

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Matematika merupakan ilmu dasar yang sering dipakai dalam menyelesaikan masalah dalam berbagai bidang ilmu. Salah satu bidang yang memakai matematika dalam penyelesaian masalahnya adalah biologi.

Biologi merupakan ilmu yang mempelajari tentang makhluk hidup dan alam sebagai tempat tinggalnya. Untuk mengetahui berbagai macam tentang perkembangan makhluk hidup di lingkungannya seringkali dilakukan penelitian ataupun percobaan tentang laju pertumbuhan populasi suatu spesies di suatu lingkungan sebagai habitatnya. Pertumbuhan populasi ditandai dengan adanya perubahan jumlah populasi di setiap waktu yang dipengaruhi oleh jumlah kematian, kelahiran serta perpindahan (migrasi). Selain membutuhkan pengamatan dalam jangka waktu tertentu, perhitungan mengenai perkembangan jumlah populasi juga penting dilakukan untuk mengetahui laju pertumbuhan spesies tersebut. Salah satu cabang ilmu matematika yang dapat membantu menyelesaikan permasalahan tersebut adalah pemodelan matematika.

Dalam penerapan pemodelan matematika terdapat beberapa model pertumbuhan, namun yang akan dibahas adalah model pertumbuhan kontinu. Model pertumbuhan kontinu meliputi model eksponensial dan model logistik. Model-model tersebut mempunyai kelebihan dan kekurangan masing-masing. Namun dalam permasalahan kali ini model pertumbuhan kontinu yang dipakai

adalah model logistik. Model ini merupakan penyempurnaan dari model eksponensial yang pertama kali diperkenalkan oleh Pierre Verhulst pada tahun 1838. Model pertumbuhan kontinu logistik mempunyai hasil estimasi yang lebih baik dibanding dengan model pertumbuhan eksponensial. Dalam penggunaan model logistik ini batas populasi juga dimasukkan dalam perhitungan sehingga jumlah populasi dengan model ini tidak akan tumbuh secara tak terhingga. Laju pertumbuhan populasi menjadi terbatas akibat pengaruh ketersediaan makanan, tempat tinggal dan sumber hidup lainnya. Dengan asumsi tersebut, jumlah populasi dengan model ini akan selalu terbatas pada suatu nilai tertentu.

Pada tahun 1960an, seorang ilmuwan Inggris, Michael Richmond Droop melakukan suatu percobaan chemostat. Kemudian dari percobaan tersebut, pada tahun 1968 Droop mempelajari tentang kinetika keterbatasan vitamin B₁₂ pada suatu spesies fitoplankton yaitu *Monochrysis lutheri*. Tujuan dari percobaan Droop tersebut adalah untuk menghubungkan laju pertumbuhan spesifik dengan tingkat konsentrasi substrat (tempat hidup spesies). Dari percobaan tersebut kemudian diperoleh bahwa laju pertumbuhan spesifik *Monochrysis lutheri* pada chemostat tidak bergantung pada konsentrasi substrat media percobaan namun hubungan yang diperoleh adalah bahwa terdapat hubungan laju pertumbuhannya dengan konsentrasi intraseluler vitamin B₁₂ (kuota sel) sehingga dari hubungan tersebut diperoleh suatu model sederhana yang kemudian disebut model Droop (Droop 1973, 1974).

Sebelumnya tulisan yang membahas tentang model pertumbuhan logistik telah ditulis oleh Henny M. Timuneno dengan judul Model Pertumbuhan Logistik dengan Waktu Tunda (2008) juga tulisan mengenai Model Logistik dengan Difusi

pada Pertumbuhan Sel Tumor *Ehrlich Ascities* (2008) oleh Hendi Nirwansah, Analisis Model Pertumbuhan Logistik Sel Tumor dengan Faktor Laju Kekebalan Sel Anti Tumor (2011) oleh Wiwin Wijayanti serta Analisis Model Logistik Pertumbuhan Rumput Laut *Gracillaria* dengan Laju Pemanenan Non Linier (2011) oleh Eni Wijayanti. Selain itu juga telah dibahas jurnal mengenai Analisis Persamaan Logistik Diskrit (2009) oleh A. Suryanto. Berbeda dari karya-karya tulis ilmiah sebelumnya, model pertumbuhan logistik yang akan dipakai diperoleh dari persamaan Droop yang telah teruji.

1.2 Perumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang tersebut, maka permasalahan yang akan dibahas dalam penyusunan Tugas Akhir ini adalah membahas secara analitis mengenai kesetimbangan, kestabilan serta parameter-parameter model logistik yang diperoleh dari persamaan Droop.

1.3 Pembatasan Masalah

Permasalahan dalam Tugas Akhir ini hanya terbatas pada model pertumbuhan logistik yang diperoleh dari persamaan Droop dengan beberapa asumsi bahwa pada pengamatan laju pertumbuhan fitoplankton percobaannya dilakukan pada spesies tunggal di lingkungan tertutup dan diberikan nutrisi terbatas dengan jumlah konstan.

1.4 Metode Pembahasan

Metode yang digunakan dalam penyusunan Tugas Akhir ini adalah metode tinjauan pustaka yaitu dengan memahami jurnal mengenai persamaan Droop dan

model logistik serta pustaka-pustaka lain yang melandasi teori tentang pemodelan matematika seperti pada daftar pustaka.

1.5 Tujuan Penulisan

Tujuan dari penulisan Tugas Akhir ini adalah untuk menganalisis model pertumbuhan logistik yang diperoleh dari persamaan Droop. Dalam hal ini, analisis yang dilakukan meliputi analisis kesetimbangan, kestabilan dan parameter.

1.6 Sistematika Penulisan

Sistem penulisan dalam tugas akhir ini terbagi menjadi empat bab dengan bab pertama yaitu pendahuluan yang berisi tentang latar belakang penulisan, perumusan masalah yang diambil, pembatasan masalah yang akan dibahas, metode pembahasan, tujuan penulisan serta sistematika penulisan dalam Tugas Akhir ini, kemudian bab kedua yaitu tinjauan pustaka yang berisi tentang teori-teori yang mendasari pembahasan pada Tugas Akhir ini yang meliputi penjelasan mengenai limit fungsi, turunan dan persamaan differensial, pemodelan matematika, pertumbuhan populasi yang terdiri dari model pertumbuhan diskrit, model pertumbuhan eksponensial, dan model pertumbuhan logistik, keadaan setimbang suatu populasi serta mengenai plankton yang meliputi fitoplankton dan faktor-faktor yang mempengaruhi pertumbuhan fitoplankton selanjutnya bab ketiga yang berisi pembahasan tentang persamaan Droop, model pertumbuhan logistik dari model Droop serta analisis model Droop yang meliputi kesetimbangan model Droop, analisis bidang fase, solusi model Droop, analisis kestabilan linear pada titik kesetimbangan, analisis kestabilan model Droop dan analisis parameter model pertumbuhan logistik dari persamaan Droop kemudian

bab terakhir yaitu penutup yang berisi tentang kesimpulan dari Tugas Akhir ini beserta saran.