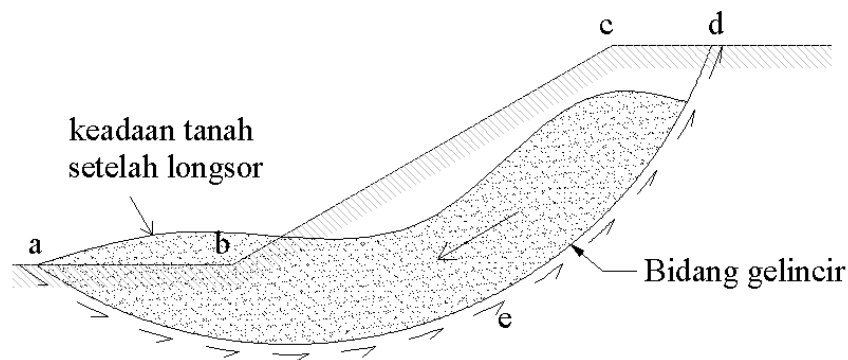


BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

2.1. STABILITAS LERENG

Suatu permukaan tanah yang miring yang membentuk sudut tertentu terhadap bidang horisontal disebut sebagai lereng (*slope*). Lereng dapat terjadi secara alamiah atau dibentuk oleh manusia dengan tujuan tertentu. Jika permukaan membentuk suatu kemiringan maka komponen massa tanah di atas bidang gelincir cenderung akan bergerak ke arah bawah akibat gravitasi. Jika komponen gaya berat yang terjadi cukup besar, dapat mengakibatkan longsor pada lereng tersebut. Kondisi ini dapat dicegah jika gaya dorong (*driving force*) tidak melampaui gaya perlawanan yang berasal dari kekuatan geser tanah sepanjang bidang longsor seperti yang diperlihatkan pada Gambar 2.1.

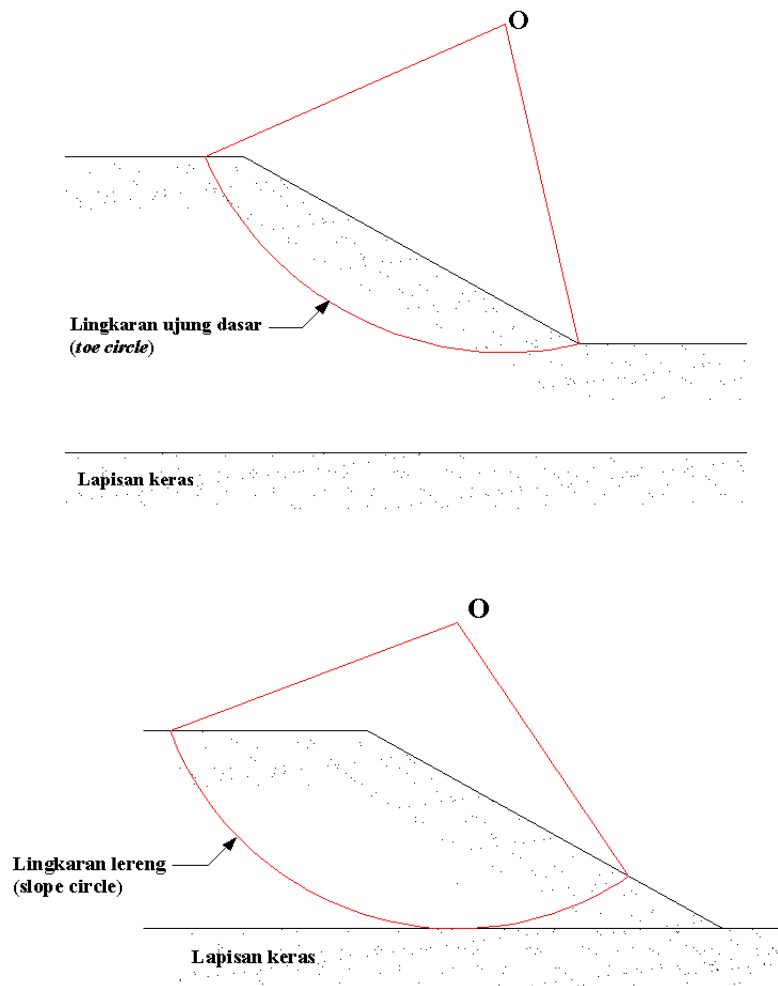


Gambar 2.1. Kelongsoran lereng

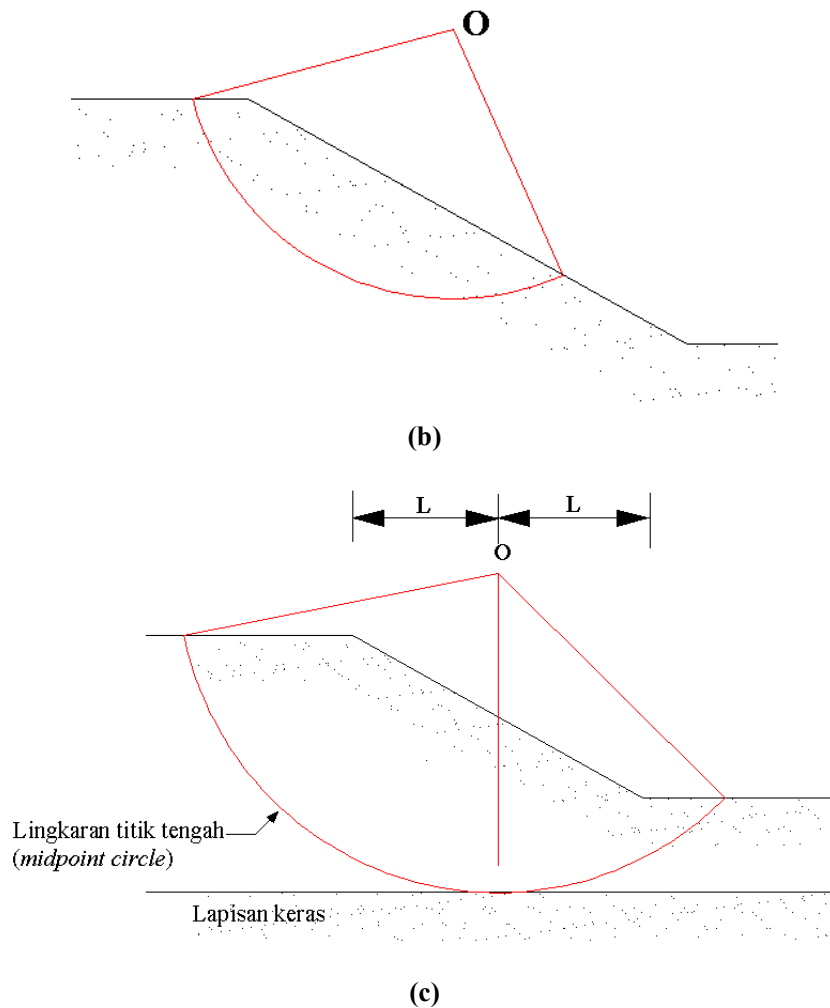
Bidang gelincir dapat terbentuk dimana saja di daerah-daerah yang lemah. Jika longsor terjadi dimana permukaan bidang gelincir memotong lereng pada dasar atau di atas ujung dasar dinamakan longsor lereng (*slope failure*) seperti yang diperlihatkan pada Gambar 2.2a. Lengkung kelongsoran disebut sebagai lingkaran ujung dasar (*toe circle*), jika bidang gelincir tadi melalui ujung dasar maka disebut lingkaran lereng (*slope circle*). Pada kondisi tertentu terjadi kelongsoran dangkal (*shallow slope failure*) seperti yang ditunjukkan pada Gambar 2.2b. Jika longsor terjadi dimana permukaan bidang gelincir berada agak

