# PELABELAN *SIGNED PRODUCT CORDIAL* PADA GRAF *PATH*, *CYCLE*, DAN *STAR*

**Hardany Kurniawan[1], Lucia Ratnasari[2], Robertus Heri[3]**
**[1,2,3]Program Studi Matematika FSM Universitas Diponegoro**
**Jl. Prof. H. Soedarto, S.H. Tembalang Semarang**

*daniqkenangan@gmail.com*

**ABSTRACT.** Let $G$ be a graph with vertex set $V(G)$ and edge set $E(G)$. Signed product cordial labeling is a vertex labeling difine on function *f* of $V(G)$ to {-1,1}, with induced edge labeling is obtained by multiplying labels incident vertex of an edge and vertex condition is absolute value from difference the number of vertex having labels -1 and the number of vertex having labels 1 less or equal 1, while edge condition is absolute value from difference the number of edges having labels -1 and the number of edges having labels 1 less or equal 1. A graph admits signed product cordial labeling is called signed product cordial graph. This paper, we study about signed product cordial labeling for path graph $P_n$, cycle graph $C_n$ (except when $n \equiv 2 \; mod \; 4$), star graph-$K_{1,n}$, $P_n^+$ graph, $C_n^+$ graph(except when $n \equiv 2 \; mod \; 4$), and bistar graph-$B_{n,n}$. Furthermore the author does exploration by adding a chord in cycle graph $C_n$ (except when $n \equiv 2 \; mod \; 4$) to obtain maximum chord, such that the graph is signed product cordial.
**Key Words** : Path graph, Cycle graph, Star graph

## I. PENDAHULUAN

Pelabelan graf adalah suatu pemberian nilai pada titik atau sisi dari graf atau keduanya sehingga memenuhi kondisi tertentu. Bilangan-bilangan tersebut disebut label. Jika yang diberi label hanya titik (*vertex*) saja, maka pelabelannya disebut pelabelan titik (*vertex*). Jika yang diberi label hanya sisi (*edge*) saja, maka pelabelannya disebut pelabelan sisi (*edge*). Sedangkan jika keduanya, titik dan sisi diberi label, maka pelabelannya disebut pelabelan total.

Dalam pengembangannya dikenal pula pelabelan *cordial*, seperti yang telah dibahas pada skripsi Nisa Erma Fitriana [5]. Dalam pelabelan *cordial* terdapat hubungan pada syarat pelabelan *product cordial*, seperti yang telah dibahas pada skripsi Winarni Mimiana Limbong [8]. Dari pelabelan *product cordial* terdapat hubungan pada syarat pelabelan *signed product cordial*.

## II. HASIL DAN PEMBAHASAN

**Definisi 2.1**. **[1]** Pelabelan titik graf $G$, dengan $f: V(G) \rightarrow \{-1,1\}$ yang berakibat pada pelabelan sisi $f^*: E(G) \rightarrow \{-1,1\}$ didefinisikan dengan $f^*(uv) = f(u)f(v)$ disebut pelabelan *signed product cordial* dari graf $G$ jika $\left|v_f(-1) - v_f(1)\right| \leq 1$ dan $|e_f(-1) - e_f(1)| \leq 1$. Suatu graf $G$ merupakan *signed product cordial* jika memenuhi pelabelan *signed product cordial*.

Notasi $v_f(-1)$ menyatakan banyaknya titik dari *G* yang mempunyai label -1 dan notasi $v_f(1)$ menyatakan banyaknya titik dari *G* yang mempunyai label 1. Notasi $e_f(-1)$ dan $e_f(1)$ menyatakan banyaknya sisi dari *G* yang masing-masing mempunyai nilai $-1$ dan $1$.

**Teorema 2.2. [1]** Graf *path* $P_n, n \geq 2$ memenuhi pelabelan *signed product cordial*

**Bukti :**

Diberikan graf $P_n$ dengan himpunan titik $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$

dan himpunan sisi $E = \{v_i v_{i+1}\,; 1 \leq i \leq n-1\}$.

