ISBN: 978-979-097-142-4

Pemodelan Mixture of Mixture dalam Pemilihan Portofolio

Nur Iriawan

Jurusan Statistika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS), Surabaya

nur_i@statistika.its.ac.id

ABSTRAK

Kecepatan perkembangan teknologi, informasi dan komunikasi (TIK) secara tidak disadari telah mewarnai kemajuan penciptaan instrumen investasi secara global dalam pasar modal. Instrumen-instrumen ini telah diperdagangakan secara stripless dan mampu memberikan fasilitas serta kesempatan kepada investor yang cukup leluasa untuk memperbesar macam cara investasinya. Keuntungan yang diperoleh bisa sangat besar dan cepat dengan melakukan investasi pada beberapa instrumen dengan pengambilan keputusan tindakan investasinya secara simultan. Hal ini akan memaksa para investor untuk sadar akan perlunya manajemen resiko yang dapat mewarnai perjalanan pengambilan keputusannya. Alat yang cukup tua dan popular serta sederhana secara statistik dalam penghitungan resiko investasi melalui portofolio adalah metode *Value at Risk* (VaR). Metode ini memberikan cara perhitungan nilai kerugian minimum atas portofolio yang dipilih pada tingkat kepercayaan tertentu. Makalah ini akan membahas pemodelan portofolio berdasarkan data driven dari beberapa saham menggunakan model *mixture of mixture* dengan menerapkan metode Bayesian *Markov Cain Monte Carlo* (MCMC) dan sekaligus menggunakan hasilnya untuk menghitung besarnya resiko yang akan ditanggung.

1. Pendahuluan

Analisis data untuk mendukung pengambilan keputusan dalam pemilihan investasi secara bersama dalam suatu portofolio pada beberapa instrumen mempunyai peran yang sangat dominan terhadap kesuksesan seseorang dalam mengelola investasinya. Konsep pemodelan *data driven* mewarnai cara analisis data ini. Secara klasik telah banyak permasalahan analisis data selalu diasumsikan bahwa data yang dianalisis adalah berdistribusi normal, sehingga metode yang dikembangkannyapun juga berbasis pada konsep normalitas (McDonnell, 2008). Akibatnya, banyak peneliti melakukan pelanggaran terhadap kaidah data yang sebenarnya. Data yang merupakan informasi orisinal dari fenomena alamiah diharuskan mengikuti asumsi normalitas hanya supaya metode analitik yang telah dikuasainya, yang notabene berbasis asumsi

ISBN: 978-979-097-142-4

normalitas, dapat digunakan. Padahal kekompleksan fenomena alamiah ini justru tidak mudah untuk selalu mengikuti kaidah distribusi normal (Iriawan, 1999).

Kenyataan tersebut di atas dapat dilihat pada investor di pasar modal. Beberapa investor mengandalkan cara analisisnya hanya menggunakan intuisi atas dasar kebiasaan dan pengalaman yang telah lama dilaluinya. Intuisi ini sangat kuat melekat sebagai *tacit knowledge* dalam pengambilan keputusannya. Sementara beberapa investor lain yang telah mengenal metode analitik menggunakan cara analitisnya dalam mempertimbangkan pengambilan keputusan untuk setiap langkah keputusan investasinya. Kedua kelompok ini sebetulnya akan dapat memberikan hasil keputusan yang sama apabila kelompok kedua menangkap data dan menganalisisnya secara *data driven*. Hal ini diartikan bahwa tidak memanipulasi informasi dan datanya menjadi informasi yang harus mengikuti asumsi teori normalitas yang digunakan ((Mills, 1995), (Nam, 2001)).

Metode Value at Risk (VaR) dalam ekonomi dan keuangan merupakan pengukur kerugian maksimum dengan suatu probabilitas yang didefinisikan pada tingkat kepercayaan tertentu, selama suatu periode waktu tertentu (Schachter, 2001). Metode ini sering digunakan dengan pemaksaan data harus mengikuti pola normal, sehingga kaidah alamiah fenomenal pergerakan nilai investasinya tidak dapat ditangkap sesuai apa adanya.

Makalah ini akan memberikan bukti konsep normal VaR seharusnya diubah menjadi konsep *mixture* normal VaR melalui histori data di pasar modal Indonesia (LQ-45) dan kupasan cara analisisnya dalam memberikan dukungan pengambilan keputusan investasi secara data driven.

