

PERBANDINGAN NILAI TEBUS DAN CADANGAN PREMI PADA ASURANSI JIWA KONTINU

Asri Nurul Fajriani¹, Djuwandi², Yuciana Wilandari³

^{1,2,3}Program Studi Matematika

Jl. Prof. Soedarto, S.H, Semarang, 50275

ABSTRAK

Dalam asuransi diasumsikan bahwa uang pertanggungan (santunan) dibayarkan pada akhir tahun kematian polis. Akan tetapi dalam prakteknya pembayaran uang asuransi tersebut tidaklah demikian. Pembayaran asuransi dilakukan sesaat setelah tertanggung meninggal. Asuransi jiwa yang menanggung seorang jiwa dimana manfaatnya dibayar sesaat setelah tertanggung meninggal disebut asuransi jiwa kontinu. Untuk memperoleh santunan, seorang tertanggung harus membayar premi. Dana yang terkumpul dari pembayaran premi di perusahaan asuransi disebut cadangan. Tidak semua pemegang polis akan meneruskan kontraknya. Beberapa diantaranya menghentikan pembayaran premi dengan berbagai alasan. Hal tersebut akan mengakibatkan perusahaan asuransi mengeluarkan sejumlah uang yang akan dibayarkan kepada tertanggung yang disebut nilai tebus (*surrender value*). Penghentian kontrak asuransi akan mengakibatkan kerugian bagi kedua belah pihak yaitu perusahaan asuransi dan tertanggung. Untuk menghindari hal tersebut perusahaan asuransi menawarkan beberapa kebijakan diantaranya *extended insurance* dan *paid up insurance*.

Kata kunci : asuransi jiwa kontinu, *extended insurance*, *paid up insurance*, nilai tebus, cadangan.

1. PENDAHULUAN

Asuransi Jiwa adalah usaha kerjasama dari sejumlah orang yang sepakat memikul kesulitan keuangan bila terjadi musibah terhadap salah satu anggotanya [4]. Usaha kerjasama ini dilakukan melalui perusahaan asuransi. Perusahaan yang besar dengan pemegang saham yang banyak akan mudah mengatasi santunan asuransi dari anggota yang meninggal. Setiap orang yang mengasuransikan jiwanya pada suatu perusahaan asuransi berarti sepakat terhadap suatu kontrak tertulis antara dia dan perusahaan. Kontrak tersebut sering disebut polis asuransi. Dalam polis diterangkan waktu mulai berlakunya polis tersebut. Dalam asuransi, biasanya sering diasumsikan uang pertanggungan dibayar pada akhir tahun polis. Padahal dalam prakteknya pembayaran uang pertanggungan tersebut dibayar sesaat setelah tertanggung meninggal. Asuransi jiwa yang menanggung seorang jiwa dimana manfaatnya dibayar sesaat setelah tertanggung meninggal disebut asuransi jiwa kontinu.

Seseorang yang mengikuti asuransi, ada kemungkinan tidak akan meneruskan

kontraknya karena berbagai alasan. Ada yang menghentikannya karena merasa tidak lagi membutuhkannya, sehingga tidak lagi menguntungkan bila meneruskan mengikuti asuransi. Jika tertanggung berhenti dari asuransi, maka perusahaan asuransi akan mengeluarkan sejumlah uang sebagai akibat dari pemutusan perjanjian asuransi yang disebut nilai tebus (*surrender value*) [6]. Tetapi jika hal ini dilakukan, maka akan mengakibatkan kerugian bagi kedua belah pihak yaitu perusahaan asuransi dan tertanggung, sehingga untuk menghindari penghentian kontrak tersebut, maka perusahaan asuransi memberikan kebijakan beberapa diantaranya adalah *paid up insurance* dan *extended insurance*. *Paid up insurance* adalah perubahan uang pertanggungan menjadi lebih kecil tanpa merubah masa pertanggungan, sedangkan *extended insurance* adalah perubahan masa pertanggungan tanpa merubah jumlah uang pertanggungan. Hal tersebut merupakan kebijakan perusahaan yang diberikan kepada tertanggung sehingga kedua belah pihak tidak ada yang merasa dirugikan.

Untuk memperoleh santunan, seorang tertanggung harus membayar premi. Dana yang terkumpul dari pembayaran premi di

2. CADANGAN PREMI

Menurut pasal 14 ayat (1) PP No. 73 tahun 1992 tentang penyelenggaraan usaha perasuransian, perusahaan asuransi harus membentuk cadangan teknis asuransi sesuai dengan jenis asuransi yang diselenggarakan. Cadangan teknis pada asuransi jiwa salah satunya adalah cadangan premi [1]. Cadangan premi adalah besarnya uang yang ada pada perusahaan dalam jangka waktu pertanggungan [4]. Cadangan dalam asuransi jiwa adalah bukan milik perusahaan tetapi merupakan leabilitas (kewajiban perusahaan, jadi hutang, dalam hal ini hutang pada pemegang polis) [6].

Berdasarkan anuitas dan waktu pembayaran santunan, cadangan premi bersih dapat dibagi menjadi tiga macam yakni [2]:

1. Cadangan Penuh Kontinu (*Fully Continuous Benefit Reserves*)

Perhitungan cadangan jenis ini dilakukan dengan dasar pembayaran premi dilakukan setiap saat (anuitas kontinu) dan pembayaran santunan diberikan pada saat tertanggung meninggal (asuransi kontinu)

2. Cadangan Penuh Diskrit (*Fully Discrete Benefit Reserves*)

Perhitungan cadangan jenis ini dilakukan dengan dasar pembayaran premi dilakukan secara tunggal atau angsuran dengan tahapan yang konstan (anuitas diskrit) dan pembayaran santunan diberikan pada saat akhir tahun kematian tertanggung (asuransi diskrit).