jauh di bawah ujung dasar dinamakan longsor dasar (*base failure*) seperti pada Gambar 2.2c. Lengkung kelongsorannya dinamakan lingkaran titik tengah (*midpoint circle*) (Braja M. Das, 2002).

Proses menghitung dan membandingkan tegangan geser yang terbentuk sepanjang permukaan longsor yang paling mungkin dengan kekuatan geser dari tanah yang bersangkutan dinamakan dengan Analisis Stabilitas Lereng (*Slope Stability Analysis*).



(a)



Gambar 2.2. Bentuk-bentuk keruntuhan lereng (a) Kelongsoran lereng, (b) Kelongsoran lereng dangkal, (c) Longsor dasar

2.1.1. Parameter Tanah/Batuan

Untuk analisis stabilitas lereng diperlukan parameter tanah/batuan :

- **Kuat geser**

Kuat geser terdiri dari kohesi (c) dan sudut geser dalam (ϕ). Untuk analisis stabilitas lereng untuk jangka panjang digunakan harga kuat geser efektif maksimum (c' , ϕ'). Untuk lereng yang sudah mengalami gerakan atau material pembentuk lereng yang mempunyai diskontinuitas tinggi digunakan harga kuat geser sisa ($c^r = 0$; ϕ').

- **Berat Isi**

Berat isi diperlukan untuk perhitungan beban guna analisis stabilitas lereng. Berat isi dibedakan menjadi berat isi asli, berat isi jenuh, dan berat isi terendam air yang penggunaannya tergantung kondisi lapangan.

Salah satu penerapan pengetahuan mengenai kekuatan geser tanah/batuan adalah untuk analisis stabilitas lereng. Keruntuhan geser pada tanah atau batuan terjadi akibat gerak relatif antarbutirnya. Oleh sebab itu kekuatannya tergantung pada gaya yang bekerja antarbutirnya. Dengan demikian dapat dikatakan bahwa kekuatan geser terdiri atas :

- Bagian yang bersifat kohesif, tergantung pada macam tanah/batuan dan ikatan butirnya.
- Bagian yang bersifat gesekan, yang sebanding dengan tegangan efektif yang bekerja pada bidang geser.

Kekuatan geser tanah dapat dinyatakan dengan rumus :

$$S = C' + (\tau - \mu) \tan \phi \quad (2.1)$$

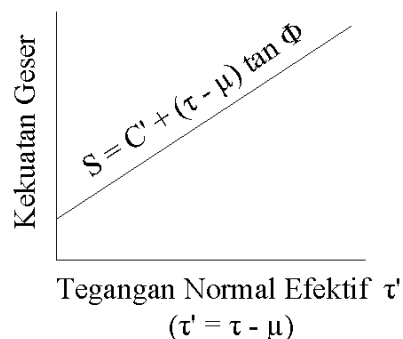
dimana : S = kekuatan geser

τ = tegangan total pada bidang geser

μ = tegangan air pori

C' = kohesi efektif

ϕ = sudut geser dalam efektif



Gambar 2.3. Kekuatan geser tanah/batuan

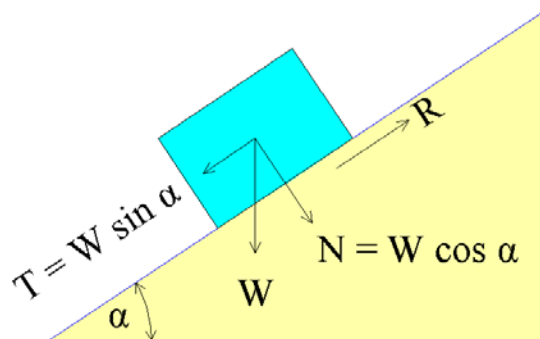
Analisis stabilitas lereng pada dasarnya dapat ditinjau sebagai mekanisme gerak suatu benda yang terletak pada bidang miring. Benda akan tetap pada

posisinya jika gaya penahan R yang terbentuk oleh gaya geser antara benda dan permukaan lereng lebih besar dibandingkan dengan gaya gelincir T dari benda akibat gaya gravitasi. Sebaliknya benda akan tergelincir jika gaya penahan R lebih kecil dibanding dengan gaya gelincir T . Secara skematik terlihat pada Gambar (2.4). Secara matematis stabilitas lereng dapat diformulasikan sebagai :

$$FK = \frac{R}{T} \quad (2.2)$$

dimana FK = faktor keamanan
 R = gaya penahan
 T = gaya yang menyebabkan gelincir

Jika $FK < 1$ benda akan bergerak
 $FK = 1$ benda dalam keadaan seimbang
 $FK > 1$ benda akan diam



Gambar 2.4. Keseimbangan benda pada bidang miring

2.1.2. Angka Keamanan (*Safety Factor*)

Mengingat lereng terbentuk oleh banyaknya variabel dan banyaknya faktor ketidakpastian antara lain parameter-parameter tanah seperti kuat geser tanah, kondisi tekanan air pori maka dalam menganalisis selalu dilakukan penyederhanaan dengan berbagai asumsi. Secara teoritis massa yang bergerak dapat dihentikan dengan meningkatkan kekuatan gesernya.

Hal yang perlu dipertimbangkan dalam penentuan kriteria faktor keamanan adalah resiko yang dihadapi, kondisi beban dan parameter yang

digunakan dalam melakukan analisis stabilitas lereng. Resiko yang dihadapi dibagi menjadi tiga yaitu : tinggi, menengah dan rendah. Tugas seorang *engineer* meneliti stabilitas lereng untuk menentukan faktor keamanannya. Secara umum, faktor keamanan dapat dijelaskan sebagai berikut :

$$FK = \frac{\tau_f}{\tau_d} \quad (2.3)$$

dimana FK = angka keamanan terhadap kekuatan tanah.

τ_f = kekuatan geser rata-rata dari tanah.

τ_d = Tegangan geser rata-rata yang bekerja sepanjang bidang longsor.

Kekuatan geser suatu lahan terdiri dari dua komponen, friksi dan kohesi, dan dapat ditulis,

$$\tau_f = c + \sigma \tan \phi \quad (2.4)$$

dimana, c = kohesi tanah penahan

ϕ = sudut geser penahan

σ = tegangan normal rata-rata pada permukaan bidang longsor.