Untuk pendefinisian pelabelan titik *signed product cordial* $f : V(G) \rightarrow \{-1,1\}$

dibagi dalam dua kasus :

Kasus 1 :

$n \equiv 0,1,3\ (mod 4)$ untuk $1 \leq i \leq n$

$$f(v_i) = \begin{cases} 1 & \text{jika } i \equiv 1,2 (mod 4) \\ -1 & \text{jika } i \equiv 0,3 (mod 4) \end{cases}$$

Kasus 2 :

$n \equiv 2\ (mod 4)$ untuk $1 \leq i \leq n-2$

$$f(v_i) = \begin{cases} 1 & \text{jika } i \equiv 1,2 (mod 4) \\ -1 & \text{jika } i \equiv 0,3 (mod 4) \end{cases}$$

dan $f(v_{n-1}) = 1, f(v_n) = -1$

Selanjutnya untuk label pada sisi mengikuti label titiknya

$$f^*(v_i v_{i+1}) = f(v_i) f(v_{i+1})$$

$$f^*(v_i v_{i+1}) = \begin{cases} 1 & \text{jika } f(v_i) \text{ dan } f(v_{i+1}) \text{ memiliki tanda yang sama} \\ -1 & \text{jika } f(v_i) \text{ dan } f(v_{i+1}) \text{ memiliki tanda yang berbeda} \end{cases}$$

**Definisi 2.3. [2]** Graf $P_n^+(n \geq 2)$ adalah graf yang diperoleh dengan mengikatkan sebuah sisi pada setiap titik pada graf path $P_n$. Pada graf $P_n^+, V(P_n^+) = \{v_1, v_2, v_3, \dots, v_{2n}\}$ dan $E(P_n^+) = E_1 \cup E_2$ dengan $E_1 = \{v_i v_{n+i}: 1 \leq i \leq n\}$ , $E_2 = \{v_{n+j} v_{n+1+j}: 1 \leq j \leq n-1\}$. Kardinalitas titik graf $P_n^+, |V(P_n^+)| = 2n$ dan kardinalitas sisi graf $P_n^+, |E(P_n^+)| = 2n - 1$.

**Teorema 2.4. [1]** Graf *path* $P_n^+, n \geq 3$ memenuhi pelabelan *signed product cordial*

**Bukti :**

Diberikan graf $P_n^+$ dengan himpunan titik $V = \{v_1, v_2, v_3 \dots, v_n\}$ dan $U = \{u_1, u_2, u_3 \dots, u_n\}$ serta himpunan sisi $E_1 = \{v_i v_{i+1}\,; 1 \leq i \leq n-1\}$ dan $E_2 = \{v_i u_i\,; 1 \leq i \leq n\}$.

Graf $P_n^+$ memiliki titik sebanyak $2n$ dan sisi sebanyak $2n - 1$.

Untuk pendefinisian pelabelan titik *signed product cordial* $f\ : V(G) \to \{-1,1\}$ dibagi dalam dua kasus :

Kasus 1 :

Ketika $n$ genap

i) $n \equiv 0(mod 4)$ untuk $1 \leq i \leq n$

$$f(v_i) = \begin{cases} 1 & \text{jika } i \equiv 1,2(mod4) \\ -1 & \text{jika } i \equiv 0,3(mod4) \end{cases}$$

$$f(u_i) = \begin{cases} 1 & \text{jika } i \equiv 1(mod2) \\ -1 & \text{jika } i \equiv 0(mod2) \end{cases}$$

ii) $n \equiv 2(mod4)$ untuk $1 \leq i \leq n$

$$f(v_i) = \begin{cases} 1 & \text{jika } i \equiv 1,2(mod4) \\ -1 & \text{jika } i \equiv 0,3(mod4) \end{cases}$$

$$f(u_i) = \begin{cases} 1 & \text{jika } i \equiv 1(mod2) \\ -1 & \text{jika } i \equiv 0(mod2) \end{cases}$$