3. Cadangan Semi Kontinu (*Benefit Reserves on a Semicontinuous Basis*)

Perhitungan cadangan ini dilakukan dengan dasar pembayaran premi dilakukan secara tunggal atau angsuran dengan tahapan yang konstan (anuitas diskrit) dan pembayaran santunan diberikan pada saat tertanggung meninggal (asuransi kontinu).

perusahaan asuransi disebut cadangan, dan nilai tebus lebih kecil dari cadangan premi [6].

Cadangan akhir tahun semikontinu akhir tahun ke- t pembayaran premi c kali dalam setahun adalah sebagai berikut [6]:

$${}_tV^{(c)} = {}_tV \left(1 + \frac{c-1}{2c} P^{(c)}\right)$$

Tabel 3.1 Cadangan Prospektif Semikontinu Akhir Tahun ke- t ${}_tV(\bar{A})$ seseorang berumur x tahun untuk santunan satu satuan [2].

Jenis asuransi	Simbol	Rumus
Seumur Hidup	${}_tV(\bar{A}_x)$	$\bar{A}_{x+t} - P(\bar{A}_x)\ddot{a}_{x+t}$
Berjangka m tahun	${}_tV(\bar{A}'_{x:m})$	$\begin{cases} \bar{A}'_{x+t:m-t} - P(\bar{A}'_{x:m})\ddot{a}_{x+t:m-t} & \text{untuk } t < m \\ 0 & \text{untuk } t = m \end{cases}$
Endowment m tahun	${}_tV(\bar{A}_{x:m})$	$\begin{cases} \bar{A}_{x+t:m-t} - P(\bar{A}_{x:m})\ddot{a}_{x+t:m-t} & \text{untuk } t < m \\ 1 & \text{untuk } t = m \end{cases}$
Seumur Hidup, pembayaran n tahun	${}_t^nV(\bar{A}_x)$	$\begin{cases} \bar{A}_{x+t} - {}_nP(\bar{A}_x)\ddot{a}_{x+t:n} & \text{untuk } t \leq n \\ \bar{A}_{x+t} & \text{untuk } t > n \end{cases}$
Berjangka m tahun, pembayaran n tahun	${}_t^nV(\bar{A}'_{x:m})$	$\begin{cases} \bar{A}'_{x+t:m-t} - {}_nP(\bar{A}'_{x:m})\ddot{a}_{x+t:n-t} & \text{untuk } t \leq n < m \\ \bar{A}'_{x+t:m-t} & \text{untuk } n < t < m \\ 1 & \text{untuk } t = m \end{cases}$
Endowment m tahun, pembayaran n tahun	${}_t^nV(\bar{A}_{x:m})$	$\begin{cases} \bar{A}_{x+t:m-t} - {}_nP(\bar{A}_{x:m})\ddot{a}_{x+t:n-t} & \text{untuk } t \leq n < m \\ \bar{A}_{x+t:m-t} & \text{untuk } n < t < m \\ 1 & \text{untuk } t = m \end{cases}$

Metode yang digunakan untuk menghitung cadangan premi adalah sebagai berikut [3]:

1. Cadangan Retrospektif

Cadangan Restrospektif adalah perhitungan cadangan dengan

berdasarkan jumlah total pendapatan di waktu yang lalu sampai saat dilakukan perhitungan cadangan dikurangi dengan jumlah pengeluaran di waktu yang lampau.

2. Cadangan Prospektif

Cadangan Prospektif adalah perhitungan cadangan dengan berdasarkan nilai sekarang dari semua pengeluaran di waktu yang akan datang dikurangi dengan nilai sekarang total pendapatan di waktu yang akan datang untuk tiap pemegang polis.

Contoh kasus perhitungan cadangan akhir tahun adalah sebagai berikut :

Kasus 1

Thomas berusia 20 tahun membeli asuransi seumur hidup santunan 25 juta rupiah dengan pembayaran premi bulanan selama 5 tahun, maka cadangan akhir tahun ke-4 dengan menggunakan cadangan prospektif adalah sebagai berikut:

Langkah pertama menghitung premi bersih tahunan dan premi bersih bulanan.

$$\begin{aligned} {}_4P(\bar{A}_{20}) &= 25.10^6 \frac{\bar{A}_{20}}{\ddot{a}_{20}} \\ &= 122.386,08 \quad (1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} {}_4P^{(12)}(\bar{A}_{20}) &= \frac{\bar{A}_{20}}{\ddot{a}_{20}^{(12)}} \\ &= 0,005 \quad (2) \end{aligned}$$

Selanjutnya (1) digunakan untuk menghitung cadangan akhir tahun semikontinu asuransi seumur hidup pembayaran premi tahunan menggunakan metode prospektif

$$\begin{aligned} {}_4V(\bar{A}_{20}) &= 25.10^6 \bar{A}_{24} - \\ &\quad {}_4P(\bar{A}_{20})\ddot{a}_{24:1} \\ &= 2.272.669,807 \quad (3) \end{aligned}$$

Kemudian (2) dan (3) digunakan untuk menghitung cadangan akhir tahun semikontinu asuransi seumur hidup pembayaran premi bulanan menggunakan metode prospektif

$$\begin{aligned} {}_4V^{(12)} &= {}_4V(\bar{A}_{20})\left[1 + \frac{11}{24} {}_4P^{(12)}(\bar{A}_{20})\right] \\ &= 2.277.911,155 \end{aligned}$$

Jadi, nilai cadangan akhir tahun pada asuransi jiwa seumur hidup pembayaran

premi bulanan 5 tahun menggunakan metode prospektif sebesar Rp2.277.911,155. Hasil perhitungan cadangan akhir tahun lebih lengkapnya ditampilkan pada Lampiran II. Dari hasil perhitungan, dapat disimpulkan bahwa cadangan akhir tahun dari tahun ke tahun semakin besar.

