PROSIDING SEMINAR NASIONAL STATISTIKA
UNIVERSITAS DIPONEGORO 2011
ISBN: 978-979-097-142-4

MODEL REGRESI DATA TAHAN HIDUP TERSENSOR TIPE III BERDISTRIBUSI EKSPONENSIAL

Winda Faati Kartika[1], Triastuti Wuryandari[2]

[1, 2)]Program Studi Statistika Jurusan Matematika FMIPA Universitas Diponegoro

Jln. Prof. H. Soedarto, S.H., Tembalang, Semarang

Abstrak

Pada bidang medis data tahan hidup digunakan untuk menganalisis waktu ketahanan hidup pasien terhadap suatu penyakit. Data tentang lamanya waktu dari awal hingga akhir pengamatan disebut dengan data tahan hidup. Penyensoran merupakan metode untuk mempersingkat pengamatan waktu tahan hidup. Pengaruh faktor lain terhadap variabel respon yang berupa waktu tahan hidup patut dipertimbangkan hubungannya. Salah satu cara untuk mengetahui hubungannya adalah melalui model regresi. Data tersensor tipe III merupakan data waktu kematian atau kegagalan yang diperoleh karena individu masuk ke dalam percobaan pada waktu yang berlainan selama periode tertentu. Model regresi data tahan hidup tersensor tipe III berdistribusi eksponensial dibuat mengikuti bentuk distribusi variabel responnya. Estimasi parameter yang digunakan adalah metode maksimum likelihood.

Kata Kunci: Regresi, Data tahan hidup, Maksimum Likelihood, Tersensor Tipe III.

1. Pendahuluan

Analisis data tahan hidup pada bidang medis dapat diterapkan untuk menganalisis waktu tahan hidup pasien terhadap suatu penyakit. Pengaruh faktor lain terhadap variabel respon yang berupa waktu tahan hidup patut dipertimbangkan hubungannya. Salah satu cara untuk mengetahui hubungannya adalah melalui model regresi (Lawless, 1982).

Menurut Lee, E.T (2003), terdapat dua cara yang dapat dilakukan dalam pengambilan sampel pada analisis data tahan hidup yaitu pengamatan tersensor dan pengamatan tidak tersensor (pengamatan lengkap). Pengamatan tersensor dilakukan jika waktu tahan hidup dari individu yang diamati tidak diketahui secara pasti. Pengamatan tersensor diindikasi adanya individu yang tetap hidup sampai jangka waktu yang ditentukan. Pengamatan tidak tersensor merupakan pengamatan yang diambil jika semua individu atau unit data yang diteliti mati atau gagal.

Penyensoran tipe III merupakan pengamatan yang dilakukan jika individu diamati pada waktu yang berlainan, hal itu dikarenakan pasien mulai terdeteksi menderita suatu penyakit pada waktu yang berbeda dan pengamatan diakhiri pada waktu tertentu. Data tahan hidup dihitung dari awal pengamatan hingga individu tersebut dinyatakan gagal atau tetap hidup (Lawless, 1982).

ISBN: 978-979-097-142-4

Menurut Kalbfleisch (1980), pada data tahan hidup (*lifetime*) muncul beberapa pembahasan mengenai konsep dasar seperti fungsi tahan hidup, fungsi padat peluang dan fungsi kegagalan. Data tahan hidup dari suatu individu atau suatu unit yang teramati dapat dikembangkan dengan menganalisis faktor– faktor yang dapat mempengaruhi data tahan hidupnya. Contohnya adalah pengamatan yang dilakukan pada penderita HIV positif yang ingin diketahui pengaruh usia dan riwayat penggunaan narkoba terhadap ketahanan hidupnya.