$$f(v_{n-1}) = 1; f(v_n) = -1$$

Selanjutnya untuk label pada sisi mengikuti label titiknya

untuk $1 \leq i \leq n - 1$

$$f^*(v_i v_{i+1}) = f(v_i) f(v_{i+1})$$

$$f^*(v_i v_{i+1}) = \begin{cases} 1 \text{ jika } f(v_i)\ dan\ f(v_{i+1}) \text{ memiliki tanda yang sama} \\ -1 \text{ jika } f(v_i)\ dan\ f(v_{i+1}) \text{ memiliki tanda yang berbeda} \end{cases}$$

untuk $1 \leq i \leq n$

$f^*(v_i u_i) = f(v_i) f(u_i)$

$$f^*(v_i u_i) = \begin{cases} 1 \text{ jika } f(v_i) \text{ dan } f(u_i) \text{ memiliki tanda yang sama} \\ -1 \text{ jika } f(v_i) \text{ dan } f(u_i) \text{ memiliki tanda yang berbeda} \end{cases}$$

Kasus 2 :

Ketika $n$ ganjil

i) $n \equiv 1(mod4)$ untuk $1 \leq i \leq n$

$$f(v_i) = \begin{cases} 1 & \text{jika } i \equiv 1{,}2(mod4) \\ -1 & \text{jika } i \equiv 0{,}3(mod4) \end{cases}$$

$$f(u_i) = \begin{cases} 1 & \text{jika } i \equiv 1(mod2) \\ -1 & \text{jika } i \equiv 0(mod2) \end{cases}$$

$f(u_n) = -1$

ii) $n \equiv 3(mod4)$ untuk $1 \leq i \leq n$

$$f(v_i) = \begin{cases} 1 & \text{jika } i \equiv 1{,}2(mod4) \\ -1 & \text{jika } i \equiv 0{,}3(mod4) \end{cases}$$

$f(v_{n-1}) = 1; f(v_n) = -1$

$$f(u_i) = \begin{cases} 1 & \text{jika } i \equiv 1(mod2) \\ -1 & \text{jika } i \equiv 0(mod2) \end{cases}$$

$f(u_n) = -1$

Selanjutnya untuk label pada sisi mengikuti label titiknya

untuk $1 \leq i \leq n-1$

$f^*(v_i v_{i+1}) = f(v_i) f(v_{i+1})$

$$f^*(v_i v_{i+1}) = \begin{cases} 1 \text{ jika } f(v_i) \text{ dan } f(v_{i+1}) \text{ memiliki tanda yang sama} \\ -1 \text{ jika } f(v_i) \text{ dan } f(v_{i+1}) \text{ memiliki tanda yang berbeda} \end{cases}$$

untuk $1 \leq i \leq n$

$f^*(v_i u_i) = f(v_i) f(u_i)$

$$f^*(v_i u_i) = \begin{cases} 1 \text{ jika } f(v_i) \text{ dan } f(u_i) \text{ memiliki tanda yang sama} \\ -1 \text{ jika } f(v_i) \text{ dan } f(u_i) \text{ memiliki tanda yang berbeda} \end{cases}$$

**Teorema 2.5. [1]** Graf *cycle* $C_n, n \geq 3$ memenuhi pelabelan *signed product cordial*, kecuali $n \equiv 2 \ mod\ 4$.

**Bukti :**

Diberikan graf $C_n$ dengan himpunan titik $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$

dan himpunan sisi $E = \{v_i v_{i+1}\,; 1 \le i \le n-1\} \cup \{v_1 v_n\}$.