Kasus 2

Thomas berusia 20 tahun membeli asuransi berjangka 20 tahun dengan pembayaran premi bulanan selama 5 tahun santunan 25 juta rupiah, maka cadangan akhir tahun ke-4 dengan menggunakan metode prospektif adalah sebagai berikut : Langkah pertama menghitung premi bersih tahunan dan premi bersih bulanan.

$$\begin{aligned} {}_5P(\bar{A}'_{20:20}) &= 25.10^6 \frac{\bar{A}'_{20:20}}{\ddot{a}_{20:5}} \\ &= 126.829,086 \quad (1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} {}_5P^{(12)}(\bar{A}'_{20:20}) &= \frac{\bar{A}'_{20:20}}{\ddot{a}_{20:5}^{(12)}} \\ &= 0,005 \quad (2) \end{aligned}$$

Selanjutnya (1) digunakan untuk menghitung cadangan akhir tahun semikontinu asuransi berjangka 20 tahun pembayaran premi tahunan menggunakan metode prospektif

$$\begin{aligned} {}_4V(\bar{A}'_{20:20}) &= 25.10^6 \bar{A}'_{24:16} - \\ &\quad {}_5P(\bar{A}'_{20:20})\ddot{a}_{24:1} \\ &= 374.484,681 \quad (3) \end{aligned}$$

Kemudian (2) dan (3) digunakan untuk menghitung cadangan akhir tahun semikontinu asuransi berjangka 20 tahun pembayaran premi bulanan menggunakan metode prospektif

$$\begin{aligned} {}_4V^{(12)} &= {}_4V(\bar{A}'_{20:20})\left[1 + \frac{11}{24} {}_5P^{(12)}(\bar{A}'_{20:20})\right] \\ &= 375.378,433 \end{aligned}$$

Jadi, nilai cadangan akhir tahun pada asuransi jiwa berjangka 20 tahun pembayaran premi bulanan 5 tahun dengan menggunakan metode prospektif sebesar Rp375.378,433. Hasil perhitungan cadangan akhir tahun lebih lengkapnya ditampilkan pada Lampiran III. Dari hasil perhitungan, dapat disimpulkan bahwa cadangan akhir tahun pada permulaan

tahun nilainya lebih besar, dan pada tahun selanjutnya semakin kecil.

Kasus 3

Thomas berusia 20 tahun membeli asuransi endowment 20 tahun pembayaran premi bulanan selama 5 tahun santunan 25 juta rupiah, maka cadangan akhir tahun ke-4 dengan menggunakan metode prospektif adalah sebagai berikut :

Langkah pertama menghitung premi bersih tahunan dan premi bersih bulanan.

$$\begin{aligned} {}_5P(\bar{A}_{20:20}) &= 25 \cdot 10^6 \frac{\bar{A}_{20:20}}{\ddot{a}_{20:5}} \\ &= 1.884.781,651(1) \\ {}_5P^{(12)}(\bar{A}_{20:20}) &= \frac{\bar{A}_{20:20}}{\ddot{a}_{20:5}^{(12)}} \\ &= 0,077 \quad (2) \end{aligned}$$

Selanjutnya (1) digunakan untuk menghitung cadangan akhir tahun semikontinu asuransi endowment 20 tahun pembayaran premi tahunan menggunakan metode prospektif

$$\begin{aligned} {}_4V(\bar{A}_{20:20}) &= 25 \cdot 10^6 \bar{A}_{24:16} - \\ &\quad {}_{10}P(\bar{A}_{20:20})\ddot{a}_{24:1} \\ &= 8.564.756,314(3) \end{aligned}$$

Kemudian (2) dan (3) digunakan untuk menghitung cadangan akhir tahun semikontinu asuransi endowment 20 tahun pembayaran premi bulanan menggunakan metode prospektif.

$$\begin{aligned} &{}_4V^{(12)} \\ &= {}_4V(\bar{A}_{20:20}) \left[1 + \frac{11}{24} {}_5P^{(12)}(\bar{A}_{20:20}) \right] \\ &= 8.868.523,271 \end{aligned}$$

Jadi, nilai cadangan akhir tahun pada asuransi jiwa endowment 20 tahun pembayaran premi bulanan menggunakan metode prospektif sebesar Rp8.868.523,271. Hasil perhitungan cadangan akhir tahun lebih lengkapnya ditampilkan pada Lampiran IV. Dari hasil perhitungan, dapat disimpulkan bahwa cadangan akhir tahun dari tahun ke tahun semakin besar. Pada saat akhir jangka waktu besar cadangan sama dengan nilai santunan.

3. NILAI TEBUS

Nilai tebus adalah sejumlah uang yang diberikan perusahaan asuransi kepada pemegang polis karena pembatalan polis [6]. Perhitungan nilai tebus dapat dikerjakan mengikuti cara perhitungan cadangan premi [5]. Berdasarkan metode ini, biaya suatu polis terdiri atas dua bagian:

- 1) Suatu biaya B yang besarnya sama tiap tahun selama jangka waktu pembayaran premi.
- 2) Biaya tambahan tahun pertama, misalnya B' . Jadi jumlah biaya menjadi $B + B'$.