Untuk memprediksi dan memperkecil terjadinya suatu kegagalan maka harus diketahui faktor-faktor yang mempengaruhi waktu tahan hidup. Oleh karena itu, peran analisis regresi diperlukan untuk memprediksi waktu tahan hidup. Salah satu model regresi parametrik yang akan digunakan dalam penyusunan skripsi ini adalah model regresi dengan menggunakan data tahan hidup tersensor tipe III yang berdistribusi eksponensial.

2. Metode Maksimum Likelihood

Metode untuk mengestimasi harga parameter distribusi dari data dalam fungsi tahan hidup (*Survival*) adalah metode maksimum likelihood. Misalkan $X_1, X_2, \dots X_n$ adalah sampel random dari populasi dengan fungsi padat peluang $f(x|\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k)$, fungsi likelihood didefinisikan dengan

$$L\left(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k / \underset{\sim}{X}\right) = \prod_{i=1}^{n} f\left(x_i / \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k\right)$$

Bila fungsi likelihood terdeferensialkan dalam $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k$, maka calon estimator maksimum likelihood yang mungkin adalah harga-harga $\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2, \dots, \hat{\theta}_k$ sedemikian sehingga

$$\frac{\partial}{\partial \theta_i} L(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k |X) = 0 \text{ }, i = 1,2, . . , k$$

Untuk membuktikan bahwa $\hat{\theta}_i$ benar – benar memaksimumkan fungsi likelihood. Dalam banyak kasus dimana diferensi digunakan pada logaritma dari $L(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k|X)$, yaitu

$$l = \log L(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k|X).$$

ISBN: 978-979-097-142-4

Untuk lebih jelasnya, menentukan estimator maksimum likelihood dari θ dengan langkah :

a. Tentukan fungsi likelihood $L(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k|X) = \prod_{i=1}^{n} f(x_i|\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k)$

b. Bentuk log likelihood
   $l = \log L\,(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k|X)$

c. Tentukan turunan dari l terhadap $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k$, $\frac{\partial}{\partial \theta_i} L(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k|X)$

d. Bentuk persamaan likelihood dan selesaikan $\frac{\partial}{\partial \theta_i} L(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k|X) = 0$

(Widiharih dan Suparti , 2003).

3. Distribusi Eksponensial

Distribusi eksponensial merupakan bentuk khusus dari distribusi weibull dan distribusi gamma yang digunakan untuk objek dengan tingkat kegagalan yang konstan.

Definisi (Lawless,1982:14)

T adalah variabel random kontinu berdistribusi eksponensial. fungsi padat peluangnya adalah

$$f(t) = \frac{1}{\theta} e^{-t/\theta} \quad , t \geq 0 \text{ dan } \theta > 0$$

dengan θ adalah rata – rata waktu kegagalan dan t adalah waktu percobaan. Fungsi distribusi kumulatif dari distribusi eksponensial adalah

$$F(t) = 1 - e^{-\frac{t}{\theta}}$$

fungsi tahan hidup adalah

$$S(t) = e^{-\frac{t}{\theta}}$$

fungsi kegagalan sebagai berikut

ISBN: 978-979-097-142-4

$$h(t) = \frac{1}{\theta}$$

Rata- rata waktu kegagalan (MTTF distribusi eksponensial (t ,θ) adalah θ .

$$MTTF = \int_0^\infty tf(t)dt$$
$$MTTF = \int_0^\infty t\frac{1}{\theta}e^{-t/\theta}dt$$
$$MTTF = \theta$$

Untuk varian distribusi eksponensial (t, θ) dapat diperoleh melalui

$$Var(t) = E(t^2) - (E(t))^2$$

dengan

$$E(t^2) = \int_0^\infty t^2 f(t)dt$$
$$E(t^2) = 2\theta^2$$

Maka

$$Var(t) = 2\theta^2 - (\theta)^2 = \theta^2$$

4. Model Regresi Data Tahan Hidup

Pembentukan model regresi waktu tahan hidup adalah penentuan suatu model untuk distribusi T diberikan oleh **x** tertentu, dengan T menyatakan waktu tahan hidup dan **x** sebagai variabel bebas. Model regresi waktu tahan hidup dapat dibentuk dalam model skala. Dalam model ini, waktu tahan hidup T ditransformasikan logaritma sehingga menjadi Y=log T dan diperoleh persamaan regresi $Y = \mu(\boldsymbol{x}) + \sigma\varepsilon$, untuk $\sigma > 0$ dan ε memiliki distribusi yang independen terhadap **x** . (Lawless , 1982)