Untuk pendefinisian pelabelan titik *signed product cordial* $f\ : V(G) \to \{-1,1\}$

Kasus :

$n \equiv 0,1,3\ (mod 4)$ untuk $1 \le i \le n$

$$f(v_i)\ = \begin{cases} 1 & \text{jika } i\ \equiv 1,2(mod4) \\ -1 & \text{jika } i\ \equiv 0,3(mod4) \end{cases}$$

Selanjutnya untuk label pada sisi mengikuti label titiknya

$f^*(v_i v_{i+1}) = f(v_i) f(v_{i+1})$

$$f^*(v_i v_{i+1}) = \begin{cases} 1 \text{ jika } f(v_i) \text{ dan } f(v_{i+1}) \text{ memiliki tanda yang sama} \\ -1 \text{ jika } f(v_i) \text{ dan } f(v_{i+1}) \text{ memiliki tanda yang berbeda} \end{cases}$$

**Definisi 2.6.** Ditinjau dari Definisi 2.3 [2], graf $C_n^+ (n \ge 3)$ adalah suatu graf yang diperoleh dengan menggabungkan tepat satu sisi *pendant* ke setiap titik dari graf $C_n$.

Pada graf $C_n^+, V(C_n^+) = \{v_1, v_2, v_3, \dots, v_{2n}\}$ dan $E(C_n^+) = E_1 \cup E_2$ dengan $E_1 = \{v_i v_{i+1}\,; 1 \le i \le n-1\} \cup \{v_1 v_n\}$ dan $E_2 = \{v_j v_{j+n}\,; 1 \le j \le n\}$.

Kardinalitas titik graf $C_n^+, |V(C_n^+)| = 2n$ dan kardinalitas sisi graf $C_n^+, |E(C_n^+)| = 2n$.

**Teorema 2.7. [1]** Graf *cycle* $C_n^+, n \ge 3$ memenuhi pelabelan *signed product cordial*, kecuali $n \equiv 2\ mod\ 4$.

**Bukti :**

Diberikan graf $C_n^+$ dengan himpunan titik $V = \{v_1, v_2, v_3 \dots, v_n\}$ dan $U = \{u_1, u_2, u_3 \dots, u_n\}$ serta himpunan sisi

$E_1 = \{v_i v_{i+1}\,; 1 \le i \le n-1\} \cup \{v_1 v_n\}$ dan $E_2 = \{v_i u_i\,; 1 \le i \le n\}$.

Graf $C_n^+, n \ge 3$ memiliki titik sebanyak $2n$ dan sisi sebanyak $2n$.

Untuk pendefinisian pelabelan titik *signed product cordial* $f\ : V(G) \to \{-1,1\}$

Kasus :

$n\ \equiv 0,1,3\ (mod 4)$ untuk $1 \le i \le n$

$$f(v_i)\ = \begin{cases} 1 & \text{jika } i\ \equiv 1,2(mod4) \\ -1 & \text{jika } i\ \equiv 0,3(mod4) \end{cases}$$

$$f(u_i) = \begin{cases} -1 & \text{jika } i \equiv 1(mod2) \\ 1 & \text{jika } i \equiv 0(mod2) \end{cases}$$

Selanjutnya untuk label pada sisi mengikuti label titiknya

untuk $1 \leq i \leq n$

$$f^*(v_i v_{i+1}) = f(v_i) f(v_{i+1})$$

$$f^*(v_i v_{i+1}) = \begin{cases} 1 \text{ jika } f(v_i) \text{ dan } f(v_{i+1}) \text{ memiliki tanda yang sama} \\ -1 \text{ jika } f(v_i) \text{ dan } f(v_{i+1}) \text{ memiliki tanda yang berbeda} \end{cases}$$

untuk $i = n$

$$f^*(v_1 v_n) = f(v_1) f(v_n)$$

$$f^*(v_1 v_n) = \begin{cases} 1 \text{ jika } f(v_1) \text{ dan } f(v_n) \text{ memiliki tanda yang sama} \\ -1 \text{ jika } f(v_1) \text{ dan } f(v_n) \text{ memiliki tanda yang berbeda} \end{cases}$$

**Definisi 2.8. [13]** Sebuah *chord* dari *cycle* $C_n$ adalah sebuah sisi yang menghubungkan dua titik yang tidak berdekatan pada *cycle* $C_n$.