Sebagai contoh, asuransi seumur hidup bagi orang berusia x , nilai tebus pada akhir tahun polis ke t , dengan lambang ${}_tNT_x$ adalah :

$${}_tNT_x = A_{x+t} - P_x^D \cdot \ddot{a}_{x+t}$$

Disamping mengharuskan menggunakan tabel mortalitas yang mutahir dan tingkat bunga maksimum, B' ditentukan berdasarkan :

- a) \$20 per \$1000 asuransi (santunan); tambah
- b) 40% dari premi disesuaikan (P^D), tapi besarnya tidak melebihi \$16; tambah
- c) 25% dari premi disesuaikan untuk polis tersebut atau dari premi disesuaikan untuk polis asuransi seumur hidup, bila lebih kecil besarnya, tapi tidak melebihi \$10.

\bar{P}_x^D pada asuransi jiwa kontinu dalam tugas akhir ini pembayaran preminya menggunakan anuitas dibayar c kali dalam setahun. Rumus \bar{P}_x^D pada asuransi jiwa kontinu, yaitu $\bar{P}_x^D \cdot \ddot{a}_x^{(c)} = \bar{A}_x + B'$ atau $\bar{P}_x^D = \frac{\bar{A}_x + B'}{\ddot{a}_x^{(c)}}$ dengan perhitungan:

$$\begin{aligned} B' &= 0,40 \bar{P}_x^D + 0,25 \bar{P}_x^D \\ &\quad + 0,02 \cdot \text{santunan} \end{aligned}$$

Langkah pertama untuk menghitung nilai tebus adalah menghitung \bar{P}_x^D . Jika $\bar{P}_x^D \leq 0,04 \cdot \text{santunan}$ maka dapat langsung digunakan untuk menghitung nilai tebus minimum pada

akhir tahun ke- t , jika $\bar{P}_x^D > 0,04 \cdot \text{santunan}$ maka dicari lagi dengan menggunakan perhitungan:

$$B' = 0,016 \cdot \text{santunan} \\ + 0,010 \cdot \text{santunan} \\ + 0,020 \cdot \text{santunan}$$

\bar{P}_x^D yang diperoleh digunakan untuk mencari $\bar{P}_{x:m}^D$ yaitu premi yang disesuaikan untuk asuransi jiwa kontinu berikut :

1. Asuransi Seumur Hidup kontinu pembayaran premi n tahun

$$\bar{P}_{x:m}^D \cdot \ddot{a}_{x:n}^{(c)} = \bar{A}_x + B' \\ = \bar{A}_x + 0,02 \cdot \text{santunan} + \\ 0,4 P_{x:m}^D + 0,25 \bar{P}_x^D$$

2. Asuransi Berjangka m tahun kontinu pembayaran premi n tahun

$$\bar{P}_{x:m}^D \cdot \ddot{a}_{x:n}^{(c)} = \bar{A}'_{x:m} + B' \\ = \bar{A}'_{x:m} + 0,02 \cdot \text{santunan} \\ + 0,4 P_{x:m}^D + 0,25 \bar{P}_x^D$$

3. Asuransi Endowment m tahun kontinu pembayaran premi n tahun

$$\bar{P}_{x:m}^D \cdot \ddot{a}_{x:n}^{(c)} = \bar{A}_{x:m} + B' \\ = \bar{A}_{x:m} + 0,02 \cdot \text{santunan} \\ + 0,4 P_{x:m}^D + 0,25 \bar{P}_x^D$$

Jika $\bar{P}_{x:m}^D \leq 0,04 \cdot \text{santunan}$ maka langsung dapat digunakan untuk menghitung nilai tebus minimum pada akhir tahun ke- t , tetapi jika $\bar{P}_{x:m}^D > 0,04 \cdot \text{santunan}$, maka $\bar{P}_{x:m}^D$ dicari lagi dengan menggunakan rumus sebagai berikut :

1. Asuransi Seumur Hidup pembayaran premi n tahun

$$\bar{P}_{x:m}^D \cdot \ddot{a}_{x:n}^{(c)} = \bar{A}_x + B' \\ = \bar{A}_x + 0,02 \cdot \text{santunan} \\ + 0,016 \cdot \text{santunan} + 0,25 \bar{P}_x^D$$

2. Asuransi Berjangka m tahun pembayaran premi n tahun

$$\bar{P}_{x:m}^D \cdot \ddot{a}_{x:n}^{(c)} = \bar{A}'_{x:m} + B' \\ = \bar{A}'_{x:m} + 0,02 \cdot \text{santunan} \\ + 0,016 \cdot \text{santunan} + 0,25 \bar{P}_x^D$$

3. Asuransi Endowment m tahun pembayaran premi n tahun

$$\bar{P}_{x:m}^D \cdot \ddot{a}_{x:n}^{(c)} = \bar{A}_{x:m} + B' \\ = \bar{A}_{x:m} + 0,02 \cdot \text{santunan} \\ + 0,016 \cdot \text{santunan} + 0,25 \bar{P}_x^D$$

Nilai Tebus untuk masing-masing asuransi diatas adalah:

1. Asuransi Seumur Hidup kontinu pembayaran premi n tahun

$${}_tNT_x = \bar{A}_{x+t} - \bar{P}_{x:m}^D \cdot \ddot{a}_{x+t:n-t}^{(c)}$$

2. Asuransi Berjangka m tahun kontinu pembayaran premi n tahun

$${}_tNT_x = \bar{A}'_{x+t:m-t} - \bar{P}_{x:m}^D \cdot \ddot{a}_{x+t:n-t}^{(c)}$$

3. Asuransi Endowment m tahun kontinu pembayaran premi n tahun

$${}_tNT_x = \bar{A}_{x+t:m-t} - \bar{P}_{x:m}^D \cdot \ddot{a}_{x+t:n-t}^{(c)}$$