Dengan :

Y = transformasi logaritma tahan hidup T

$\mu(\boldsymbol{x})$ = parameter lokasi

σ = parameter skala berurutan

ε = error berdistribus standar nilai ekstrim

5. Model Regresi Data Tahan Hidup Tersensor Tipe III Berdistribusi Eksponensial

Distribusi Eksponensial dapat dipandang sebagai bentuk khusus dari distribusi weibull dengan $\beta = 1$ sehingga model ini pada dasarnya mirip dengan model weibull. Menurut Lawless, 1982, jika T variabel random dari waktu tahan hidup berdistribusi eksponensial. Fungsi padat peluang dari T yang diberikan oleh **x** tertentu maka didefinisikan sebagai

$$f(t|\boldsymbol{x}) = \frac{1}{\theta_x}\exp(-\frac{t}{\theta_x}) \qquad ,t > 0$$

dengan **x** adalah vektor variabel regresi dan $\theta_{\boldsymbol{x}} = E(T|\boldsymbol{x})$. Fungsi distribusi kumulatif peluang dari T yang diberikan oleh **x** tertentu dinyatakan dalam bentuk

$$F(t|\boldsymbol{x}) = 1 - \exp\left(\frac{-t}{\theta_x}\right)$$

Sementara itu fungsi tahan hidup dari T yang diberikan oleh **x** adalah

$$S(t|\boldsymbol{x}) = 1 - F(t|\boldsymbol{x})$$

$$S(t|\boldsymbol{x}) = 1 - \left(1 - \exp\left(\frac{-t}{\theta_{\boldsymbol{x}}}\right)\right)$$

$$S(t|\boldsymbol{x}) = exp\left(\frac{-t}{\theta_x}\right)$$

Sedangkan fungsi kegagalan untuk T yang diberikan oleh **x**, yaitu

ISBN: 978-979-097-142-4

$$h(t|\boldsymbol{x}) = \frac{f(t|\boldsymbol{x})}{S(t|\boldsymbol{x})}$$

$$h(t|\boldsymbol{x}) = \frac{1}{\theta_{\boldsymbol{x}}}$$

Bentuk fungsional untuk $\theta_{\boldsymbol{x}}$ yang sering digunakan adalah $\theta_{\boldsymbol{x}} = \exp(\boldsymbol{x\beta})$ dengan $\boldsymbol{x} = (x_1, x_2, \dots, x_p)$ suatu vektor variabel prediktor dan $\boldsymbol{\beta} = (\beta_1, \dots, \beta_p)'$ suatu vektor koefisien regresi. Keuntungan dari bentuk ini adalah bahwa syarat $\theta_{\boldsymbol{x}} > 0$ secara otomatis terpenuhi untuk semua **x**. Model regresi data tahan hidup tersensor tipe III berdistribusi eksponensial ditunjukkan dalam bentuk

$$\mathrm{t_i} = \exp(\beta_0 + \beta_1 x_{i1} + .. + \beta_p x_{ip} + \varepsilon_i)$$

atau dapat ditulis

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + .. + \beta_p x_{ip} + \varepsilon_i$$

dengan $\mathrm{t_i} = \exp(\mathrm{y_i})$

6. Model Skala Lokasi Untuk Log T

Model skala – lokasi diperoleh dengan mentransformasikan waktu tahan hidup T dengan transformasi logaritma $Y = \log T$ dan fungsi tahan hidup Y yang diberikan oleh **x** tertentu sesuai dengan teorema berikut . Fungsi padat peluang Y yang diberikan oleh **x** tertentu adalah

$$f(y|\boldsymbol{x}) = \exp\left[(y - \boldsymbol{x\beta}) - \exp(y - \boldsymbol{x\beta})\right],$$

$$\infty < y < \infty$$

dengan $\theta_{\boldsymbol{x}} = \exp(\boldsymbol{x\beta})$

Bukti :

