

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Teori graf merupakan salah satu cabang ilmu matematika yang banyak digunakan untuk mempermudah suatu penyelesaian masalah. Dengan merepresentasikan persoalan ke dalam bentuk graf, maka persoalan dijelaskan secara lebih sederhana.

Pada abad ke – 18, Euler memperkenalkan dasar pengembangan teori graf. Pada saat itu di kota Koningsberg, terdapat suatu sungai yang membelah kota menjadi empat daratan yang terpisah. Daratan tersebut dihubungkan oleh tujuh jembatan. Warga kota tersebut ingin melewati setiap jembatan tepat satu kali dan kembali lagi ke tempat awal. Euler membuktikan, dengan menggunakan suatu bentuk representasi tertentu, bahwa hal itu tidak mungkin. Bentuk representasi itu berkembang menjadi teori graf yang kita kenal saat ini.

Suatu graf G terdiri dari gabungan himpunan tak kosong titik $V(G)$ dan himpunan sisi $E(G)$ yang menghubungkan titik – titik pada G . Banyaknya anggota pada himpunan titik dinyatakan sebagai $p, |p| > 0$, dan banyaknya anggota himpunan sisi pada graf G dinyatakan sebagai $q, |q| \geq 0$. Banyak titik atau sisi pada graf disebut sebagai kardinalitas graf.

Suatu **pelabelan** (*labeling*) pada graf adalah suatu pemetaan yang memetakan suatu himpunan dari elemen – elemen pada graf ke suatu himpunan bilangan bulat positif. Pada umumnya domain dari pemetaan ini adalah himpunan

titik (pelabelan titik), himpunan sisi (pelabelan sisi), atau himpunan titik dan himpunan sisi (sehingga pelabelan ini disebut Pelabelan total).

Pada tahun 1980 Graham dan Sloane memperkenalkan pelabelan harmonis yang berawal dari masalah pada *error-correcting code*. Pelabelan harmonis memiliki beberapa aplikasi, salah satunya untuk pembagian saluran radio. Misalkan tersedia sebanyak q saluran frekuensi, titik – titik pada graf merepresentasikan stasiun komunikasi dan sisi pada graf tersebut merepresentasikan jalur komunikasi dari satu stasiun ke stasiun yang lain. Dengan memberikan label berbeda pada setiap stasiun, setiap jalur komunikasi dapat memperoleh saluran frekuensi dengan menjumlahkan label dua stasiun yang berkomunikasi yang menghasilkan label berbeda (Graham dan Sloane, 1980).

Dalam pengembangan pelabelan harmonis, dikenal pula pelabelan k – sekuensial (*k – sequential labeling*), pelabelan (k, d) – aritmetik (*(k, d) – arithmetic labeling*), pelabelan (k, d) – indexable (*(k, d) – indexable labeling*), pelabelan elegan (*elegant labeling*), pelabelan felicitasi (*felicitious labeling*), pelabelan harmonis ganjil (*odd harmonious labeling*).

Kajian terdahulu mengenai pelabelan harmonis telah dibahas pada tesis yang berjudul pelabelan harmonis pada kombinasi gabungan graf *caterpillar* dan graf *firecracker* teratur (Pahrin Wirnadian : 2010). Oleh karena itu, penulis tertarik untuk meneliti tentang pengembangan dari pelabelan harmonis yaitu pelabelan sekuensial pada salah satu subkelas graf pohon yaitu graf *caterpillar*. Oleh itu, penulis akan melakukan kajian tentang pelabelan sekuensial pada graf hasil pengikatan dan penggabungan graf *caterpillar*.

1.2 Perumusan Masalah

Mengkonstruksi pelabelan sekuensial untuk suatu graf bukanlah hal yang mudah, dan tidak semua graf bisa diberi label dengan pelabelan sekuensial. Dalam tulisan ini difokuskan pada masalah bagaimana pelabelan sekuensial pada graf hasil penggabungan dan pengikatan graf *caterpillar* sehingga dihasilkan graf baru yang merupakan graf sekuensial.

1.3 Pembatasan Masalah

Permasalahan ini dibatasi pada pembahasan mengenai pelabelan sekuensial dengan graf sederhana, terhubung, berhingga dan tidak berarah. Graf – graf yang digabungkan maupun diikatkan merupakan graf *caterpillar* yang isomorfis.

1.4 Tujuan Penulisan

Adapun tujuan penulisan tugas akhir ini adalah sebagai berikut:

- i. Mengkaji pelabelan harmonis dan pelabelan sekuensial pada graf *caterpillar*.
- ii. Menunjukkan bahwa konstruksi pengikatan pada dua graf *caterpillar* merupakan graf sekuensial.
- iii. Menunjukkan bahwa konstruksi penggabungan graf *caterpillar* dan graf *star* yang memiliki titik liontin genap merupakan graf sekuensial.

1.5 Metode Penulisan

Metode yang digunakan penulis dalam penyusunan tugas akhir ini adalah metode tinjauan pustaka (*study literature*) yaitu dengan memahami jurnal dan mengumpulkan bahan pustaka yang berhubungan dengan pelabelan graf. Terlebih

dahulu penulis akan menjabarkan materi – materi dasar yang berkaitan dengan graf. Selanjutnya penulis akan menjelaskan mengenai definisi dari graf harmonis dan graf sekuensial serta membuktikan bahwa graf *caterpillar* merupakan graf harmonis dan graf sekuensial. Setelah itu penulis akan menjabarkan beberapa definisi dan teorema yang berkaitan dengan pelabelan sekuensial pada graf hasil pengikatan dan penggabungan graf *caterpillar*.

1.6 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan tugas akhir ini meliputi empat bab, yaitu pendahuluan, teori penunjang, pembahasan dan bab yang terakhir yaitu penutup.

Bab I merupakan bab pendahuluan, pada bab ini dijelaskan latar belakang, rumusan masalah, pembatasan masalah, tujuan penulisan, metode penulisan, dan sistematika penulisan. Bab II merupakan bab teori penunjang, bab ini memberikan definisi – definisi dan konsep dasar dalam teori graf dan pelabelan graf. Bab III pembahasan, bab ini memuat tentang pembahasan mengenai pelabelan sekuensial pada graf hasil pengikatan dan penggabungan graf *caterpillar*. Pada bab IV merupakan bab penutup yang memberikan kesimpulan yang diperoleh dari hasil penelitian yang telah dilakukan serta saran yang dapat diberikan atas hasil penelitian.