4. EXTENDED INSURANCE

Extended insurance adalah perubahan masa pertanggungan tanpa merubah jumlah uang pertanggungan [4]. Pada cara ini kontrak asuransinya berubah menjadi asuransi berjangka [4]. Persamaan *extended insurance* adalah sebagai berikut :

$${}_tNT = B \cdot \bar{A}_{x+t:s}$$

$s \leq m-t$ dengan $m =$ jangka waktu asuransi

dengan

${}_tNT$: nilai tebus yang digunakan untuk menghitung perubahan masa pertanggungan

B : santunan asuransi sesuai dengan kontrak

Paid up insurance adalah perubahan besarnya uang pertanggungan menjadi lebih kecil tanpa merubah masa pertanggungan. Persamaan *paid up insurance* untuk masing-masing asuransi adalah sebagai berikut:

1. Asuransi Seumur Hidup

$${}_tNT(\bar{A}_x) = W \cdot \bar{A}_{x+t}$$

$$\frac{{}_tNT(\bar{A}_x)}{\bar{A}_{x+t}} = W$$

2. Asuransi Berjangka

$${}_tNT(\bar{A}'_{x:m}) = W \cdot \bar{A}'_{x+t:m-t}$$

$$\frac{{}_tNT(\bar{A}'_{x:m})}{\bar{A}'_{x+t:m-t}} = W$$

3. Asuransi Endowment

$${}_tNT(\bar{A}_{x:m}) = W \cdot \bar{A}_{x+t:m-t}$$

$$\frac{{}_tNT(\bar{A}_{x:m})}{\bar{A}_{x+t:m-t}} = W$$

dengan

W : santunan asuransi yang berubah karena *paid up insurance*.

Contoh kasus perhitungan *extended insurance* dan *paid up insurance* yang sebelumnya didahului perhitungan nilai tebus adalah sebagai berikut :

Kasus 1

Thomas berusia 20 tahun membeli asuransi seumur hidup santunan 25 juta rupiah pembayaran premi bulanan selama 5 tahun. Jika pada akhir tahun ke-4 Thomas mengundurkan diri, maka nilai tebus yang akan diberikan perusahaan asuransi adalah sebagai berikut:

Langkah pertama menghitung P_{20}^D

$$\begin{aligned} P_{20}^D \cdot \ddot{a}_{20}^{(12)} &= 25.10^6 \bar{A}_{20} P_{20}^D \\ &+ 0,02(25.10^6) \\ &+ 0,65 P_{20}^D \\ &= \frac{25.10^6 \bar{A}_{20} + 0,02(25.10^6)}{\ddot{a}_{20}^{(12)} - 0,65} \\ &= 162.610,624 \end{aligned}$$

Karena $P_{20}^D < 0,04(25.10^6) = 10^6$, maka langsung dilanjutkan mencari $P_{20:5}^D$

$$\begin{aligned} P_{20:5}^D \cdot \ddot{a}_{20:5}^{(12)} &= 25.10^6 \bar{A}_{20} 0,02 (25.10^6) \\ &+ 0,4 P_{20:5}^D + 0,25 P_{20}^D \\ P_{20:5}^D &= \frac{25.10^6 \bar{A}_{20} + 0,02 (25.10^6) + 0,25 P_{20}^D}{\ddot{a}_{20:5}^{(12)} - 0,4} \\ &= 660.167,487(1) \end{aligned}$$

Selanjutnya nilai (1) digunakan untuk menghitung nilai tebus minimum pada akhir tahun ke-4:

$$\begin{aligned} {}_tNT_x &= \bar{A}_{x+t} - P_{x:m}^D \cdot \ddot{a}_{x+t:n-t}^{(12)} \\ {}_4NT_{20} &= 25.10^6 \bar{A}_{24} - P_{20:5}^D \cdot \ddot{a}_{24:1}^{(12)} \\ &= 1.751.861,316 \end{aligned}$$

Jadi, perusahaan asuransi akan membayar nilai tebus sebesar Rp1.751.861,316 kepada Thomas dan Thomas berhenti dari asuransi. Hasil perhitungan nilai tebus lebih lengkapnya ditampilkan pada Lampiran II. Dari hasil perhitungan dapat disimpulkan bahwa besar nilai tebus dari tahun ke tahun semakin besar dan pada tahun-tahun permulaan nilai tebus tersebut bernilai negatif karena pada permulaan tahun uang tersebut sudah digunakan untuk kebutuhan administrasi. Jika Thomas

berhenti dari asuransi, maka dengan kata lain perusahaan asuransi merugi. Apabila Thomas ingin melanjutkan asuransi tanpa membayar premi, maka dapat dilakukan *paid up insurance* dan *extended insurance* sebagai berikut :

1. Untuk menghitung *paid up insurance*, digunakan persamaan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} {}_tNT(\bar{A}_x) &= W \cdot \bar{A}_{x+t} \\ 1.751.861,316 &= W \cdot \bar{A}_{24} \\ 1.751.861,316 &= W \frac{\bar{M}_{24}}{D_{24}} \\ 1.751.861,316 &= W \cdot 0,095 \\ 18.286.225,8 &= W \end{aligned}$$

Dari perhitungan diatas diperoleh nilai W sebesar 18.286.225,8. Jadi, Thomas tetap mengikuti asuransi seumur hidup tanpa membayar premi dan santunan yang diberikan sebesar Rp18.286.225,8

2. Untuk menghitung *extended insurance*, digunakan persamaan sebagai berikut :

$$\begin{aligned} {}_tNT &= B \bar{A}_{x+t:s} \\ 1.751.861,316 &= 25.10^6 \bar{A}'_{24:s} \\ 0,070074453 &= \bar{A}'_{24:s} ; s \leq z - 24 \end{aligned}$$

Nilai s dicari dengan cara coba-coba, sedemikian hingga dihasilkan $\bar{A}'_{24:s}$ yang mendekati 0,070074453. Dari hasil coba-coba tersebut ternyata diperoleh nilai s sebesar 47 dan 48.