ISBN: 978-979-097-142-4

Dengan transformasi logaritma $Y = \log T$ atau $T = \exp Y$ maka diperoleh $|j| = \frac{dt}{dy} = \exp y$ dengan $\theta_{\boldsymbol{x}} = \exp(\boldsymbol{x\beta})$ maka fungsi padat peluang Y yang diberikan oleh X tertentu adalah

$$f(y|\boldsymbol{x}) = f(e^y|\boldsymbol{x})|j|$$

$$f(y|\boldsymbol{x}) = \frac{1}{\theta_{\boldsymbol{x}}}\exp\left(\frac{-e^y}{\theta_{\boldsymbol{x}}}\right)\exp y$$

$$f(y|\boldsymbol{x}) = \exp(-\boldsymbol{x\beta})\exp(-\exp(y-\boldsymbol{x\beta}))\exp y$$

$$f(y|\boldsymbol{x}) = \exp((y-\boldsymbol{x\beta}) - \exp(y-\boldsymbol{x\beta}))$$

Fungsi distribusi kumulatif peluang dari Y yang diberikan oleh **x** tertentu dinyatakan

$$F(y|\boldsymbol{x}) = \int_{-\infty}^{y} f(u|\boldsymbol{x})$$

$$= \int_{-\infty}^{y} \exp[(u-\boldsymbol{x\beta}) - \exp(u-\boldsymbol{x\beta})]du$$

Misalkan diambil subtitusi $= \exp(u-\boldsymbol{x\beta})$, $ds = \exp(u-\boldsymbol{x\beta})$du, untuk batas bawah integralnya berubah menjadi $\exp(a-\boldsymbol{x\beta})$ dan batas atasnya menjadi $\exp(y-\boldsymbol{x\beta})$, sehingga persamaanya menjadi

$$F(y|\boldsymbol{x}) = \lim_{a\to-\infty}\int_{\exp(a-x\beta)}^{\exp(y-x\beta)} S.\exp(-s)\frac{ds}{\exp(u-\boldsymbol{x\beta})}$$

$$F(y|\boldsymbol{x}) = \lim_{a\to-\infty}\int_{\exp(a-x\beta)}^{\exp(y-x\beta)} S.\exp(-s)\frac{ds}{s}$$

$$F(y|\boldsymbol{x}) = 1 - \exp(-\exp(y-\boldsymbol{x\beta}))$$

ISBN: 978-979-097-142-4

fungsi tahan hidup Y yang diberikan oleh **x** tertentu adalah

$$S(y|\boldsymbol{x}) = 1 - F(y|\boldsymbol{x})$$

$S(y|\boldsymbol{x}) = \exp\,(-\exp(y - \boldsymbol{x\beta}))$ dan fungsi kegagalan Y yang diberikan oleh **x** yaitu

$$h(y|\boldsymbol{x}) = \frac{f(y|\boldsymbol{x})}{S(y|\boldsymbol{x})}$$

$$h(y|\boldsymbol{x}) = \exp\,(y - \boldsymbol{x\beta})$$

7. Estimasi Parameter

7.1. Estimasi untuk $\boldsymbol{\theta}$

Selanjutnya akan dilakukan estimasi parameter dengan metode Maksimum Likelihood. Data yang digunakan adalah data tersensor tipe III . Pada penyensoran tipe III, waktu tahan hidup independen dan berdistribusi eksponensial. Fungsi likelihoodnya adalah