2. Densitas *Mixture* dan *Mixture of mixture*

Jika diketahui data return sebuah instrumen dalam kurun waktu tertentu yang apabila dilakukan pengujian goodness of fit secara univariate unimodal selalu menolak hipotesis nul, maka dapat disimpulkan bahwa pola data return tersebut layak untuk diduga berdistribusi univariate multimodal. Biasanya pola univariate multimodal ini didekati dengan pola mixture yang dapat direpresentasikan sebagai berikut (Iriawan, 2001)

ISBN: 978-979-097-142-4

$$f(x|\theta, w) = \sum_{j=1}^{k} w_j g_j(x | \theta_j) \tag{1}$$

dimana $f(x|\theta, w)$ = fungsi densitas dari model *mixture*

$g_j(x|\theta_j)$ = fungsi densitas ke-j dari sebanyak k komponen penyusun model *mixture*

θ_j = vektor parameter dengan elemen-elemen $(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k)$

w = vektor parameter proporsi dengan elemen-elemen $(w_1, w_2, \dots, w_k)$.

w_j = parameter proporsi komponen *mixture* dengan $\sum_{j=1}^{k} w_j = 1$ serta $0 \le w_j \le 1$, $j = 1, 2, \dots, k$.

k = banyaknya komponen dalam *mixture*

Model *mixture* yang dinyatakan pada persamaan (1) berlaku untuk pemodelan *mixture* dengan banyaknya komponen yang diketahui, yang disebut sebagai *finite mixture model*. Jika suatu data return ke-i mempunyai sub-populasi sebanyak k yang masing-masing berdistribusi normal dengan mean μ_{ij} dan varians σ_{ij}^2, dengan j=1,2,…,k, maka berdasarkan persamaan (1) fungsi densitas return tersebut dapat dituliskan sebagai berikut

$$f_i\left(x|\mathbf{w}_i, \boldsymbol{\mu}_i, \boldsymbol{\sigma}_i^2\right) = w_{i1} g_1\left(x|\mu_{i1}, \sigma_{i1}^2\right) + \ldots + w_{ik} g_k\left(x|\mu_{ik}, \sigma_{ik}^2\right) \tag{2}$$

Apabila sebanyak m instrumen yang masing-masing mempunyai pola mixture normal seperti dalam (2) telah dipilih sebagai struktur investasi portofolio, maka pemodelan portofolio tersebut akan mempunyai pola *mixture of mixture*, yang dapat dituliskan sebagai berikut

$$h\left(x|\boldsymbol{\pi}, \mathbf{w}, \boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\sigma}^2\right) = \pi_1 f_1\left(x|\mathbf{w}_1, \boldsymbol{\mu}_1, \boldsymbol{\sigma}_1^2\right) + \ldots + \pi_m f_m\left(x|\mathbf{w}_m, \boldsymbol{\mu}_m, \boldsymbol{\sigma}_m^2\right) \tag{3}$$

ISBN: 978-979-097-142-4

dengan $\boldsymbol{\pi} = \{\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_m\}$ adalah besarnya kontribusi setiap instrumen dalam portofolio, dengan $\sum_{i=1}^{m} \pi_i = 1$. Selanjutnya tugas dalam pemodelannya adalah harus dilakukan estimasi parameter-parameter $\boldsymbol{\pi}, \mathbf{w}, \boldsymbol{\mu},$ dan $\boldsymbol{\sigma}^2$.

Sebelum dilakukan estimasi parameter model (3), penentuan besarnya k dalam (2) selalu menjadi pekerjaan utama untuk memodelan *mixture* suatu instrumen. Untuk mengatasi hal ini, cara deskriptif melalui histogram data akan membantu untuk menentukan besarnya k. Sedangkan banyaknya instrumen, m, yang akan dipadukan dalam *mixture of mixture* dapat diawali dengan menentukan sendiri sesuai keinginan berdasarkan intuisi masing-masing investor (Shevchenko, 2011).

3. Estimasi Densitas *Mixture of Mixture* Menggunakan Bayesian

Persamaan (3) terlihat sangat kompleks, sehingga akan cukup rumit jika masalah estimasi parameternya diselesaikan dengan cara biasa. Makalah ini mencoba memberikan solusi dengan memodelkannya secara Bayesian ((Ardian, 2008), (Greyserman, Jones, dan Strawderman, 2006)), sehingga pemilihan prior untuk mendapatkan posterior model setiap parameter dalam (3) harus dilakukan terlebih dahulu.

Dengan mempelajari cara estimasi Bayesian pada model (2) akan dapat memberikan kemudahan dalam estimasi model (3). Penentuan distribusi prior pada model (2) untuk setiap parameter akan dibentuk menggunakan pendekatan struktur hirarki (Greyserman, dkk, 2006)), yang dapat diilustrasikan seperti pada Gambar 1. Distribusi prior yang akan digunakan dalam pemodelan *mixture* normal sebagai berikut ((Stephen, 1997), (Shevchenko, 2006), (Shevchenko, 2011))

$$\mu_j \sim Normal\,(\xi, \kappa^{-1}); j = 1,2, \dots, k \tag{4}$$

$$\sigma_j^{-2} | \beta \sim Gamma(\alpha, \beta) \tag{5}$$

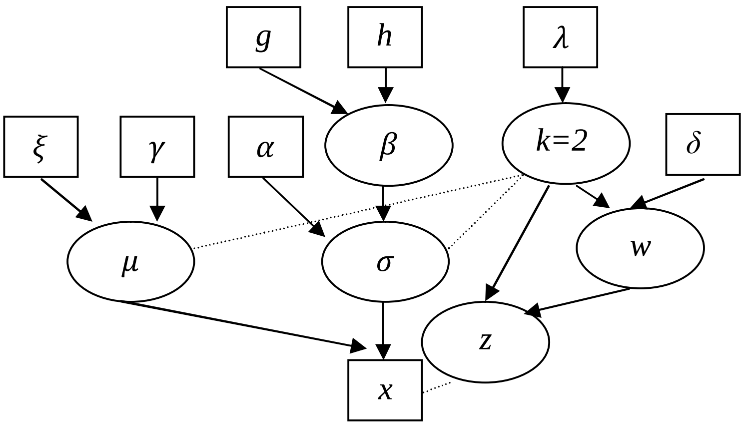
$$\beta \sim Gamma(g, h) \tag{6}$$

$$w \sim Dirichlet(\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_k). \tag{7}$$