Untuk $s = 47$, maka :

$$\begin{aligned} \bar{A}'_{24:47} &= \frac{\bar{M}_{24} - \bar{M}_{71}}{D_{24}} \\ &= 0,06908127 \end{aligned}$$

Untuk $s = 48$, maka :

$$\begin{aligned} \bar{A}'_{24:48} &= \frac{\bar{M}_{24} - \bar{M}_{72}}{D_{24}} \\ &= 0,070974986 \end{aligned}$$

Sehingga $47 < s < 48$, maka :

$$\bar{A}'_{24:48} - \bar{A}'_{24:47} = 0,0018937$$

Jumlah hari

$$= \frac{0.070074453 - 0.06908127}{0.0018937} \times 365 = 191,43 \approx$$

191 hari

Dari perhitungan diatas, maka jangka waktu asuransi diperpanjang 47 tahun 191 hari. Jadi, Thomas tetap mengikuti

asuransi dan asuransinya berubah menjadi asuransi berjangka tanpa membayar premi. Jika Thomas meninggal sebelum berusia 71 tahun 191 hari ahli waris akan menerima santunan 25 juta.

Kasus 2

Thomas berusia 20 tahun membeli asuransi berjangka 20 tahun pembayaran premi bulanan selama 5 tahun santunan 25 juta rupiah. Jika pada akhir tahun ke-4 Thomas mengundurkan diri, maka nilai tebus yang akan diberikan perusahaan asuransi adalah sebagai berikut:

Langkah pertama menghitung P_{20}^D

$$P_{20}^D \cdot \ddot{a}_{20}^{(12)} = 25 \cdot 10^6 \bar{A}_{20} 0,02 (25 \cdot 10^6) + 0,65 P_{20}^D$$

$$P_{20}^D = \frac{25 \cdot 10^6 \bar{A}_{20} + 0,02 (25 \cdot 10^6)}{\ddot{a}_{20}^{(12)} - 0,65} = 162.610,624$$

Karena $P_{20}^D < 0,04(25 \cdot 10^6) = 10^6$, maka langsung dilanjutkan mencari

$$P_{20:20}^D \cdot \ddot{a}_{20:5}^{(12)} = 25 \cdot 10^6 \bar{A}'_{20:20} + 0,02 (25 \cdot 10^6) + 0,4 P_{20:20}^D + 0,25 P_{20}^D$$

$$P_{20:20}^D = \frac{25 \cdot 10^6 \bar{A}'_{20:20} + 0,02 (25 \cdot 10^6) + 0,25 P_{20}^D}{\ddot{a}_{20:5}^{(12)} - 0,4} = 280.084,879 (1)$$

Selanjutnya, nilai (1) digunakan untuk menghitung nilai tebus minimum pada akhir tahun ke-4:

$$\begin{aligned} {}_tNT_x &= \bar{A}'_{x+t:m-t} - P_{x:m}^D \cdot \ddot{a}_{x+t:n-t}^{(12)} \\ {}_4NT_{20} &= 25 \cdot 10^6 \bar{A}'_{24:16} - P_{20:20}^D \cdot \ddot{a}_{24:1}^{(12)} \\ &= 25 \cdot 10^6 \left(\frac{\bar{M}_{24} - \bar{M}_{40}}{D_{24}} \right) \\ &= 280.084,879(0,974) \\ &= 228.429,873 \end{aligned}$$

Jadi, perusahaan asuransi akan membayar nilai tebus sebesar Rp228.429,873 kepada Thomas, dan Thomas berhenti dari asuransi. Hasil perhitungan nilai tebus lebih lengkapnya ditampilkan pada Lampiran III. Dari hasil perhitungan dapat disimpulkan bahwa besar nilai tebus pada

permulaan tahun bernilai negative karena pada permulaan tahun uang tersebut digunakan untuk kebutuhan administrasi. Jika Thomas berhenti dari asuransi, maka dengan kata lain perusahaan asuransi akan merugi. Apabila Thomas ingin melanjutkan asuransi tanpa membayar premi, maka dapat dilakukan *paid up insurance* dan *extended insurance* sebagai berikut:

1. Untuk menghitung *paid up insurance* digunakan persamaan sebagai berikut :

$$\begin{aligned} {}_tNT(\bar{A}'_{x:m}) &= W \bar{A}'_{x+t:m-t} \\ 228.429,873 &= W \bar{A}'_{24:16} \\ 228.429,873 &= W \left(\frac{\bar{M}_{24} - \bar{M}_{40}}{D_{24}} \right) \\ 228.429,873 &= W(0,020) \\ 11.391.561,92 &= W \end{aligned}$$

Dari perhitungan diatas diperoleh nilai W sebesar 11.391.561,92, jadi Thomas tetap mengikuti asuransi sampai usia 40 tahun tanpa membayar premi. Jika Thomas meninggal sebelum berusia 40 tahun, santunan yang diberikan sebesar Rp11.391.561,92 tetapi jika hidup sampai usia 40 tahun Thomas tidak mendapatkan santunan.

2. Untuk menghitung *extended insurance*, digunakan persamaan sebagai berikut :

$$\begin{aligned} {}_tNT &= B \cdot \bar{A}'_{x+t:s} \\ 228.429,873 &= 25 \cdot 10^6 \bar{A}'_{24:s} \\ 0,009137195 &= \bar{A}'_{24:s}; s \leq 16 \end{aligned}$$

Nilai s dicari dengan cara coba-coba, sedemikian hingga dihasilkan $\bar{A}'_{24:s}$ yang mendekati 0,009137195. Dari hasil coba-coba tersebut ternyata diperoleh nilai s sebesar 6 dan 7.

