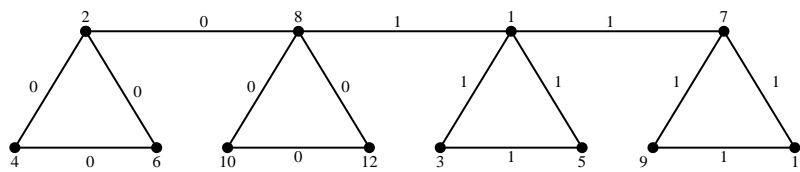
Misalkan graf  $G'$  adalah *path union* dari  $m$  salinan siklus  $C_n$  dengan himpunan titiknya adalah  $\{v_1, v_2, v_3, \dots, v_{mn}\}$ . Didefinisikan pelabelan titik untuk  $G'$  adalah  $f : V(G') \rightarrow \{1, 2, 3, \dots, mn\}$ .

**Kasus 1 :  $n$  genap,  $m$  genap**



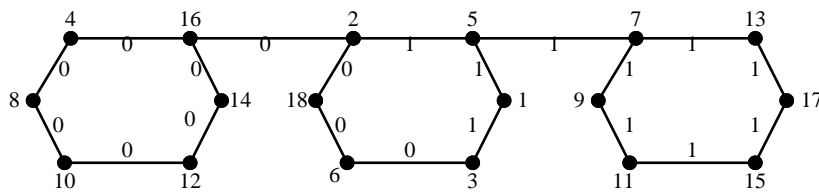
**Gambar 2.9 Graf Prime Cordial Path Union  $C'_4$**

**Kasus 2 :  $n$  ganjil,  $m$  genap**



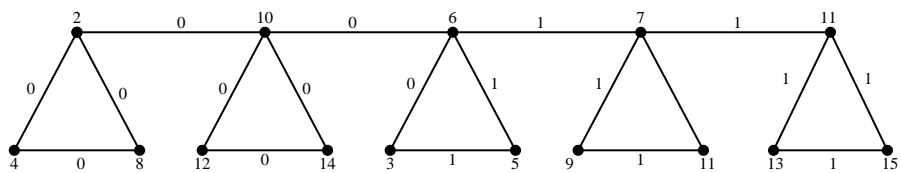
**Gambar 2.10 Graf Prime Cordial Path Union  $C'_3$**

**Kasus 3 :  $n$  genap,  $m$  ganjil**

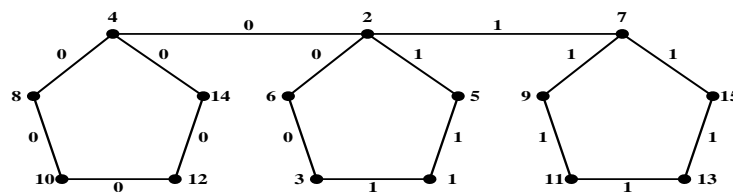


**Gambar 2.11 Graf Prime Cordial Path Union  $C'_6$**

**Kasus 4 :  $n$  ganjil,  $m$  ganjil**



**Gambar 2.12 Graf Prime cordial Path Union  $C'_3$**



**Gambar 2.13 Graf Prime cordial Path Union  $C'_5$**

#### **Teorema 2.4**

Graf *Friendship*  $F_n$  adalah graf *prime cordial* untuk  $n \geq 3$ .

#### **Bukti :**

Diberikan  $v_1$  sebagai titik bersama untuk semua sikel. Tanpa menghilangkan sifat asliya, dimulai untuk penetapan label titik dari  $v_1$ .

Didefinisikan pelabelan titik untuk  $F_n$  adalah  $f: V(F_n) \rightarrow \{1, 2, 3, \dots, 2n + 1\}$ , yang dibagi dalam dua kasus sebagai berikut

#### **Kasus 1 : $n$ Genap**

Diberikan  $p$  adalah bilangan prima terbesar sehingga  $3p \leq 2n + 1$  dan pelabelan titiknya didefinisikan sebagai berikut.

$$f(v_1) = 2p,$$

$$f(v_{1+i}) = 2i; \quad 1 \leq i \leq \frac{n}{2}$$

$$f\left(v_{\frac{n}{2}+1+i}\right) = 2\left(\frac{n}{2} + 1 + i\right); \quad 1 \leq i \leq \frac{n}{2} - 1$$

$$f(v_{n+1}) = 1,$$

$$f(v_{n+1+i}) = 2i + 1; \quad 1 \leq i \leq n$$

Selanjutnya untuk titik yang menghasilkan label  $2p$ , maka titik tersebut tidak dilabelkan terlebih dahulu dan dilanjutkan dengan pelabelan selanjutnya. Setelah semua titik dilabelkan kecuali titik yang menghasilkan label  $2p$ , maka titik yang belum dilabelkan tersebut dilabelkan dengan nilai sisa yang belum dilabelkan pada titik–titik dari graf tersebut.