β adalah *hyperparameter* untuk σ_j^{-2} dan $\xi, \kappa, \alpha, g, h, \delta$ adalah parameter densitas prior yang ditentukan sebagai konstanta yang nilainya dapat ditentukan secara informatif

ISBN: 978-979-097-142-4

berdasarkan pada data return yang dimodelkan. Nilai presisi κ ditentukan sebesar $\frac{1}{R^2}$ dimana R adalah *range* data. Sedangkan untuk *hiperparameter* β ditentukan sesuai dengan karakteristik σ_j^{-2} yang harus positif, sehingga dipilih berdistribusi Gamma (g,h), dimana $g < \alpha < 1$, sedangkan nilai h juga ditentukan sebesar $\frac{1}{R^2}$.



Gambar 1 Struktur Hirarki Model *Mixture* dengan Dua Komponen Penyusun dalam DAG

Gambar 1 menginformasikan bahwa setiap data pengamatan x_i diambil secara independen dari sub-populasi z_i yang tidak diketahui dengan $p(z_i = j) = w_j$ dan $x_i|z_i \sim N(\mu_{z_i}, \sigma_{z_i}^2)$ untuk $i = 1,2, \dots, n$. Kemudian μ_j ditentukan terurut yaitu $\mu_1 < \mu_2 < \dots < \mu_k$ dengan $j = 1,2, \dots, k$. Sedangkan untuk parameter pembobot dari tiap komponen *mixture* ditentukan sebagai

$$w|k \sim Dirichlet(\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_k). \tag{8}$$

Dengan mengingat bahwa posterior Bayesian akan proporsional terhadap perkalian antara likelihood dan prior, maka dengan menggunakan (4) sampai dengan (8) sebagai priornya, bentuk posterior untuk masing-masing parameter dalam (2) adalah sebagai berikut ((Iriawan, 2001b), (Stephen, 1997))

ISBN: 978-979-097-142-4

$$\mu_j|z,w,k\sim\mathrm{N}\left(\frac{\sum_{i=1;z_{i=1}}^{n_j} x_i+\kappa\xi}{\sigma_j^{-2}n_j+\kappa},(\sigma_j^{-2}n_j+\kappa)^{-1}\right). \quad (9)$$

$$\sigma_j^{-2}|\mu_j,z,w,k\sim Gamma\left(\alpha+\frac{1}{2}n_j,\beta+\frac{1}{2}\sum_{i=1,z_{i-1}}^{n_j}(x_i-\mu_j)^2\right) \quad (10)$$

$$z_i|w,k\propto\frac{w_j}{\beta_j}\sigma_j^{-2}exp\left\{\frac{(x_i-\mu_j)}{2\sigma_j^{-2}}\right\} \quad (11)$$

$$w|k\sim\text{Dirichlet}\ (\delta_1+n_1,\delta_2+n_2,\ldots,\delta_{n_k}+n_k) \quad (12)$$

$$\beta|\sigma_j^{-2}\sim Gamma\left(g+k\alpha,h+\textstyle\sum_{j=1}^{k}\sigma_j^{-2}\right) \quad (13)$$

Dengan cara yang sama dengan *w*, distribusi prior untuk π dalam (3) digunakan distribusi Dirichlet, sehingga posterior π akan mengikuti distribusi Dirichlet juga. Manfaat posterior π ini adalah untuk memilih instrumen yang layak dipertimbangkan dalam pemilihan portofolio. Misalkan, jika terdapat 10 instrumen yang dicanangkan untuk dipilih sebagai komponen portofolio di tahap awal, maka dengan menentukan nilai *cut-off* tertentu pada nilai π akan dapat diputuskan untuk memilih beberapa instrumen saja dalam portofolionya.

4. *Markov Chain Monte Carlo* dalam Pemodelan Mixture

Penyelesaian estimasi Bayesian pada (9) sampai dengan (13) akan cukup mudah jika dilakukan menggunakan pedekatan numerik *Markov Chain Monta Carlo* (MCMC) khususnya Gibbs sampler (Casella dan George, 1992).. Metode ini digunakan untuk mendapatkan distribusi posterior dari suatu proses estimasi secara numerik. MCMC adalah suatu metode simulasi yang me-*monte-carlo*-kan nilai parameter model yang sesuai dengan proses *Markov Chain* untuk mendapatkan data sampel berdasarkan skenario sampling tertentu.