Untuk s = 6, maka :

$$\begin{aligned} \bar{A}'_{24:6} &= \frac{\bar{M}_{24} - \bar{M}_{30}}{D_{24}} \\ &= 0,00885106 \end{aligned}$$

Sedangkan, untuk s = 7, maka :

$$\begin{aligned} \bar{A}'_{24:7} &= \frac{\bar{M}_{24} - \bar{M}_{31}}{D_{24}} \\ &= 0,01004144 \end{aligned}$$

Sehingga $6 < s < 7$, maka :

$$\bar{A}'_{24:7} - \bar{A}'_{24:6} = 0,00119038$$

Jumlah

$$\text{hari} = \frac{0,009137195 - 0,00885106}{0,00119038} \times 365 =$$

$$87,73 \approx 87 \text{ hari}$$

Dari perhitungan diatas, maka jangka waktu asuransi diperpanjang 6 tahun 87 hari. Jadi, Thomas tetap mengikuti asuransi tanpa membayar premi. Jika meninggal sebelum berusia 30 tahun 87 hari ahli waris akan menerima santunan 25 juta.

Kasus 3

Thomas berusia 20 tahun membeli asuransi endowment 20 tahun pembayaran premi bulanan selama 5 tahun santunan 25 juta rupiah. Jika pada akhir tahun ke-4 Thomas mengundurkan diri, maka nilai tebus yang akan diberikan perusahaan asuransi adalah sebagai berikut:

Langkah pertama menghitung P_{20}^D

$$\begin{aligned} P_{20}^D \cdot \ddot{a}_{20}^{(12)} &= 25.10^6 \bar{A}_{20} \\ &+ 0,02 (25.10^6) \\ &+ 0,65 P_{20}^D \\ P_{20}^D &= \frac{25.10^6 \bar{A}_{20} + 0,02 (25.10^6)}{\ddot{a}_{20}^{(12)} - 0,65} \\ &= 162.610,624 \end{aligned}$$

Karena $P_{20}^D < 0,04(25.10^6) = 10^6$, maka langsung dilanjutkan mencari

$$\begin{aligned} P_{20:20}^D \cdot \ddot{a}_{20:5}^{(12)} &= 25.10^6 \bar{A}_{20:20} \\ &+ 0,02(25.10^6) \\ &+ 0,4 P_{20:20}^D + 0,25 P_{20}^D \\ P_{20:20}^D &= \frac{25.10^6 \bar{A}_{20:20} + 0,02 (25.10^6) + 0,25 P_{20}^D}{\ddot{a}_{20:5}^{(12)} - 0,4} \\ &= 2.267.012,773 \end{aligned}$$

Terlihat $P_{20:20}^D > 0,04(25.10^6) = 10^6$, sehingga harus dicari dengan cara lain yaitu:

$$\begin{aligned} P_{20:20}^D \cdot \ddot{a}_{20:5}^{(12)} &= 25.10^6 \bar{A}_{20:20} + \\ &0,02 (25.10^6) \\ &+ 0,016(25.10^6) \\ &+ 0,25 P_{20}^D \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P_{20:20}^D &= \frac{25.10^6 \bar{A}_{20:20} + 0,02 (25.10^6) + 0,016(25.10^6) + 0,25 P_{20}^D}{\ddot{a}_{20:5}^{(12)}} \\ &= 2.150.612,472 \end{aligned} \quad (1)$$

Selanjutnya nilai (1) digunakan untuk menghitung nilai tebus minimum pada akhir tahun ke-4:

$$\begin{aligned} {}_tNT_x &= \bar{A}_{x+t:m-t} - \\ P_{x:m}^D \cdot \ddot{a}_{x+t:n-t} &= 25.10^6 \bar{A}_{24:16} - \\ {}_4NT_{20} &= 8.305.760,006 \\ P_{20:20}^D \cdot \ddot{a}_{24:1}^{(12)} & \end{aligned}$$

Jadi, perusahaan asuransi akan membayar nilai tebus sebesar Rp8.305.760,006 kepada Thomas dan Thomas berhenti dari asuransi. Hasil perhitungan nilai tebus lebih lengkapnya ditampilkan pada lampiran IV. Dari hasil perhitungan dapat disimpulkan bahwa besar nilai tebus dari tahun ke tahun semakin besar. Pada akhir tahun jangka waktu polis, nilai tebus sama dengan nilai santunan yang diberikan. Jika Thomas berhenti dari asuransi, maka dengan kata lain perusahaan asuransi akan merugi. Apabila Thomas ingin melanjutkan asuransi tanpa membayar premi, maka dapat dilakukan *paid up insurance* dan *extended insurance* sebagai berikut:

1. Untuk menghitung *paid up insurance*, digunakan persamaan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} {}_tNT(\bar{A}_{x:m}) &= W \bar{A}_{x+t:m-t} \\ 8.305.760,006 &= W \bar{A}_{24:16} \\ 8.305.760,006 &= W \left(\frac{\bar{M}_{24} - \bar{M}_{40} + D_{40}}{D_{24}} \right) \\ 8.305.760,006 &= W(0,14) \\ 19.963.695,680 &= W \end{aligned}$$

Dari perhitungan diatas diperoleh nilai W sebesar 19.963.695,680, jadi bila Thomas meninggal sebelum usia 40 tahun maupun hidup mencapai usia 40 tahun akan memperoleh uang sebesar Rp19.963.695,680.

