

BAB I

PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang

Struktur aljabar merupakan himpunan yang tidak kosong dengan satu atau lebih operasi biner dan aksioma-aksioma yang berlaku.

Misalkan X himpunan tak kosong dengan operasi biner “ $*$ ” serta memenuhi aksioma tertutup dan asosiatif maka akan membentuk struktur aljabar yang disebut semigrup. Jika suatu semigrup mempunyai elemen identitas dan setiap elemennya mempunyai invers maka disebut grup.

Mula-mula diperkenalkan himpunan tak kosong dengan satu operasi biner, selanjutnya diperkenalkan himpunan tak kosong dengan dua operasi biner yang memenuhi aksioma-aksioma tertentu, hal inilah yang membentuk struktur aljabar seperti ring, semiring, dan hemiring.

Sebuah himpunan R disebut ring jika himpunan R merupakan grup komutatif terhadap operasi penjumlahan, operasi pergandaannya bersifat asosiatif, serta kedua operasi penjumlahan dan pergandaannya bersifat distributif kanan dan distributif kiri. Dari sifat-sifat ini dapat diperlemah dan menjadi struktur aljabar yaitu semiring yang merupakan semigrup terhadap kedua operasi binernya selanjutnya memenuhi distributif kanan dan distributif kiri. Jika suatu semiring berelemen netral dan bersifat komutatif maka akan membentuk hemiring. Hemiring merupakan ring yang diperlemah sebagai semigrup terhadap operasi

penjumlahan, dengan kata lain hemiring merupakan ring dimana setiap elemennya tidak mempunyai elemen invers penjumlahan.

Selanjutnya dari definisi hemiring dapat diperkenalkan struktur aljabar yang disebut sebagai semialjabar atas hemiring. Hemiring R dikatakan semialjabar atas S , di mana S adalah hemiring, jika R adalah semimodul kiri dan kanan atas S yang memenuhi $(ax)b = a(xb)$ untuk setiap $a, b \in S$ dan $x \in R$.

Dalam tugas akhir ini akan dibahas mengenai struktur semialjabar atas hemiring dan kongruensinya.

1.2. Perumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang telah diuraikan, permasalahan yang akan dibahas dalam tugas akhir ini adalah bagaimana struktur semialjabar atas hemiring.

1.3. Pembatasan Masalah

Dalam pembahasan tugas akhir ini hanya terbatas pada pembentukan semialjabar atas hemiring dan kongruensi pada semialjabar atas hemiring.

1.4. Tujuan Penulisan

Tujuan penulisan tugas akhir ini adalah mengetahui struktur dari semialjabar atas hemiring dan mengetahui sifat-sifat kongruensi pada semialjabar atas hemiring.

1.5. Metode Penulisan

Metode yang digunakan penulis dalam penyusunan tugas akhir ini adalah studi literatur. Terlebih dahulu penulis menjabarkan materi-materi dasar yang berkaitan seperti relasi, semigrup, dan kongruensi pada semigrup. Selanjutnya penulis menjabarkan mengenai definisi, teorema, bukti, serta contoh dari semialjabar atas hemiring dan kongruensi pada semialjabar atas hemiring.

1.6. Sistematika Penulisan

Tugas akhir ini terdiri atas empat bab. Bab I berisi pendahuluan yang menjelaskan latar belakang, perumusan masalah, pembatasan masalah, tujuan penulisan, metode penulisan, dan sistematika penulisan. Bab II berisi teori-teori dasar yang digunakan dalam pembahasan tugas akhir ini yang meliputi pemetaan, relasi biner, semigrup, dan kongruensi pada semigrup. Bab III berisi tentang semialjabar atas hemiring, dan kongruensi pada semialjabar atas hemiring. Bab IV berisi kesimpulan dari keseluruhan bahasan pada tugas akhir ini.