$$L(\theta|T) = \prod_{i=1}^{n} f(t_i)^{\delta_i} S(t_i)^{1-\delta_i}$$

$$L(\theta|T) = \prod_{i=1}^{n} \left(\left(\frac{1}{\theta} e^{-\frac{t_i}{\theta}}\right)^{\delta_i} \left(e^{-\frac{t_i}{\theta}}\right)^{(1-\delta_i)}\right)$$

$$L(\theta|T) = \frac{1}{\theta^r} \exp(-\frac{1}{\theta}\sum_{i=1}^{n} t_i)$$

Log Likelihood

$$l = logL(\theta|T) = \log\left(\frac{1}{\theta^r} exp(-\frac{1}{\theta}\textstyle\sum_{i=1}^{n} t_i)\right)$$

$$l = -r \log\theta + -\frac{1}{\theta}\sum_{i=1}^{n} t_i)$$

Turunan pertama log likelihood adalah

$$\frac{dlog\, l}{d\theta} = \frac{-r}{\theta} + (\frac{1}{\theta^2}\sum_{i=1}^{n} t_i)$$

Dengan $r = \sum \delta_i$ merupakan banyaknya observasi tersensor , dengan catatan

$$T = \sum_{i=1}^{n} t_i = \sum_{i=1}^{r} t_i + \sum_{i=1}^{n} l_i$$

dengan $(\sum_{i=1}^{n} t_i)$ = T , dan $\frac{dlogL}{d\theta} = 0$ maka estimator $\hat{\theta}$ adalah

$$0 = \frac{-r}{\theta} + \frac{1}{\theta^2} T$$

$$\hat{\theta} = \frac{T}{r}$$

Akan dibuktikan bahwa $\hat{\theta} = \frac{T}{r}$ adalah estimator tak bias untuk $\hat{\theta}$, sebagai berikut:

$$E(\hat{\theta}) = E\left(\frac{T}{r}\right)$$

$$E(\hat{\theta}) = \theta$$

Jadi terbukti bahwa $\hat{\theta} = \frac{T}{r}$ adalah estimator tak bias untuk θ,

7.2. Estimasi untuk $\boldsymbol{\beta}$

ISBN: 978-979-097-142-4

Untuk mendapatkan estimasi koefisien regresi dapat digunakan beberapa metode salah satunya adalah metode maksimum likelihood. Misalkan tiap individu memiliki waktu tahan hidup t_i dan vektor regresi $\boldsymbol{x_i} = (\boldsymbol{x_{i1}}, \dots, \boldsymbol{x_{ip}})$. Log waktu tahan hidup Y yang mempunyai fungsi padat peluang dan fungsi tahan hidup. Fungsi likelihood untuk sampel tersensor yang didasarkan pada n individu adalah

$$L(\beta) = \prod_{i=1}^{n} [\exp((y_i - \boldsymbol{x}_i\boldsymbol{\beta}) - \exp(y_i - \boldsymbol{x}_i\boldsymbol{\beta}))]^{\delta_i} \exp[-exp(y_i - \boldsymbol{x}_i\boldsymbol{\beta})]^{1-\delta_i}$$

dengan δ_i menunjukkan apakah waktu tahan hidup $\boldsymbol{T_i}$ tersensor atau tidak tersensor, kemudian ditulis dalam bentuk log menjadi

$$Log(\boldsymbol{\beta}) = \sum_{i=1}^{n} \delta_i \ (y_i - \boldsymbol{x}_i\boldsymbol{\beta}) - exp(y_i - \boldsymbol{x}_i\boldsymbol{\beta})$$

Turunan pertama dan kedua log L

$$l = Log(\boldsymbol{\beta}) = \sum_{i=1}^{n} \delta_i \ (y_i - \boldsymbol{x}_i\boldsymbol{\beta}) - exp(y_i - \boldsymbol{x}_i\boldsymbol{\beta})$$

$$(\beta_j) = \frac{\partial \log l}{\partial \beta_j} \qquad , j = 1, \dots, p$$