Atau dapat ditulis,

$$\tau_d = c_d + \sigma \tan \phi_d \quad (2.5)$$

Dimana c_d adalah kohesi dan ϕ_d sudut geser yang bekerja sepanjang bidang longsor. Dengan mensubstitusi persamaan (2.4) dan persamaan (2.5) ke dalam persamaan (2.3) sehingga kita mendapat persamaan yang baru,

$$FK = \frac{c + \sigma \tan \phi}{c_d + \sigma \tan \phi_d} \quad (2.6)$$

Sekarang kita dapat mengetahui beberapa parameter lain yang mempengaruhi angka keamanan tadi, yaitu angka keamanan terhadap kohesi, F_c , dan angka keamanan terhadap sudut geser F_ϕ . Dengan demikian F_c dan F_ϕ dapat kita definisikan sebagai :

$$F_c = \frac{c}{c_d} \quad (2.7)$$

dan

$$F_\phi = \frac{\tan \phi}{\tan \phi_d} \quad (2.8)$$

Bilamana persamaan (2.6), (2.7), dan (2.8) dibandingkan adalah wajar bila F_c menjadi sama dengan F_ϕ , harga tersebut memberikan angka keamanan terhadap kekuatan tanah. Atau, jika

$$\frac{c}{c_d} = \frac{\tan \phi}{\tan \phi_d}$$

Kita dapat menuliskan

$$FK = F_c = F_\phi \quad (2.9)$$

FK sama dengan 1 maka lereng dalam keadaan akan longsor. Biasanya, 1.5 untuk angka keamanan terhadap kekuatan geser yang dapat diterima untuk merencanakan suatu stabilitas lereng (SKBI-2.3.06, 1987).

Parameter yang digunakan menyangkut hasil pengujian dengan harga batas atau sisa dengan mempertimbangkan ketelitiannya. Tabel 2.1 memperlihatkan faktor keamanan terendah berdasar hal-hal tersebut di atas.

Tabel 2.1.
Faktor Keamanan Minimum Stabilitas Lereng

Risiko	Kondisi Beban	Parameter Kekuatan Geser			
		Maksimum		Sisa	
		Teliti	Kurang Teliti	Teliti	Kurang Teliti
Tinggi	Dengan Gempa	1,50	1,75	1,35	1,50
	Tanpa Gempa	1,80	2,00	1,60	1,80
Menengah	Dengan Gempa	1,30	1,60	1,20	1,40
	Tanpa Gempa	1,50	1,80	1,35	1,50
Rendah	Dengan Gempa	1,10	1,25	1,00	1,10
	Tanpa Gempa	1,25	1,40	1,10	1,20

Resiko tinggi jika ada konsekuensi terhadap manusia cukup besar (ada pemukiman), dan atau bangunan sangat mahal, dan atau sangat penting. Resiko menengah bila ada konsekuensi terhadap manusia tetapi sedikit (bukan pemukiman), dan atau bangunan tidak begitu mahal dan atau tidak begitu penting. Resiko rendah bila tidak ada konsekuensi terhadap manusia dan terhadap bangunan (sangat murah) (SKBI-2.3.06, 1987).

Kekuatan geser maksimum adalah harga puncak dan dipakai apabila massa tanah/batuan yang potensial longsor *tidak* mempunyai bidang diskontinuitas (perlapisan, rekahan, sesar dan sebagainya) dan *belum* pernah mengalami gerakan. Kekuatan residual dipakai apabila : (i) massa tanah/batuan yang potensial bergerak mempunyai bidang diskontinuitas, dan atau (ii) pernah bergerak (walaupun tidak mempunyai bidang diskontinuitas) (SKBI-2.3.06, 1987).

2.1.3. Analisis Stabilitas Lereng

Pada umumnya analisis stabilitas lereng dapat dibagi menjadi dua kelompok besar yaitu :

- **Prosedur Massa (*Mass Procedure*)**

Pada cara analisis ini massa tanah yang berada di atas bidang gelincir diambil sebagai satu kesatuan. Prosedur ini berguna bila tanah yang membentuk lereng dianggap homogeny (Braja M. Das, 2002).

- **Metoda Irisan (*Method of Slice*)**

Pada cara analisis ini tanah yang ada di atas bidang gelincir dibagi menjadi beberapa irisan-irisan parallel tegak. Stabilitas dari tiap-tiap irisan dihitung secara terpisah. Metode ini lebih teliti karena tanah yang tidak homogen dapat juga dimasukkan dalam perhitungan (Braja M. Das, 2002).

2.1.3.1. Prosedur Massa (*Mass Procedure*)

2.1.3.1.1. Stabilitas Lereng pada Tanah Lempung Homogen dengan $\phi = 0$

Pada cara analisis ini kekuatan geser dalam keadaan air pori dijaga tidak mengalir keluar (*undrained*) dari tanah dianggap tetap yaitu $\tau_f = c_u$. Untuk membuat analisis stabilitas dapat memilih suatu bidang gelincir percobaan AED yang merupakan busur lingkaran berjari-jari = r . Pusat lingkaran terletak pada O.

Dengan memperhatikan satu satuan tebal yang tegak lurus pada bagian yang ditinjau, maka berat tanah yang berada di atas lengkung (kurva) AED dapat diketahui melalui $W = W_1 + W_2$, dengan (Braja M. Das, 2002) :

$$W_1 = (\text{luasan } FCDEF) \times (\gamma)$$

atau

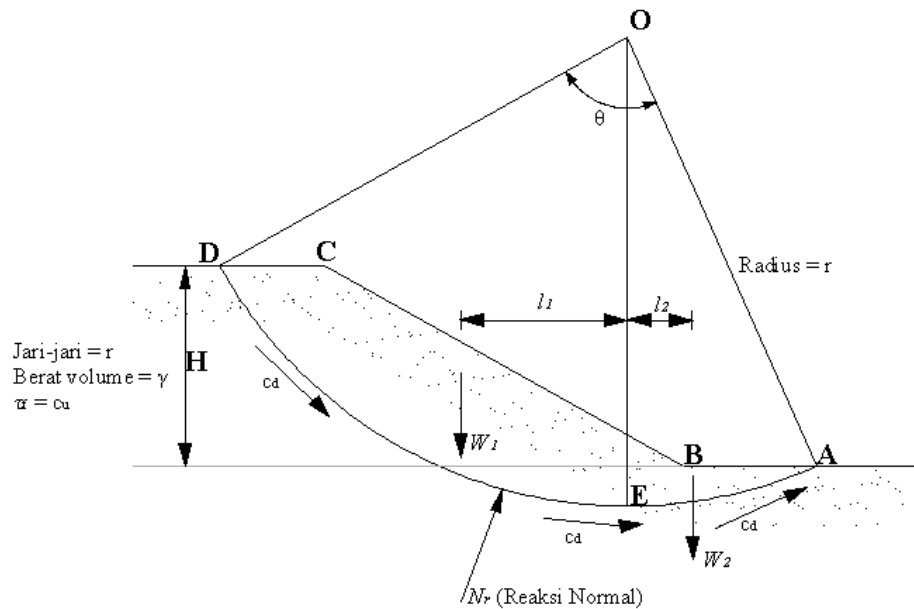
$$W_2 = (\text{luasan } ABFEA) \times (\gamma)$$

Momen gaya terhadap titik O yang menyebabkan ketidakstabilan lereng adalah :

$$M_d = W_1 l_1 - W_2 l_2 \quad (2.10)$$

dengan

l_1 dan l_2 adalah lengan momen.