**Teorema 2.9.** Graf *cycle* $C_n$ dengan penambahan *chord* merupakan graf *signed product cordial* jika

i) ditambahkan *chord* maksimal sebanyak

$$e_f^* = \left(e_{ft}(-1) + e_{ft}(1)\right) - n$$

$$= \left(\left(nk - (2k-1)\right) + \left(\left(nk - (2k-1)\right) - 1\right)\right) - n \text{ dengan } k = \frac{n}{4}$$

untuk $n \equiv 0(mod4)$.

ii) ditambahkan *chord* maksimal sebanyak

$$e_f^* = \left(e_{ft}(-1) + e_{ft}(1)\right) - n$$

$$= \left(\left((n+1)k - (2k-1)\right) + \left(\left((n+1)k - (2k-1)\right) - 1\right)\right) - n$$

dengan $k = \frac{n-1}{4}$ untuk $n \equiv 1(mod4)$.

iii) ditambahkan *chord* maksimal sebanyak

$$e_f^* = \left(e_{ft}(-1) + e_{ft}(1)\right) - n$$

$$= \left(\left((n+3)k + 2 - 2k\right) + \left(\left((n+3)k + 2 - 2k\right) - 1\right)\right) - n$$

dengan $k = \frac{n-3}{4}$ untuk $n \equiv 3(mod4)$.

**Bukti :**

Diberikan graf $C_n$ dengan penambahan *chord* dengan himpunan titik

$V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$

serta himpunan sisi $E = \{v_i v_{i+1}\,; 1 \leq i \leq n-1\} \cup \{v_1 v_n\}$ dan himpunan *chord* $E^* = \{e_1^*, e_2^*, e_3^*, \dots.\}$.

Untuk pendefinisian pelabelan titik *signed product cordial* $f\ : V(G) \to \{-1,1\}$

Kasus :

$n \equiv 0,1,3\ (mod 4)$ untuk $1 \leq i \leq n$

$$f(v_i)\ = \begin{cases} 1 & \text{jika } i\ \equiv 1,2(mod 4) \\ -1 & \text{jika } i\ \equiv 0,3(mod 4) \end{cases}$$

Selanjutnya untuk label pada sisi mengikuti label titiknya

$f^*(v_i v_{i+1}) = f(v_i) f(v_{i+1})$

$$f^*(v_i v_{i+1}) = \begin{cases} 1 \text{ jika } f(v_i)\ dan\ f(v_{i+1}) \text{ memiliki tanda yang sama} \\ -1 \text{ jika } f(v_i)\ dan\ f(v_{i+1}) \text{ memiliki tanda yang berbeda} \end{cases}$$

dan untuk label pada *chord* mengikuti label titiknya dengan ketentuan sebagai berikut :

1. untuk $n \equiv 0\ (mod 4)$ dilakukan dengan cara dimulai dari label -1 untuk dua titik memiliki tanda yang berbeda dan label 1 untuk dua titik memiliki tanda yang sama secara bergantian dan teratur.
2. untuk $n \equiv 1\ (mod 4)$ dilakukan dengan cara memberikan label -1 untuk dua titik memiliki tanda yang berbeda dan label 1 untuk dua titik memiliki tanda yang sama, pada label *chord* pertama dan kedua diberikan label -1 dan untuk label *chord* selanjutnya dilakukan secara bergantian dan teratur.
3. untuk $n \equiv 3\ (mod 4)$ dilakukan dengan cara dimulai dari label 1 untuk dua titik memiliki tanda yang sama dan label -1 untuk dua titik memiliki tanda yang berbeda secara bergantian dan teratur.

**Teorema 3.0. [1]** Graf *star* $K_{1,n}, n \geq 2$ memenuhi pelabelan *signed product cordial.*

**Bukti :**

Diberikan graf *star* $K_{1,n}$ dengan himpunan titik $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n, v_{n+1}\}$

dan himpunan sisi $E = \{v_1 v_i; 2 \leq i \leq n+1\}$.