Skenario yang digunakan dalam pengambilan data sampel pada umumnya adalah sesuai dalam Stephens (1997) yang menunjukkan pengambilan sampel dari suatu distribusi secara *full conditional* sesuai Algoritma berikut.

Algoritma 1: Gibbs sampling pada model mixture of mixture

1. Diberikan state: $\boldsymbol{\theta}^{t} = (\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\sigma}, \mathbf{w}, \boldsymbol{\pi})^{t}$ pada iterasi ke t = 0, sehingga $\boldsymbol{\theta}^{(0)} = (\boldsymbol{\mu}^{(0)}, \boldsymbol{\sigma}^{(0)}, \mathbf{w}^{(0)}, \boldsymbol{\pi}^{(0)})$
2. Simulasikan nilai untuk $\boldsymbol{\theta}^{(t+1)}$ sebanyak keanggotaannya berikut:

   step 1: Bangkitkan parameter komponen setiap *mixture:*

   a. bangkitkan $\boldsymbol{\mu}^{(t+1)}$ dari $p\left(\mu \middle| x, \boldsymbol{\sigma}^{(t)}, \mathbf{w}^{(t)}, \boldsymbol{\pi}^{(t)}\right)$ (14)

   b. bangkitkan $\boldsymbol{\sigma}^{(t+1)}$ dari $p\left(\boldsymbol{\sigma} \middle| x, \boldsymbol{\mu}^{(t+1)}, \mathbf{w}^{(t)}, \boldsymbol{\pi}^{(t)}\right)$ (15)

   c. bangkitkan $\mathbf{w}^{(t+1)}$ dari $p\left(\mathbf{w} \middle| x, \boldsymbol{\mu}^{(t+1)}, \boldsymbol{\sigma}^{(t+1)}, \boldsymbol{\pi}^{(t)}\right)$ (16)

   step 2: Bangkitkan parameter proporsi model *mixture of mixture*:

   bangkitkan $\boldsymbol{\pi}^{(t+1)}$ dari $p\left(\boldsymbol{\pi} \middle| x, \boldsymbol{\mu}^{(t+1)}, \boldsymbol{\sigma}^{(t+1)}, \mathbf{w}^{(t+1)}\right)$ (17)
3. Ulangi langkah 2 di atas hingga M kali, dimana $M \to \infty$

Pada langkah 2 di step 1 baik 1.a. , 1.b., maupun 1.c. harus dilakukan estimasi sebanyak k komponen mixture dari sebuah instrumen baik μ, σ, maupun w. Sedangkan pada langkah 2 di step 2 harus dilakukan estimasi sebanyak m kali untuk mengestimasi nilai kontribusi setiap instrumen ke dalam *mixture of mixture*. Dalam implementasinya program WinBUGS 1.4 akan digunakan untuk memudahkan proses estimasi parameter pemodelan *mixture of mixture* ini. Data yang dibangkitkan dengan menggunakan Algoritma 1 di atas akan mempunyai pola data yang konvergen dan stasioner serta akan proporsional mengikuti distribusi (9) sampai dengan (13).

5. *Value at Risk* pada Data Return Berpola Mixture

Penghitungan besarnya resiko investasi dengan menggunakan VaR berdasarkan pada pola data driven, *mixture* untuk investasi tunggal atau *mixture of mixture* untuk portofolionya, dapat dilakukan dengan menggunakan densitas hasil estimasi dengan

ISBN: 978-979-097-142-4

Bayesian MCMC di atas. Cara penghitungan besarnya interval return dengan tingkat kepercayaan 95% atas investasinya harus mengacu pada cara *Highest Posterior Distribution* (HPD). Proses HPD memberikan jaminan bahwa nilai densitas $h\left(x|\boldsymbol{\pi},\mathbf{w},\boldsymbol{\mu},\boldsymbol{\sigma}^2\right)$ pada batas x_1 = return_kiri dan x_2 = return kanan, akan sama. Demikian halnya dengan penentuan nilai resiko investasinya, perhitungan besarnya resiko dengan probabilitas sebesar α% harus didasarkan pada posterior densitas tersebut.

Berdasarkan hitorikal data return yang digunakan, maka besarnya interval 95% return yang akan terjadi dapat diketahui dengan menyelesaikan persamaan simultan berikut (Iriawan, 2001c):

$$\begin{aligned} &P(\text{return\_kiri} < h\left(x|\boldsymbol{\pi},\mathbf{w},\boldsymbol{\mu},\boldsymbol{\sigma}^2\right) < \text{return\_kanan}) = 0,95 \\ &h\left(\text{return\_kiri}|\boldsymbol{\pi},\mathbf{w},\boldsymbol{\mu},\boldsymbol{\sigma}^2\right) = h\left(\text{return\_kanan}|\boldsymbol{\pi},\mathbf{w},\boldsymbol{\mu},\boldsymbol{\sigma}^2\right) \end{aligned}, \qquad (18)$$

sedangkan nilai VaR(5%) dapat ditentukan melalui penyelesaian persamaan berikut

$$P\left(h\left(x|\boldsymbol{\pi},\mathbf{w},\boldsymbol{\mu},\boldsymbol{\sigma}^2\right) < VaR\right) = 0,05 \qquad (19)$$