Gambar 2.5. Analisis stabilitas lereng pada tanah lempung yang homogen $\phi = 0$

Perlawanan terhadap kelongsoran berasal dari kohesi yang bekerja sepanjang bidang gelincir. Momen gaya perlawanan terhadap titik O adalah :

$$M_R = c_d (\text{busur } AED)(l)(r) = c_d r^2 \theta \quad (2.11)$$

Untuk keseimbangan, $M_R = M_d$ jadi,

$$c_d r^2 \theta = W_1 l_1 - W_2 l_2$$

atau

$$c_d = \frac{W_1 l_1 - W_2 l_2}{r^2 \theta} \quad (2.12)$$

Angka keamanan terhadap kelongsoran didapatkan sebagai :

$$F_s = \frac{\tau_f}{c_d} = \frac{c_u}{c_d} \quad (2.13)$$

Potensi bidang gelincir AED dipilih secara acak. Bidang longsor kritis terjadi jika bidang longsor yang mempunyai rasio c_u terhadap c_d adalah minimum atau harga c_d maksimum. Untuk mendapatkan bidang gelincir yang kritis dapat dibuat sejumlah percobaan dengan bidang gelincir yang berbeda-beda.

Untuk kasus lingkaran kritis besar kohesi yang dibutuhkan dapat dinyatakan dengan hubungan sebagai berikut :

$$c_d = \gamma H m$$

atau

$$\frac{c_d}{\gamma H} = m \quad (2.14)$$

Besaran m adalah bilangan tak berdimensi dan disebut sebagai angka stabilitas (*Stability Number*). Selanjutnya tinggi kritis lereng dapat dievaluasi dengan menggantikan $H = H_{cr}$ dan $c_d = c_d$ pada persamaan di atas. Jadi,

$$H_{cr} = \frac{c_u}{\gamma \times m} \quad (2.15)$$

Harga angka stabilitas m untuk lereng dengan bermacam-macam sudut kemiringan β dapat dilihat pada tabel terlampir (Lampiran Gambar 1). Terzaghi menggunakan istilah $\frac{\gamma H}{c_d}$, kebalikan dari m dan disebut sebagai faktor stabilitas

(*Stability Factor*). Pada tabel yang terlampir (Lampiran Gambar 1) hanya berlaku untuk lereng dari tanah lempung jenuh dan hanya berlaku untuk keadaan *undrained* pada saat $\varphi = 0$. Hal-hal yang harus diperhatikan jika mengacu pada tabel hubungan antara β dan m adalah sebagai berikut :

1. Untuk sudut kemiringan $\beta > 53^\circ$ lingkaran kritis selalu berupa lingkaran ujung dasar lereng. Letak pusat lingkaran ujung dasar lereng kritis mungkin dapat dicari dengan gambar yang terlampir (Lampiran Gambar 2).

- Untuk $\beta < 53^\circ$, lingkaran kritis mungkin berupa lingkaran ujung lereng, lingkaran lereng, atau lingkaran titik tengah tergantung letak lapisan tanah keras yang berada di bawah lereng. Hal ini disebut sebagai fungsi kedalaman (*Dept Function*) yang dijelaskan sebagai berikut :

$$D = \frac{\text{Jarak Vertikal Dari Puncak Lereng Ke Lapisan Keras}}{\text{Tinggi Lereng}}$$

- Jika lengkung kritis adalah lingkaran titik tengah yaitu permukaan bidang longsor merupakan bidang singgung dari lapisan keras maka letak titik pusat longsor dapat ditentukan dengan bantuan gambar (Lampiran Gambar 3).
- Harga maksimum angka stabilitas (*Stability Number*) yang mungkin terjadi pada kelongsoran lingkaran titik tengah adalah 0,181 (Braja M. Das, 2002).

2.1.3.1.2. Stabilitas Lereng pada Tanah Homogen c' - ϕ'

Kekuatan geser untuk tanah yang homogen diberikan dengan persamaan :

$$\tau_f = c + \sigma \tan \phi$$

Tekanan air pori dianggap sama dengan nol. Busur AC adalah lengkung lingkaran percobaan melalui ujung dasar lereng, dan O adalah pusat lingkaran. Dengan meninjau satu satuan tebal tegak lurus pada lereng, maka (Braja M. Das, 2002) :

$$\text{Berat blok tanah ABC} = W = (\text{luasan ABC})(\gamma)$$

Untuk keseimbangan maka gaya lain yang bekerja pada blok adalah sebagai berikut :

- C_d - resultan gaya kohesi yang besarnya sama dengan satuan kohesi yang diperlukan dikalikan dengan panjang tali busur AC. Besaran C_d yang diperoleh dari Gambar 2.4 adalah :

$$C_d(a) = c_d(\text{busur AC})$$

C_d bekerja dalam arah sejajar dengan tali busur AC dan pada jarak a dari pusat lingkaran O sehingga :

$$C_d(a) = c_d(\text{busur AC})r$$

Atau

$$a = \frac{c_d \times (\text{busur AC}) \times r}{C_d} = \frac{(\text{busur AC})}{(\text{tali busur AC})} \times r \quad (2.16)$$

Jika menganggap bahwa geseran seluruhnya termobilisir yaitu $\varphi_d = \varphi$ atau $F_\varphi = I$ maka garis kerja dari F akan membentuk sudut φ dengan suatu garis normal terhadap lengkungan dan gaya F tadi akan menyinggung lingkaran yang berpusat di O dan berjari-jari $r \cdot \sin \varphi$. Lingkaran inilah yang dinamakan lingkaran geser dengan jari-jari sedikit lebih besar daripada $r \cdot \sin \varphi$ (Braja M. Das, 2002).