Untuk pendefinisian pelabelan titik *signed product cordial* $f\ : V(G) \rightarrow \{-1,1\}$ diberikan untuk $1 \leq i \leq n$

Kasus :

$$f(v_i)\ = \begin{cases} 1 & \text{jika } i\ \equiv 1(mod2) \\ -1 & \text{jika } i\ \equiv 0(mod2) \end{cases}$$

Selanjutnya ketika $n$ genap dan ganjil untuk label pada sisi sebagai berikut :

untuk $n$ genap :

$$f^*(v_1v_{2i}) = -1$$

$$f^*(v_1v_{2i+1}) = 1; 1 \leq i \leq \frac{n}{2},$$

dan untuk $n$ ganjil :

$$f^*(v_1v_{2i}) = -1; 1 \leq i \leq \frac{(n+1)}{2}$$

$$f^*(v_1v_{2i+1}) = 1; 1 \leq i \leq \left(\frac{(n+1)}{2}\right) - 1$$

Selanjutnya untuk label pada sisi mengikuti label titiknya

$$f^*(v_1v_{i+1}) = f(v_1)f(v_{i+1})$$

$$f^*(v_1v_{i+1}) = \begin{cases} 1 \text{ jika } f(v_1) \text{ dan } f(v_{i+1}) \text{ memiliki tanda yang sama} \\ -1 \text{ jika } f(v_1) \text{ dan } f(v_{i+1}) \text{ memiliki tanda yang berbeda} \end{cases}$$

**Definisi 3.1. [1]** Graf $B_{n,n}, n\ \geq 2$ merupakan sebuah *bistar* yang diperoleh dari dua salinan $K_{1,n}$ dengan menggabungkan titik-titik pusat $K_{1,n}$ dengan sebuah sisi. Pada graf $B_{n,n}, V(B_{n,n}) = \{v_1, v_2, v_3, \ldots, v_{2n+2}\}$ dan $E(B_{n,n})$ dengan $E_1 = \{v_1v_{2i+1}\,; 1 \leq i \leq n\} \cup \{v_1v_2\}$ dan $E_2 = \{v_2v_{2i}\,; 2 \leq i \leq n+1\}$. Kardinalitas titik graf $B_{n,n}, |V(B_{n,n})| = 2n+2$ dan kardinalitas sisi graf $B_{n,n}, |E(B_{n,n})| = 2n+1$.

**Teorema 3.2. [1]** Graf $B_{n,n}, n\ \geq 2$ memenuhi pelabelan *signed product cordial.*

**Bukti :**

Graf $B_{n,n}$ memiliki titik sebanyak $2n+2$ dan sisi sebanyak $2n+1$. Diberikan graf $B_{n,n}$ dengan himpunan titik $V = \{v_1, v_2, v_{3,} \ldots, v_{2n+2}\}$ serta himpunan sisi $E_1 = \{v_1v_{2i+1}\,; 1 \leq i \leq n\}$, $E_2 = \{v_2v_{2i}\,; 2 \leq i \leq n+1\}$, dan $e' = v_1v_2$.

Untuk pendefinisian pelabelan titik *signed product cordial* $: V(G) \rightarrow \{-1,1\}$

Kasus :

$n \equiv 0{,}1(mod2)$

$$f(v_i) = \begin{cases} 1 & \text{jika } i \equiv 1(mod2); 1 \leq i \leq 2n \\ -1 & \text{jika } i \equiv 0(mod2); 3 \leq i \leq 2n+2 \end{cases}$$

$f(v_2) = 1$

$f(v_{2n+1}) = -1$

Selanjutnya untuk label pada sisi mengikuti label titiknya

untuk $1 \leq i \leq n$

$f^*(v_1 v_{2i+1}) = f(v_1)f(v_{2i+1})$

$$f^*(v_1 v_{2i+1}) = \begin{cases} 1 \text{ jika } f(v_1)\ dan\ f(v_{2i+1}) \text{ memiliki tanda yang sama} \\ -1 \text{ jika } f(v_1)\ dan\ f(v_{2i+1}) \text{ memiliki tanda yang berbeda} \end{cases}$$