6. Contoh Implementasi

Untuk mengetahui implementasi pemodelan *mixture* dan *mixture of mixture* disini dipilih dua return saham dari LQ45, yaitu saham Astra Agro Lestari Tbk (AALI) dan Bakrie Sumatera Plantations (UNSP). Untuk memperoleh karakteristik return setiap instrumen dengan lengkap, maka data diambil sejak instrumen tersebut terdaftar di pasar modal hingga tanggal 5 April 2011. Analisis deskriptif kedua instrumen tersebut adalah sebagai berikut:

Estimasi Densitas Return AALI

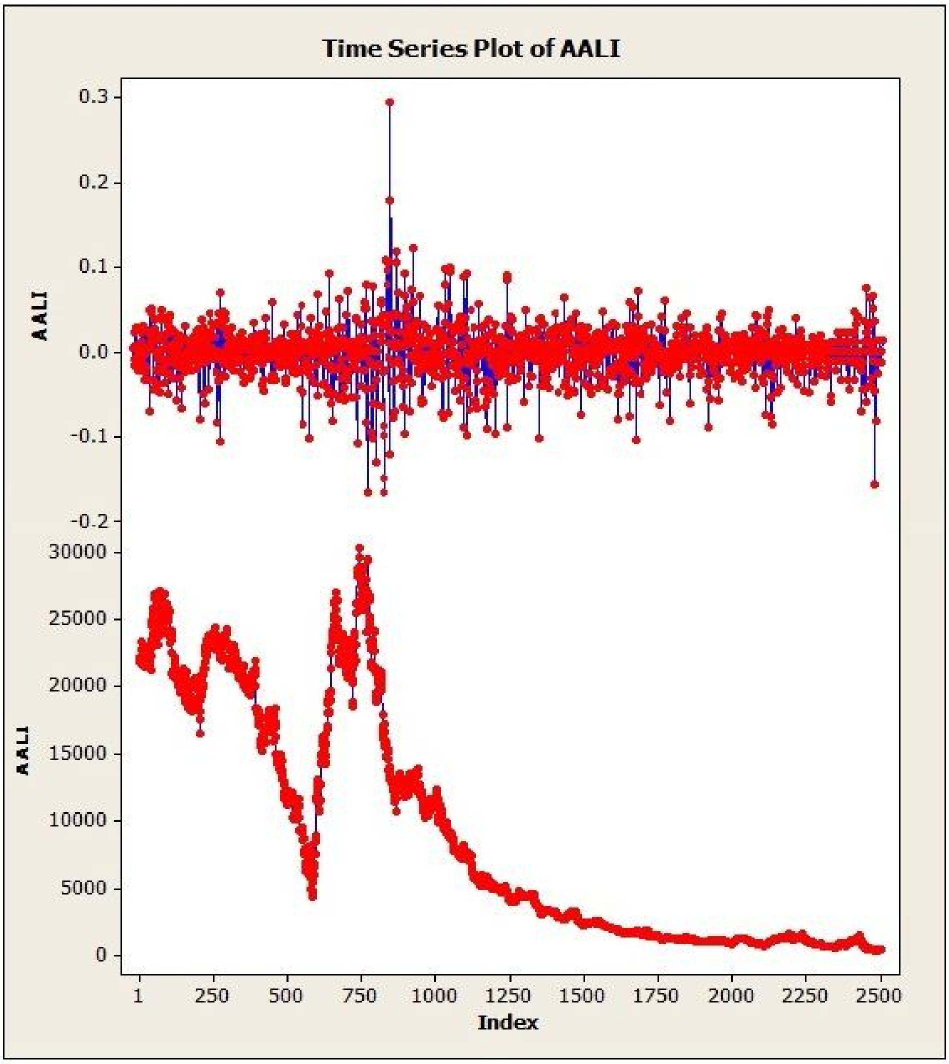
Data historikal harga dan return AALI diberikan dalam Gambar 2, sedangkan analisis deskriptifnya diberikan di Tabel 1 dan hasil pengujian *goodness of fit* data return AALI diberikan di Tabel 2. Dari hasil deskriptif tampak bahwa data return AALI masih membawa sifat kemencengan dan kurtosis yang cukup mengindikasikan adanya ketidak-normalan data. Hal ini didukung oleh hasil pengujian *goodness of fit*-nya. Hasil

ISBN: 978-979-097-142-4

pengujian distribusi menunjukkan bahwa tidak satupun distribusi uni-modal mampu merepresentasikan data return AALI. Kecenderungan adanya sifat hiteroskedastisitas selama periode perdagangan di pasar modal, dengan beberapa perubahan varians terlihat dalam Gambar 2. Akibatnya analisis resiko menggunakan VaR pun tidak boleh ada asumsi pendekatan univariate normal unimodal. Akibatnya dugaan bahwa pola return AALI akan mempunyai bentuk *mixture* sangat jelas, yaitu karena univariate normal uni-modal dinilai gagal dan adanya kecenderungan heteroskedastisitas. Pemaksaan pada pola univariate normal unimodal, terlihat penyimpangannya seperti dalam Gambar 3 dan Gambar 4. Data return ke 394 dan ke 396 melonjak sangat tinggi, sehingga mengakibatkan skewnessnya lebih besar dari nol.