Sehingga elemen dari matriksnya berukuran px1 adalah

$$\boldsymbol{U}(\boldsymbol{\beta})_{1xp} = \left(\frac{\partial \log l}{\partial \beta_1}, \dots, \frac{\partial \log l}{\partial \beta_p}\right)_{px1}$$

Dengan turunan pertaman fungsi likelihood adalah

$$U'(\boldsymbol{\beta}) = \sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{x_{ij}}(exp(y_i - \boldsymbol{x}_i\boldsymbol{\beta}) - \delta_i)$$

ISBN: 978-979-097-142-4

Jadi vektor penaksir maksimum likelihood adalah $U'(\boldsymbol{\beta}) = 0$ dan misalkan $u(\hat{\beta})$ merupakan vektor berukuran *px1* dari turunan pertama yang dikenal dengan vektor skor efisien. Misalkan matriks $\boldsymbol{H}(\boldsymbol{\beta})$ adalah $\left\{\frac{\partial^2 \log l}{\partial \beta_j \partial \beta_k}\right\} < 0$ dengan $, k = 1, \dots, p$, maka $\boldsymbol{H}(\boldsymbol{\beta})$ disebut matrik Hessian. Matriks informasi yang diamati dinyatakan oleh $\boldsymbol{I}(\boldsymbol{\beta}) = -\boldsymbol{H}(\boldsymbol{\beta})$.

Turunan kedua fungsi log likelihood nilai – nilai elemennya <0 yaitu,

$$I(\boldsymbol{\beta}) = -\sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{x}_{ij} . \boldsymbol{x}_{ik} \exp(y_i - \boldsymbol{x}_i \boldsymbol{\beta})$$

dimana $j, k = 1, \dots, p$

Elemen (j,k) dari matriks informasi yang diharapkan adalah

$$-E \frac{\partial^2 \log l}{\partial \beta_j \partial \beta_k}$$

$$-\begin{pmatrix} \frac{\partial^2 \log l}{\partial \beta_1 \partial \beta_1} & \cdots & \frac{\partial^2 \log l}{\partial \beta_1 \partial \beta_p} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 \log l}{\partial \beta_p \partial \beta_1} & \cdots & \frac{\partial^2 \log l}{\partial \beta_p \partial \beta_p} \end{pmatrix}_{pxp}$$

Matriks varian kovarian *p* penaksir maksimum likelihood diperoleh dari invers matriks informasi yang diamati yaitu $Var(\boldsymbol{\beta}) \approx I^{-1}(\boldsymbol{\beta})$. Karena matriks $I(\boldsymbol{\beta})$ adalah matriks simetris dan merupakan tipe matriks bujur sangkar berukuran pxp, dengan $I(\boldsymbol{\beta}) = (I(\boldsymbol{\beta}))^T$ maka $(I(\boldsymbol{\beta})^{-1})^T = (I(\boldsymbol{\beta})^T)^{-1} = I^{-1}(\boldsymbol{\beta})$. Sehingga dapat dibuktikan bahwa $I(\beta)$ adalah matriks simetris dan memiliki nilai invers. Dalam mengestimasi koefisien $\boldsymbol{\beta}$ dapat diselesaikan dengan metode newton-raphson. Oleh karena itu, hanya perlu dilakukan iterasi ke m+1 untuk mendapatkan $\beta_1, \dots, \beta_p$

ISBN: 978-979-097-142-4

Metode Newton Raphson meliputi langkah-langkah sebagai berikut:

