

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Salah satu kajian menarik dalam analisis adalah teori himpunan. Himpunan merupakan konsep dasar dari semua cabang matematika bahkan sudah diperkenalkan dalam pendidikan matematika pada saat sekolah dasar. Himpunan adalah kumpulan obyek yang berbeda yang mempunyai syarat dan ketentuan yang sama. Obyek tersebut dapat berupa bilangan, manusia, hewan, tumbuhan, negara dan sebagainya. Obyek-obyek ini selanjutnya dinamakan anggota atau elemen dari himpunan tersebut. Syarat-syarat yang jelas dalam menentukan anggota suatu himpunan ini sangat penting karena akan membedakan mana yang menjadi anggota himpunan dan mana yang bukan merupakan anggota himpunan.

Dalam matematika, himpunan adalah koleksi benda-benda tertentu yang dianggap sebagai satu kesatuan. Definisi tersebut cukup sederhana, tetapi benar bahwa himpunan merupakan salah satu konsep penting dan mendasar dalam matematika modern, sehingga pembelajaran mengenai struktur himpunan dan teori himpunan sangat berguna.

Sejarah teori himpunan, pertama kali ditemukan oleh Georg Cantor pada akhir abad 19. Georg Cantor (1845-1918) adalah seorang matematikawan asal Jerman keturunan Yahudi. Nama lengkapnya adalah Georg Ferdinand Ludwig Philipp Cantor, Lahir di St Petersburg, Russia 3 Maret 1845 dan meninggal di Halle, Jerman 6 Januari 1918. Dia dianggap sebagai bapak teori himpunan karena

dialah yang mengembangkan pertama kali cabang matematika ini dan menjadikan teori himpunan menjadi teori fundamental dalam matematika. Begitu pula metode yang digunakan olehnya dalam membuktikan keberadaan suatu himpunan tak hingga.

Georg Cantor memberikan suatu contoh tentang berbagai himpunan bagian dari garis riil dengan sifat yang tidak wajar yaitu himpunan Cantor. Dalam perkembangannya himpunan ini sering digunakan sebagai contoh penyangkal (*counter example*), karena sifat-sifatnya yang tak wajar tersebut merupakan akibat dari penggabungan teori himpunan, topologi dan fraktal. Himpunan ini mempunyai sifat-sifat yang unik dan secara topologis dianggap tak berdimensi. Himpunan Cantor, dikonstruksikan sebagai bentuk di mana selang terbuka yang pendek dan semakin pendek tersebar pada selang dasar $[0, 1]$, menyisakan himpunan yang mungkin serupa dirinya, dan mungkin mempunyai suatu dimensi s yang memenuhi $0 < s < 1$.

Dalam usahanya untuk memahami dimensi himpunan Cantor, matematikawan seperti Constantin Carathéodory dan Felix Hausdorff menggeneralisasi konsep dimensi untuk menyelidiki bahwa dimensi yang ada mungkin nilainya adalah non integer. Hal ini merupakan bagian dari perkembangan yang bertujuan menciptakan teori himpunan deskriptif. Dimensi Hausdorff ini diperkenalkan tahun 1918 oleh matematikawan Felix Hausdorff. Definisi dimensi Hausdorff secara alami adalah geometris, walaupun didasarkan pada analisis matematis.

1.2 Perumusan Masalah

Adapun permasalahan yang akan dibahas dalam skripsi ini adalah

1. Apa definisi dari himpunan Cantor *middle third* dan bagaimana konstruksinya?
2. Apa saja sifat-sifat yang dimiliki dari himpunan Cantor *middle third*?
3. Apakah himpunan Cantor *middle third* mempunyai dimensi?
4. Bagaimana generalisasi himpunan Cantor?

1.3 Pembatasan Masalah

Dari permasalahan yang dihadapi tersebut akan dikaji bagaimana cara mengkonstruksi himpunan Cantor *middle third* dan mempelajari sifat-sifat serta dimensinya. Selain itu, akan dipelajari perumuman dari himpunan Cantor. Dalam kasus ini fraktal sebagai perluasan himpunan Cantor tidak disinggung.

1.4 Tujuan Penulisan

Tujuan dari Skripsi ini adalah :

1. Mempelajari definisi dan cara mengkontruksikan himpunan Cantor *middle third*.
2. Mempelajari sifat-sifat dari himpunan Cantor *middle third*.
3. Mempelajari dimensi dari himpunan Cantor *middle third*.
4. Mempelajari generalisasi himpunan Cantor dengan tiga metode, sehingga tidak terpusat pada himpunan Cantor klasik (*middle third*).

1.5 Metode Penulisan

Metode yang digunakan dalam penyusunan Skripsi ini adalah metode kajian pustaka atau literatur, yaitu mendeskripsikan suatu kasus secara teoritis, dengan mengidentifikasi permasalahan yang ada pada kepustakaan (buku referensi, jurnal dan penelitian lain) yang mendukung permasalahan tersebut. Dalam mempermudah dalam pembahasan, penulis juga menambahkan beberapa definisi dan teorema pendukung, serta mencantumkan beberapa contoh.

Adapun langkah-langkah dalam penulisan skripsi ini adalah:

1. Membuat rancangan permasalahan yang akan dibahas.
2. Mengumpulkan data dan informasi dengan cara membaca dan memahami beberapa literatur yang berkaitan dengan himpunan secara garis besar dan himpunan Cantor itu sendiri. Diantara buku yang digunakan penulis adalah Pengantar Analisis Real, pengantar analisis abstrak, topologi, dan beberapa jurnal mengenai himpunan Cantor. Berikutnya membuktikan sifat-sifat dan dimensi dari himpunan Cantor dengan beberapa definisi dan teorema pendukung. Langkah berikutnya mengkaji satu contoh himpunan menjadi lebih umum.
3. Membuat kesimpulan. Menyimpulkan permasalahan yang dibahas.

1.6 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan merupakan rangkaian urutan dari beberapa uraian penjelasan dalam suatu karya ilmiah. Adapun sistematika penulisan skripsi ini sebagai berikut

Pada bab pertama, penulis memaparkan bagaimana latar belakang adanya himpunan Cantor, rumusan masalah, tujuan, batasan masalah, manfaat penulisan serta metode penulisan yang dipakai oleh penulis.

Pada bab kedua, dipaparkan beberapa teori yang digunakan mendukung pembahasan pada bab tiga.

Pada bab ketiga, berupa pemaparan hasil pembahasan mengenai definisi dan sifat-sifat yang ada pada himpunan Cantor, menjabarkan teorema ukuran, dan memberikan perumuman pada himpunan Cantor.

Pada bab terakhir, berisi kesimpulan dari pembahasan.