2. Untuk menghitung *extended insurance*, digunakan persamaan sebagai berikut :

$$\begin{aligned} {}_tNT &= B \bar{A}'_{x+t:s} \\ 8.305.760,006 &= 25.10^6 \bar{A}'_{24:s} \\ 0,3322304 &= \bar{A}'_{24:s}; s \leq 16 \end{aligned}$$

Nilai s dicari dengan cara coba-coba, sedemikian hingga dihasilkan

$\bar{A}'_{24:s}$ yang mendekati 0,3322304. Dari hasil coba-coba tersebut ternyata sampai s maksimal sebesar 16 nilainya masih jauh dari 0,3322304, yaitu untuk $s = 16$, diperoleh :

$$\begin{aligned}\bar{A}'_{24:16} &= \frac{\bar{M}_{24} - \bar{M}_{40}}{D_{241}} \\ &= 0,020052551\end{aligned}$$

Karena nilai $\bar{A}'_{24:16}$ masih jauh dari 0,3322304, maka jika digunakan untuk menghitung nilai tebus masih akan ada sisa uang. Hasil perhitungan nilai tebus yang dibayarkan untuk asuransi berjangka 16 tahun adalah sebagai berikut :

$$\begin{aligned}{}_4NT_{20} &= B\bar{A}'_{x+t:s} \\ &= 25 \cdot 10^6 \bar{A}'_{24:16} \\ &= 25 \cdot 10^6 (0,020052551) \\ &= 501.313,7668\end{aligned}$$

Ternyata nilai tebus yang dibayarkan untuk asuransi berjangka 16 tahun adalah 501.313,7668, sehingga sisa $8.305.760,006 - 501.313,7668 = 7.804.446,239$

Sisa uang tersebut digunakan untuk membeli endowment murni

$$\begin{aligned}({}_{16}E_{24}) &= 7.804.446,239 \\ B({}_{16}E_{24}) &= 7.804.446,239 \\ &= B\left(\frac{D_{40}}{D_{24}}\right) \\ &= B(0,395) \\ 19.708.662,52 &= B\end{aligned}$$

Dari perhitungan diatas diperoleh nilai B sebesar 19.708.662,52, jadi Thomas tetap mengikuti asuransi dan asuransinya berubah menjadi berjangka tanpa membayar premi. Jika Thomas hidup mencapai usia 40 tahun dia mendapat uang sebesar Rp19.708.662,52 tetapi jika Thomas meninggal sebelum usia 40 tahun ahli waris akan menerima santunan 25 juta.

5. PENUTUP

Berdasarkan pembahasan pada bab-bab sebelumnya, maka dapat diambil kesimpulan sebagai berikut :

1. Pada contoh kasus asuransi jiwa seumur hidup dan asuransi jiwa berjangka nilai tebus pada awal permulaan tahun bernilai negatif, sedangkan pada contoh kasus asuransi jiwa endowment nilai tebus lebih kecil dari premi, hal ini disebabkan pada permulaan tahun uang yang dibayarkan sudah digunakan untuk kebutuhan administrasi perusahaan asuransi tersebut.
2. Pada contoh kasus asuransi jiwa seumur hidup cadangan akhir tahun dari tahun ke tahun semakin besar, tetapi pada akhir jangka waktu polis cadangan akhir tahun bernilai nol. Pada contoh kasus asuransi jiwa berjangka cadangan akhir tahun dari tahun ke tahun semakin besar, tetapi pada saat sudah tidak ada pembayaran premi cadangan akhir tahun dari tahun ke tahun semakin kecil bahkan pada akhir jangka waktu polis cadangan akhir tahun bernilai nol. Dengan kata lain, jika sampai akhir jangka waktu asuransi tertanggung masih hidup (tidak meninggal), maka tidak mendapat santunan. Sedangkan pada contoh kasus asuransi endowment cadangan akhir tahun dari tahun ke tahun semakin besar, dan pada akhir jangka waktu polis cadangan akhir tahun bernilai sama dengan santunan. Dengan kata lain, jika sampai akhir jangka waktu tertanggung masih hidup (tidak meninggal), maka tertanggung akan mendapat santunan.
3. Nilai tebus pada contoh kasus lebih kecil dari cadangan premi. Tetapi pada saat sudah tidak ada pembayaran premi, nilai tebus sama dengan cadangan premi.

6. DAFTAR PUSTAKA

- [1] Bapepam. *Peraturan Pemerintah Republik Indonesia Nomor 73 Tahun 1992*. www.bapepam.go.id. Diakses tanggal 2 oktober 2012.
- [2] Bowers, N.L,Jr, Gerber, H.U, Hickman, J.C, Jones, D.A, dan Nesbitt,

C.J. 1986. *Actuarial Mathematic*, second edition. The society of actuaries. Itasca illionis.

[3] Futami, T. 1994. Matematika Asuransi Jiwa Bagian I diterjemahkan Gatot Herliyanto. Incorporated Foundation Oriental Life Insurance Cultural Development Center. 4-4-1 Hongoku-Cho, Nihonbashi, Chuo-ku, Tokyo, Japan.

[4] Futami, T. 1994. Matematika Asuransi Jiwa Bagian II diterjemahkan Gatot Herliyanto. Incorporated Foundation Oriental Life Insurance Cultural

Development Center. 4-4-1 Hongoku-Cho, Nihonbashi, Chuo-ku, Tokyo, Japan.

[5] Larson, R.E, dan Gaumnitz, E.A. 1951. *Life Insurance Mathematics*. New York. John Willey & Sons, Inc.

[6] Sembiring, R.K.1986. *Buku Materi Pokok Asuransi I dan II*. Karunia Jakarta. Universitas Terbuka.

[7] Bringinlife.2012. *Bringinlife Asuransi Jiwa dan Kesehatan*.

<http://www.bringinlife.co.id/danadwiguna.aspx> Diakses tanggal 22 September 2012.