Karena arah W , C_d dan F diketahui maka polygon gayanya dapat dibuat. Besaran C_d dapat ditentukan dari polygon gaya. Sehingga satuan kohesi yang diperlukan dapat dicari dengan (Braja M. Das, 2002) :

$$c_d = \frac{C_d}{(\text{talibusur}AC)}$$

Penentuan besarnya harga c_d yang dijelaskan di atas didasarkan pada bidang longsor percobaan. Beberapa percobaan harus dibuat untuk mendapatkan bidang longsor yang paling kritis untuk kohesi yang dibutuhkan adalah maksimum. Oleh karena itu kohesi maksimum yang terbentuk sepanjang bidang longsor yang kritis dapat dituliskan sebagai (Braja M. Das, 2002) :

$$c_d = \gamma H [f(\alpha, \beta, \theta, \phi)] \quad (2.17)$$

Untuk keseimbangan kritis yaitu untuk $F_c = F_\varphi = FK = 1$ dapat menggantikan $H = H_{cr}$ dan $c_d = c$ pada persamaan 2.17.

$$c = \gamma H_{cr} [f(\alpha, \beta, \theta, \phi)]$$

atau

$$\frac{c}{\gamma H_{cr}} = f(\alpha, \beta, \theta, \phi) = m$$

dengan

$$m = \text{angka stabilitas}$$

Harga m untuk bermacam-macam harga φ dan β diberikan pada Lampiran Gambar 4. Dari hasil perhitungan terlihat bahwa untuk $\varphi > 3^\circ$ semua lingkaran-lingkaran kritis adalah lingkaran ujung dasar (*Toe Circle*) (Braja M. Das, 2002).

2.1.3.2. Metode Irisan (*Method of Slice*)

Analisis stabilitas dengan menggunakan metode irisan dapat dijelaskan dengan Gambar (2.7), dimana busur AC adalah sebuah lengkungan dari lingkaran yang menunjukkan permukaan bidang longsor. Tanah yang berada di atas bidang

longsor dibagi menjadi beberapa irisan tegak. Lebar dari setiap irisan tidak harus sama. Dengan meninjau satu satuan tebal tegak lurus irisan melintang lereng seperti Gambar (2.7), gaya-gaya yang bekerja pada irisan tertentu (irisan no. n) ditunjukkan pada Gambar (2.8). W_n adalah berat irisan. Gaya-gaya N_r dan T_r adalah komponen tegak dan sejajar dari reaksi R . P_n dan P_{n+1} adalah gaya normal yang bekerja pada sisi-sisi irisan. Demikian pula, gaya geser yang bekerja pada sisi irisan adalah T_n dan T_{n+1} . Secara sederhana, tegangan air pori diasumsikan nol. Gaya P_n , P_{n+1} , T_n dan T_{n+1} sulit untuk ditentukan. Akan tetapi kita dapat membuat suatu asumsi pendekatan bahwa besarnya resultan dari P_n dan T_n adalah sama besar dengan resultan dari P_{n+1} dan T_{n+1} dan juga garis-garis kerjanya segaris (Braja M. Das, 2002).

Untuk pengamatan kesetimbangan

$$N_r = W_n \cos \alpha_n \quad (2.18)$$

Gaya geser perlawanan dapat ditunjukkan dengan

$$Tr = \tau_d(\Delta L_n) = \frac{\tau_f(\Delta L_n)}{F_s} = \frac{1}{F_s} [c + \sigma \tan \phi] \Delta L_n \quad (2.19)$$

Tegangan normal, σ pada persamaan 14.9 sama dengan

$$\frac{N_r}{\Delta L_n} = \frac{W_n \cos \alpha_n}{\Delta L_n} \quad (2.20)$$

Untuk keseimbangan blok percobaan ABC, momen gaya dorong terhadap titik O adalah sama dengan momen gaya perlawanan terhadap titik O, atau

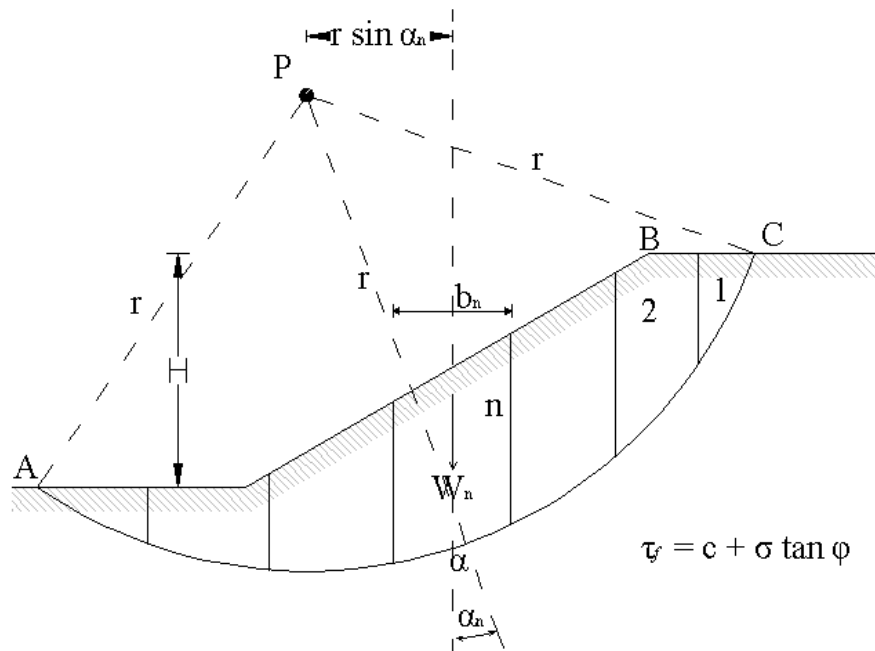
$$\sum_{n=1}^{n=p} W_n r \sin \alpha_n = \sum_{n=1}^{n=p} \frac{1}{F_s} \left(c + \frac{W_n \cos \alpha_n}{\Delta L_n} \tan \phi \right) (\Delta L_n) (r)$$

atau

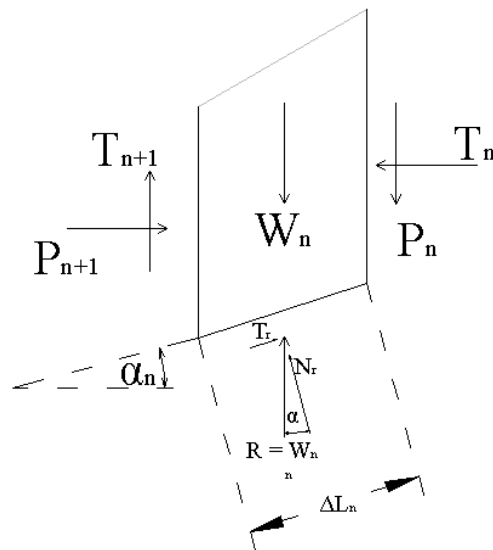
$$F_s = \frac{\sum_{n=1}^{n=p} (c \Delta L_n + W_n \cos \alpha_n \cdot \tan \phi)}{\sum_{n=1}^{n=p} W_n \sin \alpha_n} \quad (2.21)$$

Catatan : ΔL_n dalam Persamaan (2.21) diperkirakan sama dengan $\frac{(b_n)}{\cos \alpha_n}$

dengan b_n = lebar potongan nomor n.



