

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Aljabar merupakan salah satu cabang dari ilmu matematika. Sedangkan cabang dari ilmu aljabar itu sendiri antara lain aljabar abstrak dan aljabar linier. Aljabar abstrak memiliki banyak materi yang dapat dibahas dan dikembangkan. Selain pemetaan, materi yang dibahas pada struktur aljabar pada dasarnya tentang himpunan dan operasinya.

Struktur aljabar adalah himpunan tak kosong yang dilengkapi dengan satu atau lebih operasi biner yang memenuhi aksioma-aksioma tertentu. Struktur aljabar yang akan dibahas pada tugas akhir ini adalah monoid, semiring dan semimodul. Monoid merupakan struktur aljabar yang sederhana yaitu himpunan tak kosong dengan satu operasi biner yang memenuhi sifat asosiatif dan mempunyai elemen identitas. Sedangkan semiring merupakan struktur aljabar yang lebih kompleks dari monoid sebab semiring merupakan himpunan tak kosong yang dilengkapi dua operasi biner yang memenuhi aksioma-aksioma tertentu.

Selanjutnya misalkan S adalah suatu semiring dan M adalah suatu monoid komutatif terhadap operasi penjumlahan, maka M disebut semimodul kiri atas semiring S jika terdapat pemetaan dari $S \times M \rightarrow M$ dinotasikan dengan $\cdot : (s, m) \rightarrow sm$ di mana $sm \in M$ untuk setiap $s \in S$ dan $m \in M$ dan memenuhi :

- a. Untuk setiap $r, s \in S, m \in M$, berlaku $(r + s)m = rm + sm$.
- b. Untuk setiap $r, s \in S, m \in M$, berlaku $(rs)m = r(sm)$.
- c. Untuk setiap $r \in S, m, n \in M$, berlaku $r(m + n) = rm + rn$.
- d. Untuk setiap $m \in M, a \in S$ berlaku $0_S m = 0_M = a 0_M$ di mana 0_S dan 0_M

berturut – turut menyatakan elemen identitas penjumlahan (+) pada S dan pada M .

Sedangkan semimodul kanan analog dengan semimodul kiri.

Dari tiga atau lebih semimodul, dapat dibentuk suatu barisan dengan pemetaan yang homomorfisma, kemudian barisan tersebut dikatakan barisan eksak jika memenuhi syarat barisan eksak dan disebut barisan proper eksak jika memenuhi syarat barisan proper eksak. Bagaimana sifat-sifat yang berlaku pada barisan eksak dan barisan proper eksak tersebut? Untuk itu dalam skripsi ini, penulis akan membahas mengenai barisan eksak dan barisan proper eksak dari semimodul.

1.2 Perumusan Masalah

Berdasarkan uraian di atas, permasalahan yang akan dibahas dalam tugas akhir ini adalah konsep dari barisan eksak dan barisan proper eksak dari Semimodul, serta beberapa sifat yang terkait di dalamnya.

1.3 Pembatasan Masalah

Dalam pembahasan tugas akhir ini hanya akan dibahas mengenai barisan eksak dan barisan proper eksak dari semimodul. Tinjauan yang akan digunakan adalah sebarang himpunan tak kosong yang dilengkapi dengan sebuah operasi biner untuk monoid dan dua buah operasi biner untuk semiring dan mempunyai sebuah elemen khusus.

1.4 Tujuan Penulisan

Tujuan penulisan tugas akhir ini adalah mempelajari dan mengenalkan konsep barisan eksak dan barisan proper eksak dari semimodul beserta sifat-sifat yang berlaku di dalamnya.

1.5 Sistematika Penulisan

Tugas akhir ini terdiri dari 4 bab dan beberapa subbab. Bab I Pendahuluan yang berisi latar belakang, perumusan masalah, pembatasan masalah, tujuan penulisan, dan sistematika penulisan. Bab II Teori Penunjang yang memuat materi penunjang untuk pembahasan selanjutnya. Dalam bab ini berisi materi relasi, monoid, semiring, semimodul dan homomorfisma dalam semimodul. Bab III merupakan pembahasan mengenai teorema dan definisi dari barisan eksak dan barisan proper eksak dari semimodul. Bab IV Penutup yang berisi tentang hasil dari yang diperoleh dari pembahasan.