Dalam estimasi densitas data return AALI disini akan digunakan 3 komponen normal untuk merepresentasikannya sebagai bentuk *mixture*, seperti dalam Gambar 5. Komponen normal yang pertama ditujukan untuk mengakomodasikan data return yang ektrim rendah dan ekstrim tinggi, sehingga digunakan distribusi normal dengan varians yang besar. Sedangkan untuk menangkap pola data return dengan sifat kurtosis yang cukup tinggi, digunakan komponen normal kedua yang mempunyai varians cukup kecil. Demikian halnya untuk data return dengan sifat mesokurtik, digunakan komponen normal ketiga dengan varians yang relatif berada diantara kedua varian sebelumnya. Dengan Bayesian MCMC, parameter normal dari ketiga komponen *mixture* dan besaran kontribusinya akan diketahui.

ISBN: 978-979-097-142-4



Gambar 2: Plot Pergerakan Harga dan Return AALI

Tabel 1: Deskriptif data AALI

Distribution ID Plot for AALI

Descriptive Statistics

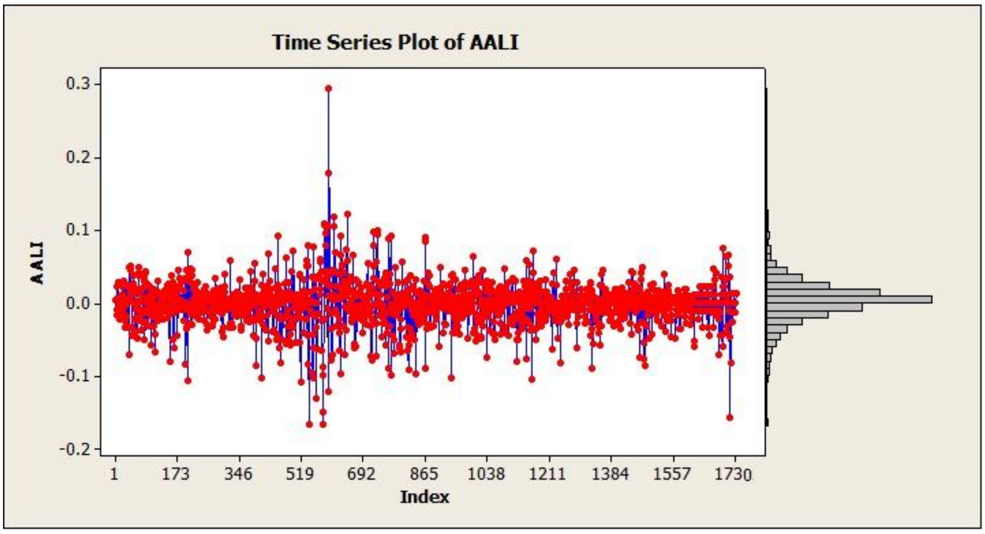
N	Mean	StDev	Median	Minimum	Maximum	Skewness	Kurtosis
1733	-0.001125	0.030235	0	-0.165958	0.295000	0.2010579	.19982