## III. KESIMPULAN

Dari pembahasan yang telah diuraikan pada bab sebelumnya dapat disimpulkan bahwa graf *path* $P_n, n \geq 2$, graf *star*-$K_{1,n}, n \geq 2$, graf *bistar*-$B_{n,n}, n \geq 2$, dan graf $P_n^+, n \geq 3$ merupakan graf *signed product cordial*. Pada graf *cycle* $C_n, n \geq 3$, graf $C_n^+, n \geq 3$, dan graf *cycle* $C_n$ dengan penambahan *chord* merupakan graf *signed product cordial*, kecuali untuk $n \equiv 2 \ mod\ 4$.

## IV. UCAPAN TERIMA KASIH

Banyak pihak yang telah membantu dalam penyelesaian Tugas Akhir ini. Oleh karena itu, rasa hormat dan terimakasih penulis ingin sampaikan kepada :

1. Ibu Lucia Ratnasari, S.Si, M.Si selaku dosen pembimbing I yang telah memberikan bimbingan, arahan, dan nasehat-nasehatnya selama ini,
2. Bapak Robertus Heri S U, S.Si, M.Si selaku dosen pembimbing II yang juga telah membimbing dan mengarahkan penulis hingga selesainya Tugas Akhir ini,
3. Semua pihak yang telah membantu hingga selesainya tugas akhir ini, yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu. Semoga Allah SWT membalas segala kebaikan yang telah Anda berikan kepada penulis, Amin.

## V. DAFTAR PUSTAKA

[1] Babujee, J. Baskar and S. Loganathan, *"On Signed Product Cordial Labeling," Applied Mathematics*, Vol. 2 No. 12, 2011, pp. 1525-1530.

[2] Babujee, J. Baskar and V. Vishnupriya, "*On A-Vertex Consecutive Edge Bimagic Labeling in Graphs",* European Journal of Scientific Research. Vol.63 No.1 (2011), pp. 84-89

[3] Bambang Irawanto dan Bambang Yisminto. 2003. Matematika Diskrit I. Lab Matematika Undip : Semarang.

[4] Bartle, Robert G. And Donald R. Sherbert. 2000. "*Introduction to Real Analysis Third Edition*". New York : John Wiley and Sons.

[5] Fitriana, Nisa E. 2012. *Pelabelan Cordial untuk Graf Pemisah (Split Graph) dari Beberapa Graf*. Skripsi. Jurusan Matematika. Universitas Diponegoro. Semarang.

[6] Gilbert, Jimmie and Linda Gilbert. 1984. "*Elemen of Modren Algebra*". Boston, Lousiana Tech University.

[7] Harary F. 1969. *Graph Theory*. series in mathematics. Phillippines : University of Nichigan.

[8] Limbong, Winarni M. 2012. *Pelabelan Product Cordial Pada k Salinan dari Graf Shell, Graf Star, dan Graf Wheel.* Skripsi. Jurusan Matematika. Universitas Diponegoro. Semarang.

[9] Lipschutz, Seymour. 1964. "*Set Theory and Related Topics*". McGRAW-HILL BOOK COMPANY : New York.

[10] Listiyana, Erly dkk. 2008. "*Langkah – Langkah Penentuan Suatu Barisan sebagai Suatu Grafik dengan Dasar Teorema Havel – Hakimi : Jurnal Matematika*". 11(2) 60-64.

[11] Munir, Rinaldi. 2007. "*Matematika Diskrit"*. Bandung: Informatika Bandung.

[12] Rosen, Kenneth H. 2007. "*Discrete Mathematics and Its Applications Sixth Edition*". New York : McGRAW-HILL BOOK COMPANY.

[13] Vaidya, S.K & Barasara, C M.2011. "*Product Cordial Labeling for Some New Graph. Journal of Mathematics Research"*. 3(2) 206-211.

[14] Wilson, J. Robin and John J. Watkins. 1990. "*Graphs An Introductory Approach*". New York : University Course Graphs, Network, and Design.