#### **Kasus 2 : $n$ Ganjil**

Diberikan  $p$  adalah bilangan prima terbesar sehingga  $2p \leq 2n + 1$  dan pelabelan titiknya didefinisikan sebagai berikut.

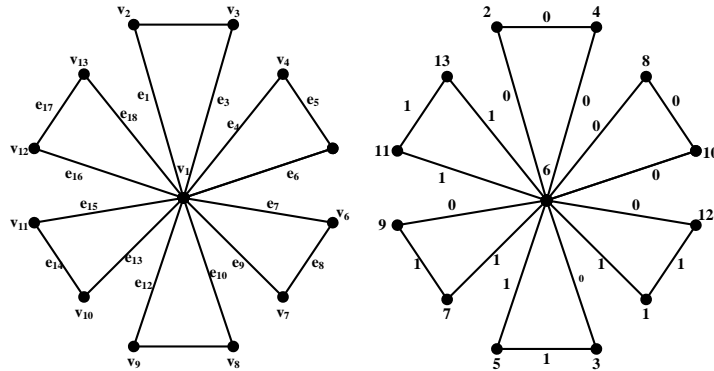
$$f(v_1) = 2p,$$

$$f(v_{1+i}) = 2i + 1; \quad 1 \leq i \leq n$$

$$f(v_{n+2}) = 1,$$

$$f(v_{n+2+i}) = 2i; \quad 1 \leq i \leq n - 1$$

Contoh :



Gambar 2.14 Graf  $F_6$  dan Graf *Prime Cordial*  $F_6$

### III. KESIMPULAN

Dari pembahasan tentang Pelabelan *Prime Cordial* pada beberapa graf yang terkait dengan graf siklus diperoleh bahwa:

1. Graf baru  $C'_n$  yang merupakan hasil duplikasi sisi oleh sebuah titik pada graf  $C_n$  adalah graf *prime cordial* (Kecuali  $n = 4$ ).
2. Graf baru  $C'_n$  yang merupakan hasil duplikasi titik oleh sebuah sisi pada graf  $C_n$  adalah graf *prime cordial*.
3. Graf baru  $G'$  yang merupakan hasil *Path Union* dari  $m$  salinan siklus  $C_n$  adalah graf *prime cordial* pada *path union*  $C_n$ .
4. Graf *friendship*  $F_n$  adalah graf *prime cordial*.

### IV. UCAPAN TERIMA KASIH

Banyak pihak yang telah membantu dalam penyelesaian Tugas Akhir ini. Oleh karena itu, rasa hormat dan terima kasih penulis ingin sampaikan kepada :



1. Bapak Robertus Heri S U, S.Si, M.Si selaku dosen pembimbing I yang dengan sabar membimbing dan mengarahkan penulis hingga selesainya penyusunan Tugas Akhir ini.
2. Ibu Lucia Ratnasari, S.Si, M.Si selaku dosen pembimbing II yang dengan sabar membimbing dan mengarahkan penulis hingga selesainya penyusunan Tugas Akhir ini.
3. Semua pihak yang telah membantu hingga selesainya tugas akhir ini, yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu. Semoga Allah SWT membalas segala kebaikan yang telah Anda berikan

## V. DAFTAR PUSTAKA

- [1] Bartle, Robert G. And Donald R. Sherbert. 2000. *“Introduction to Real Analysis Third Edition”*. John Wiley and Sons: New York .
- [2] Baskar Babujee and L.Shobana, Prime and Prime Cordial Labeling For Some Special graph. *Int. j. Contemp. Sciences*, Vol. 5, 2010, no. 47, 2347-2356
- [3] Erisia Yuanti Ratnasari. 2011. *“Pelabelan Prim Untuk Beberapa Graf Hasil Operasi Dari Graf Sikel”*. Semarang : Universitas Diponegoro, Skripsi.
- [4] Ghodasara, Gaurang V., 2008, *“Some Investigations in the Theory of Graphs”*, thesis PhD, Saurashtra University
- [5] [http://id.wikipedia.org/wiki/Faktor\\_persekutuan\\_terbesar](http://id.wikipedia.org/wiki/Faktor_persekutuan_terbesar)
- [6] <http://parjono.files.wordpress.com/.../rumus-matematika-barisan-deret.doc>
- [7] Lipschutz, Seymour. 1964. *“Set Theory and Related Topics”*. McGRAW-HILL BOOK COMPANY : New York.
- [8] Munir, Rinaldi. 2007. *“Matematika Diskrit”*. Bandung: Informatika Bandung.
- [9] Rosen, Kenneth H. 2007. *“Discrete Mathematics and Its Applications Sixth Edition”*. McGRAW-HILL BOOK COMPANY : New York.

- [10] Vaidya, S.K and P.L Vihol. Prime Cordial Labeling For Some Cycle Related Graphs. *Int. J. open Problems Comp. Math., Vol.3 No., 2010.* ISSN 1998-6262
- [11] Wilson, J. Robin and John J. Watkins. 1990. "*Graphs An Introductory Approach*". John Willey & Sons : Canada.