Tabel 2: Hasil Goodness of Fit Return AALI

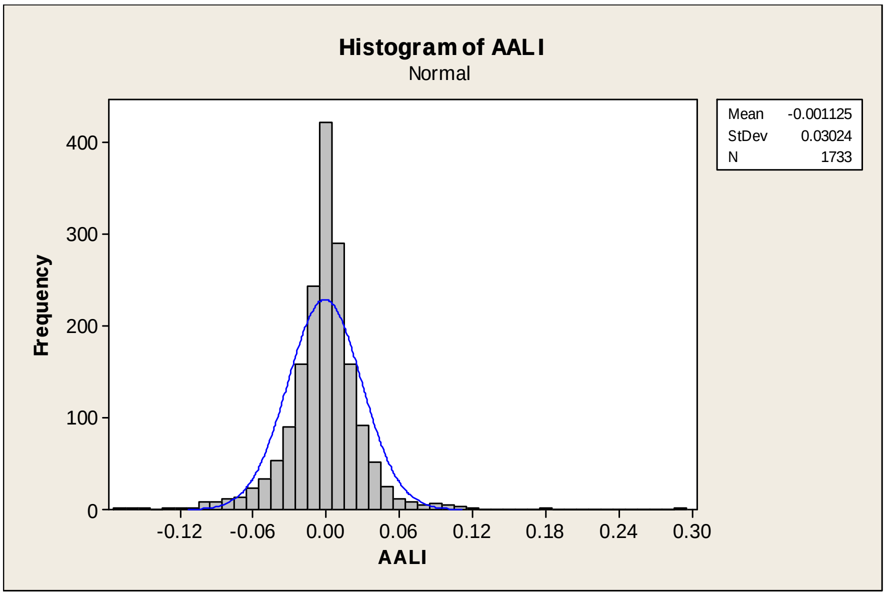
ISBN: 978-979-097-142-4

Goodness of Fit Test

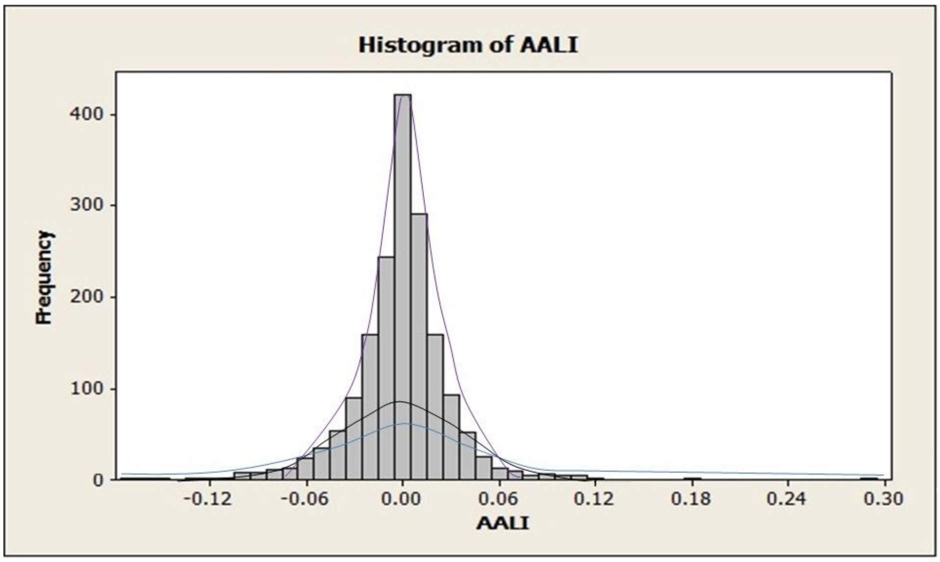
Distribution	AD	P
Normal	35.843	<0.005
3-Parameter Lognormal	36.051	*
2-Parameter Exponential	563.745	<0.010
3-Parameter Weibull	83.860	<0.005
Smallest Extreme Value	203.556	<0.010
Largest Extreme Value	123.422	<0.010
3-Parameter Gamma	38.642	*
Logistic	11.593	<0.005
3-Parameter Loglogistic	11.595	*



Gambar 3: Plot Marginal Data Return AALI



Gambar 4: Estimasi Data Return AALI sebagai Pola Normal Uni-modal.



Gambar 5: Dugaan Pola Data Return AALI dengan Mixture Normal Tiga Komponen.

Estimasi Densitas Return UNSP

ISBN: 978-979-097-142-4

Lain dengan AALI, return UNSP mempunyai nilai kemencengan dan kurtosis (Tabel 3) yang sangat mencolok sekali penyimpangannya terhadap normalitas, sehingga hasil pengujian *goodness of fit*-nya pun (Tabel 4) juga sangat tidak memenuhi persyaratan univariate normal unimodal data. Akibatnya, seperti halnya dalam pemodelan data return AALI, analisis resiko dengan VaR pun tidak boleh menggunakan pendekatan univariate normal unimodal. Adapun plot pendekatan normal unimodal pada data return UNSP ditunjukkan pada Gambar 6.

Tabel 3: Deskriptif Data UNSP

Descriptive Statistics

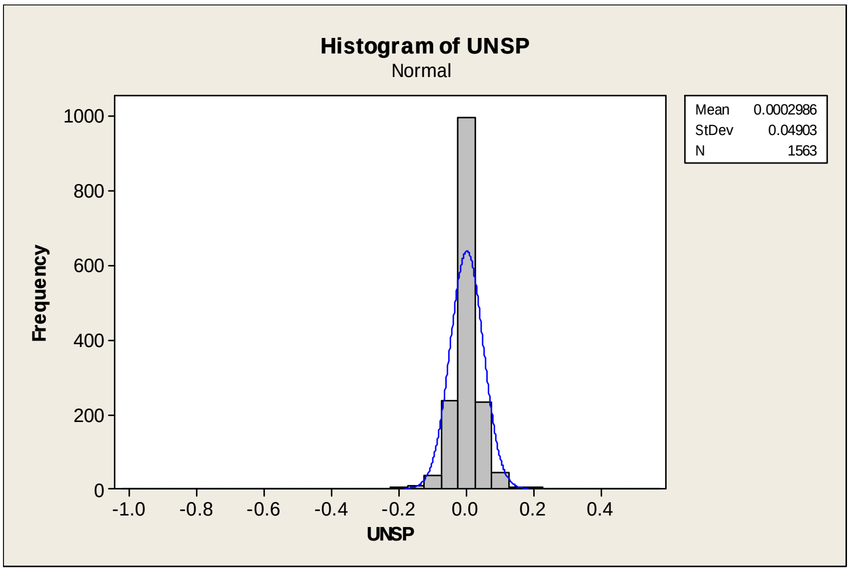
N	Mean	StDev	Median	Minimum	Maximum	Skewness	Kurtosis
1563	0.00029	0.049035	0	-1	0.54348	-4.48151	121.760