Gambar 2.7. Permukaan bidang yang dicoba

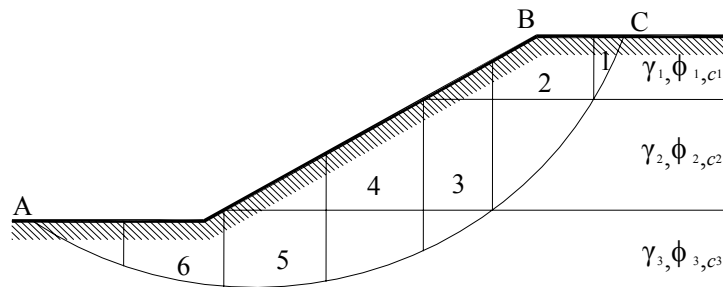


Gambar 2.8. Gaya yang bekerja pada irisan nomor n

Harga α_n adalah positif jika lereng bidang longsor yang merupakan sisi bawah dari irisan, berada pada kwadran yang sama dengan lereng muka tanah yang merupakan sisi atas dari irisan. Untuk mendapatkan angka keamanan yang minimum yaitu angka keamanan untuk lingkaran kritis, beberapa percobaan dibuat dengan cara mengubah letak pusat lingkaran yang dicoba. Metode ini

umumnya dikenal sebagai Metode Irisan Sederhana (*Ordinary Method of Slice*) (Braja M. Das, 2002).

Untuk mudahnya, suatu lereng dalam tanah yang homogen ditunjukkan pada Gambar (2.7) dan (2.8). Akan tetapi metode irisan dapat dikembangkan untuk lereng yang berlapis-lapis seperti pada Gambar (2.9). Prosedur umum dari analisis stabilitas tanah adalah sama. Tetapi ada beberapa hal yang perlu diingat. Selama menggunakan persamaan (2.21) untuk menghitung angka keamanan, harga-harga ϕ dan c tidak akan sama untuk semua potongan. Sebagai contoh, untuk potongan no. 3 (Gambar 2.9) kita harus menggunakan sudut geser $\phi = \phi_3$ dan kohesi $c = c_3$; serupa untuk potongan no. 2, $\phi = \phi_2$ dan $c = c_2$ (Braja M. Das, 2002).



Gambar 2.9. Analisis stabilitas dengan metode irisan untuk tanah yang berlapis

2.1.3.2.1. Fellenius

Cara ini dapat dipakai pada lereng-lereng dengan kondisi isotropis, non isotropis dan berlapis-lapis. Massa tanah yang bergerak diandaikan terdiri atas beberapa elemen vertikal. Lebar elemen dapat diambil tidak sama dan sedemikian sehingga lengkung busur di dasar elemen dapat dianggap garis lurus (SKBI-2.3.06, 1987).

Berat "total" tanah/batuan pada suatu elemen (W_i) termasuk beban luar yang bekerja pada permukaan lereng (Gambar 2.10 dan 2.11). W_i diuraikan dalam komponen tegak lurus dan tangensial pada dasar elemen. Dengan cara ini pengaruh gaya T dan E yang bekerja di samping elemen diabaikan. Faktor

keamanan adalah perbandingan momen penahan longsor dengan penyebab longsor. Pada Gambar 2.10 momen tahanan geser pada bidang longsor adalah (SKBI-2.3.06, 1987) :

$$M_{penahan} = R \cdot r \quad (2.13)$$

dimana R adalah gaya geser dan r adalah jari-jari bidang longsor. Tahanan geser pada dasar tiap elemen adalah :

$$R = S \cdot l = l (c' + \sigma \tan \phi') ; \sigma = \frac{W_t \cos \alpha}{l} \quad (2.14)$$

Momen penahan yang ada sebesar :

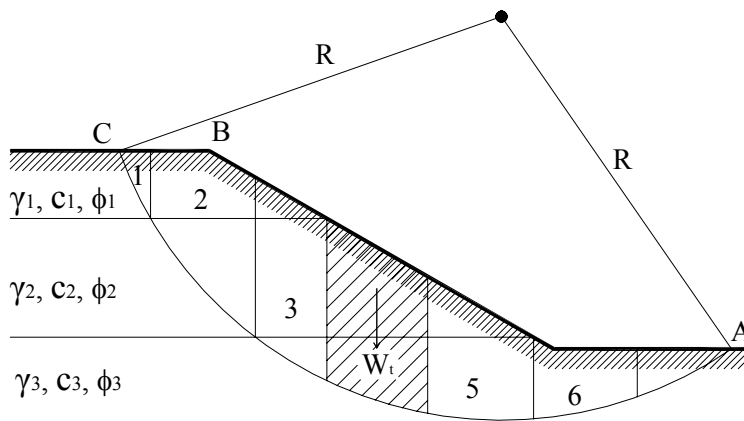
$$M_{penahan} = r (c' l + W_t \cos \sigma \tan \phi') \quad (2.15)$$

Komponen tangensial W_t bekerja sebagai penyebab longsor menimbulkan momen penyebab :

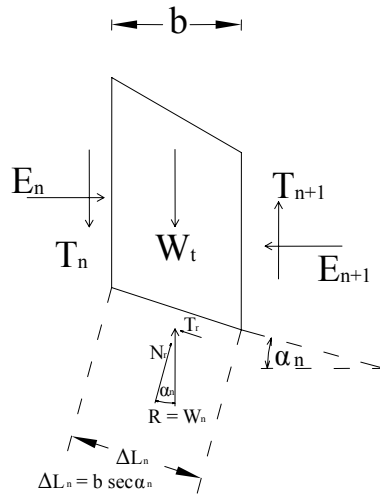
$$M_{penyebab} = (W_t \sin \alpha) \cdot r \quad (2.16)$$

Faktor keamanan dari lereng menjadi :

$$FK = \frac{\sum (c' l + W_t \cos \alpha \tan \phi')}{\sum W_t \sin \alpha} \quad (2.17)$$



Gambar 2.10. Sistem gaya pada cara Fellenius



$$S = c' \cdot \Delta L_n + \Delta L_n \cdot \sigma \tan \phi$$

Gambar 2.11. Gaya-gaya yang bekerja pada potongan tunggal

2.1.3.2.2. Bishop

Cara analisis yang dibuat oleh A.W. Bishop (1955) menggunakan cara elemen dimana gaya yang bekerja pada tiap elemen ditunjukkan seperti pada Gambar 2.12. Persyaratan keseimbangan yang diterapkan pada elemen yang membentuk lereng tersebut. Faktor keamanan terhadap keruntuhan didefinisikan sebagai perbandingan kekuatan geser maksimum yang dimiliki tanah di bidang longsor ($S_{tersedia}$) dengan tahanan geser yang diperlukan untuk keseimbangan (S_{perlu}) (SKBI-2.3.06, 1987).

$$FK = \frac{S_{tersedia}}{S_{perlu}}$$

Bila kekuatan geser tanah adalah :

$$S_{tersedia} = c' + (\sigma - \mu) \tan \phi' = c' + \sigma' \tan \phi',$$

maka tahanan geser yang diperlukan untuk keseimbangan adalah :

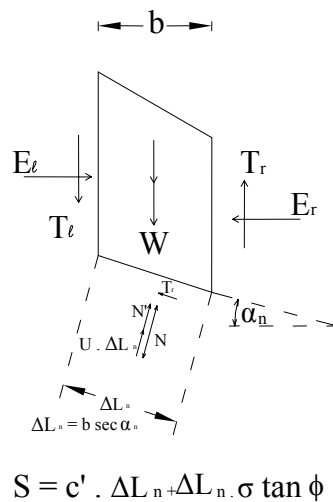
$$S_{perlu} = \frac{1}{FK} (c' + (\sigma - \mu) \tan \phi') \quad (2.18)$$

Faktor keamanan dihitung berdasar rumus :

$$FK = \frac{\sum \frac{1}{m} (c'l + (W - \mu l) \tan \phi')}{W \sin \alpha} \quad (2.19)$$

Cara penyelesaian merupakan coba ulang (*trial dan error*) harga faktor keamanan FK di ruas kiri persamaan (2.19), dengan menggunakan Gambar 2.12 untuk mempercepat perhitungan (SKBI-2.3.06, 1987).