1. Menentukan estimasi awal dari $\hat{\beta}_m = 0$
2. Menghitung $\mathbf{U}(\boldsymbol{\beta})$ dan $\boldsymbol{I}(\boldsymbol{\beta})$

$$\boldsymbol{U}(\boldsymbol{\beta})_{1xp} = \left(\frac{\partial \log l}{\partial \beta_1}, \dots, \frac{\partial \log l}{\partial \beta_p}\right)_{px1}$$

$$\boldsymbol{I}(\boldsymbol{\beta}) = -\begin{pmatrix} \frac{\partial^2 \log l}{\partial \beta_1 \partial \beta_1} & \cdots & \frac{\partial^2 \log l}{\partial \beta_1 \partial \beta_p} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 \log l}{\partial \beta_p \partial \beta_1} & \cdots & \frac{\partial^2 \log l}{\partial \beta_p \partial \beta_p} \end{pmatrix}_{pxp}$$

3. Menghitung pendekatan selanjutnya $\hat{\beta}_{m+1}$ dengan menggunakan persamaan

$$\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{m+1} = \widehat{\boldsymbol{\beta}}_m + \boldsymbol{I}^{-1}(\widehat{\boldsymbol{\beta}})\boldsymbol{U}(\widehat{\boldsymbol{\beta}})$$

Dengan : m = 0,1,2…

$\boldsymbol{u}(\widehat{\boldsymbol{\beta}}) =$ vektor skor efisien berukuran
px1

$\boldsymbol{I}^{-1}(\widehat{\boldsymbol{\beta}})$= invers matriks informasi yang diamati berukuran pxp

Proses iterasi berhenti jika sampai konvergen yaitu selisih antara $|\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{m+1} - \widehat{\boldsymbol{\beta}}_m| \le \varepsilon$, dengan ε adalah bilangan yang sangat kecil .

Perhitungan nilai – nilai estimasi parameter tersebut akan sangan sulit jika dilakukan secara manual, oleh karena itu digunakan software statistik minitab 14.

8. Kesimpulan

Kesimpulan yang dapat diambil dari pembahasan tugas akhir ini adalah

1. Model regresi data tahan hidup tersensor tipe III berdistribusi eksponensial adalah $t_i = \exp(\beta_0 + \beta_1 x_{i1} + .. + \beta_p x_{ip} + \varepsilon_i)$ dengan eror berdistribusi eksponensial atau $y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + .. + \beta_p x_{ip} + \varepsilon_i$ dengan error berdistribusi nilai ekstrim standar dengan fungsi padat peluang $\exp\,(\varepsilon - e^{\varepsilon})$ untuk $-\infty < \varepsilon < \infty$.
2. Estimator tak bias untuk parameter θ adalah $\hat{\theta} = \frac{T}{r}$, dan estimator untuk koefisien regresi $\boldsymbol{\beta}$ diselesaikan dengan metode newton raphson dengan bantuan matriks informasi.

Daftar Pustaka

Hosmer, D.W. and Lemeshow, S., 1999, *Applied Survival Analysis: Regression Modeling of Time to Event Data*, John Wiley & Sons, New York.

James, H. S., 2008, *Models For probability and Statistical Inference: Theory and Application*, John Willey & Sons, Inc., Canada.

Kalbfleisch and Prentice, 2002, *The Statistical Analysis of Failure Time Data. 2nd ed.* Wiley & Sons.

Lawless, J.F., 1982, *Statistical Models and Methods for Lifetime Data*, John Wiley & Sons, Inc., Canada.

Lee, E.T., 2003, *Statistical Methods for Survival Data Analysis*, John Wiley & Sons, Inc., Canada.

Mustafid, 2003, *Statistika Elementer : Metode dan Aplikasi dengan SPSS*, Jurusan *Matematika FMIPA UNDIP*, Semarang.

N. Chernov and R. Markarian, C.B., 2006, *Mathematical Surveys and Monographs*, 127, AMS, Providence, RI.

ISBN: 978-979-097-142-4

Walpole, R.E. and R. Myers, 2007, *Probability and Statistic for Engineers and Scientist*, Prentice Hall International: New Jersey.

Widiharih, T. dan Suparti, 2003, *Buku Ajar Statistika Matematika II*, Laboratorium Statistika Jurusan Matematika FMIPA UNDIP, Semarang.