Tabel 4: Hasil Goodness of Fit Return UNSP

Goodness of Fit Test

Distribution	AD	P
Normal	72.456	<0.005
3-Parameter Lognormal	72.412	*
2-Parameter Exponential	667.047	<0.010
3-Parameter Weibull	218.913	<0.005
Smallest Extreme Value	268.655	<0.010
Largest Extreme Value	401.214	<0.010
3-Parameter Gamma	92.062	*
Logistic	17.164	<0.005
3-Parameter Loglogistic	17.154	*

ISBN: 978-979-097-142-4



Gambar 6: Estimasi Data Return UNSP sebagai Pola Normal Uni-Modal.

7. Kesimpulan

Dari penjelasan dan beberapa bukti empiris yang telah diberikan di atas dapat ditarik beberapa kesimpulan bahwa

- Analisis data driven pada pemodelan data return saham menggunakan data historikal sangat tidak tepat jika digunakan pendekatan univariate normal unimodal. Telah ditunjukkan bahwa bentuk mixture lebih representatif dalam menjelaskan pola return (AALI dan UNSP) dari pada univariate normal unimodal.
- Pola data return menunjukkan adanya pergerakan harga saham yang sangat berfluktuasi dan mempunyai sifat hiteroskedastis, sehingga pendekatan distribusi *mixture* untuk penghitungan resiko investasi dengan VaR akan kurang tepat jika tetap menggunakan asumsi klasik univariate normal unimodal VaR.
- Dengan adanya bukti kekurangtepatan univariate normal unimodal VaR dalam pemodelan resiko, maka pemodelan portofolio saham yang mendasarkan pada data historikal sudah selayaknya harus menggunakan struktur model *mixture of mixture*.

- Rumitnya struktur model *mixture of mixture*, maka estimasi Bayesian secara numeric menggunakan MCMC akan membantu mempermudah penggunaan struktur model *mixture of mixture* untuk penghitungan portofolio.

Daftar Pustaka

Ardian, D. (2008) *Financial Risk Management with Bayesian Estimation of GARCH Models: Theory and Application*. Springer, Berlin.

Casella, G. dan George, E.I., (1992) Explaining the Gibbs Sampler, The American Statistician, Vol. 46, No. 3, pp. 167-174

Greyserman, A., Jones, D.H., dan Strawderman, W.E. (2006) Portfolio selection using hierarchical Bayesian analysis and MCMC methods, Journal of Banking & Finance 30, 669–678

Iriawan, N. (1999) On New Flexible and Adaptive Error Distribution, dalam W. S. Wiroto, A. Munif, R. E. Kartasasmita, and A. Herindajanto (eds), *Proceeding of Indonesian Students' Scientific Meeting (ISSM)*, Istecs-Europe, Kassel, Germany, pp. 252-255.

Iriawan, N., (2001a), Penaksiran Model Mixture Normal Univariabel : Suatu Pendekatan Metode Bayesian dengan MCMC, *Prosiding Seminar Nasional dan Konferda VII Matematika Wilayah DIY & Jawa Tengah*, Yogyakarta, 105-110.

Iriawan, N., (2001b) Studi tentang 'Bayesian Mixture Normal' dengan menggunakan metode Markov Chain Monte Carlo (MCMC), *Laporan Penelitian*, LEMLIT-ITS.

Iriawan, N., (2001c) Penggunaan Probabilitas Setimbang Dalam Pembuatan Kendali Kualitas Pada Keluaran Produksi Neo-Normal, *IPTEK-ITS*, Nopember 2001.

McDonnell, P.J., (2008) *Optimal portfolio modeling : models to maximize return and control risk in Excel and R*, John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, New Jersey.

Mills, T. C. (1995) Modeling Skewness and Kurtosis in the London Stock Exchange FT-SE Index Return Distributions, *Statistician* 44, September, 323-332.

Nam, D. (2001) Value at Risks: A Quantile-based Distribution Approach for Incorporating Skewness and Fat-tailedness, *PhD Thesis*, University of Alabama.

Schachter, B., 2001, *An Irreverent Guide to Value at Risk*,http://www.GloriaMundi.org/var/varintro.htm.

ISBN: 978-979-097-142-4

Shevchenko, P.V. (2011) *Modelling Operational Risk Using Bayesian Inference.* Springer, Berlin.

Shevchenko, P.V. dan Wüthrich, M.V. (2006) The Structural Modelling of Operational Risk via Bayesian inference: Combining Loss Data with Expert Opinions, *The Journal of Operational Risk* 1(3), pp. 3-26.

Stephens, M. (1997), Bayesian Methods for Mixtures of Normal Distributions, *Ph.D. thesis*, University of Oxford.