Faktor keamanan menurut cara ini menjadi tidak sesuai dengan kenyataan, terlalu besar, bila sudut negatif (-) di lereng paling bawah mendekati 30° (Gambar 2.12). Kondisi ini bisa timbul bila lingkaran longsor sangat dalam atau pusat rotasi yang diandaikan berada dekat puncak lereng. Faktor keamanan yang diperoleh dengan cara ini lebih besar daripada dengan cara Fellenius (SKBI-2.3.06, 1987).



Gambar 2.12. Suatu gaya pada suatu elemen menurut Bishop

2.1.3.2.3. Janbu

Janbu (1954) mengembangkan suatu cara analisis stabilitas lereng yang dapat diterapkan untuk semua bidang longsoran. Besaran-besaran yang akan dicari adalah : F (yang berhubungan dengan T , N , E dan S). Berdasarkan keseimbangan gaya vertikal (SKBI-2.3.06, 1987) :

$$N \cos \theta = W + \Delta S - T \sin \theta$$

$$N = (W + \Delta S) \sec \theta - T \tan \theta$$

Jumlah gaya-gaya tegak lurus maupun tangensial terhadap bidang dasar irisan adalah nol. Sehingga persamaannya adalah (SKBI-2.3.06, 1987) :

$$S = y \frac{dE}{dx} - \frac{d}{dx}(Ey_i) \quad (2.20)$$

$$\Delta N = (\Delta W - \Delta S) \cos \theta + \Delta E \sin \theta \quad (2.21)$$

$$\Delta T = (\Delta W + \Delta S) \sin \theta - \Delta E \cos \theta \quad (2.22)$$

Kriteria longsor Mohr-Coulomb adalah :

$$\Delta T = \frac{c \Delta x \sec \theta + \Delta N (\tan \theta)}{F} \quad (2.23)$$

Dengan menggabungkan persamaan (2.20), (2.21), (2.22) dan memisalkan $x = 0$,

$$\frac{dE}{dx} \left(1 + \frac{\tan \phi}{F} \frac{dy}{dx} \right) + \frac{dS}{dx} \left(\frac{\tan \phi}{F} - \frac{dy}{dx} \right) = -\frac{c}{F} \left[1 + \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 \right] + \frac{dW}{dx} \left(\frac{\tan \phi}{F} + \frac{dy}{dx} \right) \quad (2.24)$$

Persamaan (2.21) dan (2.25) merupakan dua persamaan diferensial, yang digunakan untuk menentukan E , S , y_i . Untuk melengkapi sistem persamaan tersebut, dimisalkan :

$$S = \lambda f(x) E$$

Dimana $f(x)$ adalah suatu fungsi dari x , dan $\lambda =$ konstanta.

λ dan F dapat dipecahkan dengan persamaan (2.20) dan (2.24).

$F(x)$ dimisalkan linier dengan menentukan suatu angka tertentu dapat ditentukan harga λ yang memenuhi persamaan-persamaan tersebut (SKBI-2.3.06, 1987).

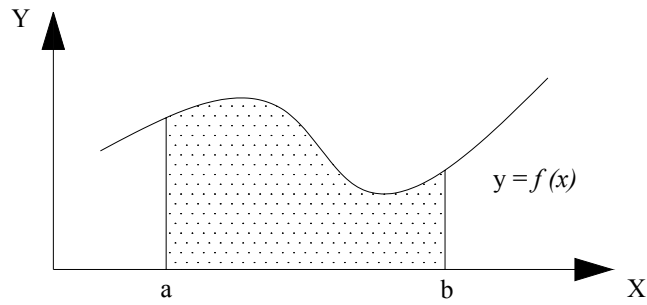
2.2. ANALISIS NUMERIK

2.2.1. Integrasi Numerik

Penyelesaian masalah di dalam dunia sains dan teknik sering berhubungan dengan penyelesaian fungsi diferensial dan integral sebagai bagian yang tidak terpisahkan dari penyelesaian model matematik. Jika penyelesaian secara matematik sulit dilakukan, maka teknik pendekatan numerik bisa menjadi pilihan. Bahkan beberapa penyelesaian persamaan diferensial hanya dapat diselesaikan dengan cara tersebut, karena kompleks dan besar.

$$A = \int_a^b f(x) dx \quad (2.25)$$

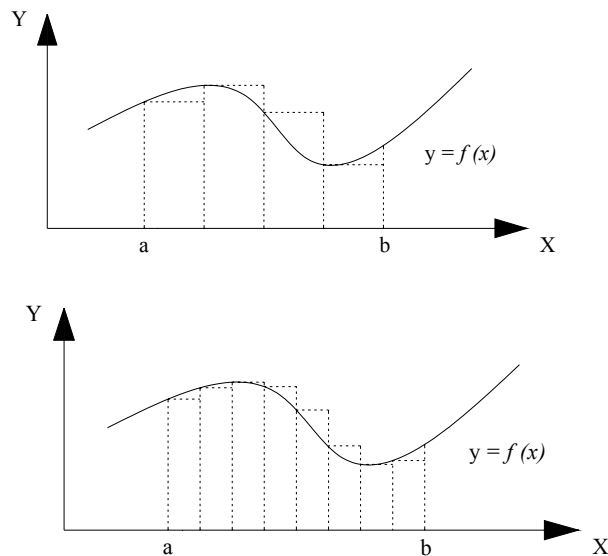
Penyelesaian eksak integral fungsi diatas sama dengan menghitung luasan dibawah kurva $y = f(x)$ antara titik $x = a$ dan titik $x = b$.



Gambar 2.13. Penyelesaian eksak – integral

Integrasi numerik untuk menghitung luasan dibawah kurva menggunakan konsep pendekatan, luasan akan dibagi menjadi pias – pias kecil sedemikian sehingga piasan tersebut kalau dirangkai mendekati bentuk eksak. Pada umumnya pendekatan mempunyai ciri – ciri semakin sederhana dan semakin sedikit proses yang dilakukan, maka hasilnya relatif kurang teliti dibanding metode yang lebih kompleks dan prosesnya banyak.

2.2.1.1. Pendekatan Cara Persegi

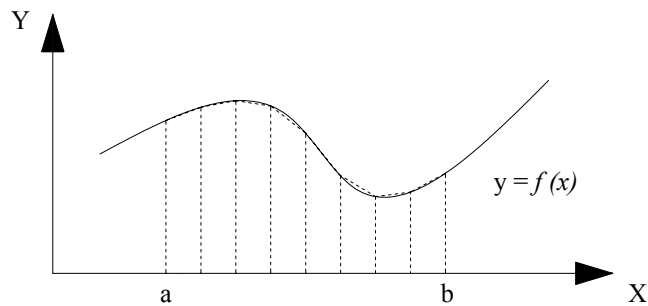
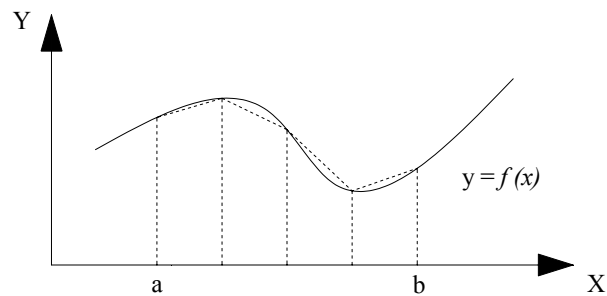


Gambar 2.14. Pendekatan cara persegi

Dari gambar pendekatan terlihat bahwa dengan pembagian jumlah pias yang kecil sehingga luasan yang dihasilkan tentu tidak seteliti jika dibagi dengan jumlah pias yang lebih banyak.

2.2.1.2. Pendekatan Cara Trapezoidal

Penyelesaian dengan cara trapezoidal adalah mencari rata – rata tinggi kurva potongan awal dan potongan akhir sehingga selisih luasan dibawah kurva akan lebih teliti dibandingkan pendekatan dengan cara persegi.



Gambar 2.15. Pendekatan cara trapezoidal

Dari ilustrasi diatas, terlihat bahwa pias-pias yang ada sebaiknya terdiri atas interval yang seragam (tertentu), sedangkan tinggi berbeda tergantung pada fungsi $y = f(x)$. Jika ada n interval dengan jarak yang seragam, maka panjangnya adalah :

$$h = \frac{(b-a)}{n} \quad (2.26)$$

Kemudian menghitung setiap titik interval tersebut sebagai berikut :

$$x_0 = a, x_1 = (a + h), x_2 = (a + 2h), \dots, x_n = b \quad (2.27)$$

Sehingga luas trapezoidal ke i dapat dicari dari :

$$A_i = \frac{h}{2}(f(x_{i-1}) + f(x_i)) \quad (2.28)$$

Luas total area dibawah kurva antara titik $x = a$ sampai $x = b$ adalah :

$$A_{total} = \frac{h}{2}((f(x_0) + f(x_1)) + (f(x_1) + f(x_2)) + \dots + (f(x_{n-1}) + f(x_n)))$$

$$A_{total} = \frac{h}{2}(f(x_0) + 2f(x_1) + 2f(x_2) + \dots + 2f(x_{n-1}) + f(x_n)) \quad (2.29)$$

Ekspresi di atas merupakan pendekatan cara trapezoidal.

2.2.2. Persamaan Taklinier

Masalah dalam penyelesaian persamaan taklinier sering muncul dan secara alamiah dalam masalah-masalah praktis. Bentuk umum dari permasalahan ini dapat dituliskan sebagai :

$$f(x) = 0 \quad (2.30)$$

dengan f adalah fungsi taklinier dari x . Nilai-nilai dari x disebut dengan penyelesaian atau akar dari persamaan. Metode-metode penyelesaian yang digunakan adalah metode bagi dua.

2.2.2.1. Metode Bagidua (*Bisection*)

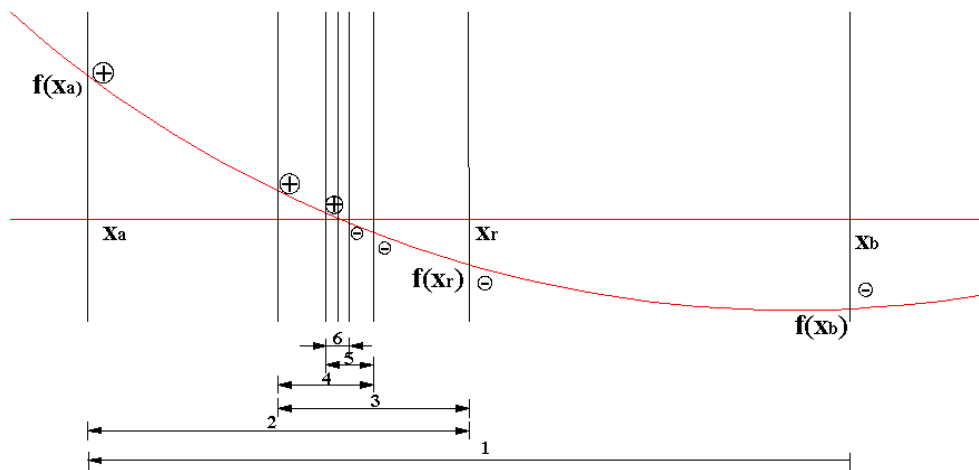
Metode bagidua juga disebut metode pemenggalan biner, pamaruhan selang atau juga metode Bolzano merupakan salah satu jenis metode pencarian incremental secara bertambah dengan selang selalu dibagidua. Jika suatu fungsi berubah tanda pada suatu selang maka nilai fungsi dihitung pada titik tengah, kemudian lokasi akar ditentukan sebagai terletak pada titik tengah selang bagian tempat terjadinya perubahan tanda. Prosesnya kemudian diulang untuk memperoleh taksiran yang diperhalus. Algoritma untuk metode bagidua ini diperlihatkan pada Gambar 2.16.

Langkah 1 : Memilih batas taksiran x_a atas dan x_b bawah untuk akar sehingga perubahan fungsi mencakup seluruh interval. Hal ini dapat diperiksa dengan memastikan $f(x_a)f(x_b) < 0$.

Langkah 2 : Taksiran akar x_r ditentukan oleh $x_r = \frac{x_a + x_b}{2}$

Langkah 3 : Melakukan langkah evaluasi berikut untuk memastikan pada bagian interval yang mana akan berada :

- Jika $f(x_b)f(x_r) < 0$, akar berada pada bagian interval antara x_r dan x_b , maka $x_a = x_r$ dan kembali ke langkah 2.
- Jika $f(x_b)f(x_r) > 0$, akar berada pada bagian interval antara x_a dan x_r , maka $x_b = x_r$ dan kembali ke langkah 2.
- Jika $f(x_b)f(x_r) \approx 0$, akar setara x_r atau x_b dan menghentikan komputasi.



Gambar 2.16. Algoritma metode bagidua